

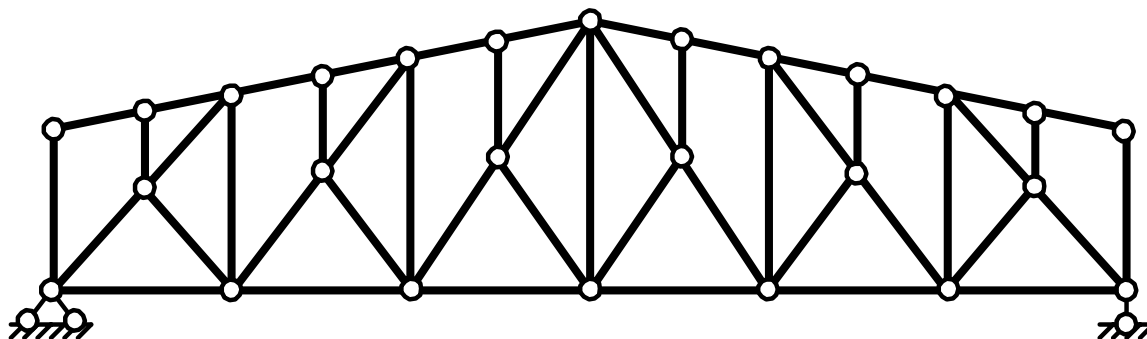
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ

# Расчет плоских статически определимых шарнирных ферм

Методические указания  
по дисциплине “Строительная механика”  
для студентов строительных специальностей



Брест 2005

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ

# Расчет плоских статически определимых шарнирных ферм

Методические указания  
по дисциплине “Строительная механика”  
для студентов строительных специальностей

Брест 2005

УДК 624.04

В методических указаниях изложены основы расчета плоских статически определимых шарнирных ферм на статические (силовые) нагрузки. Представлена классификация ферм, рассмотрены методы их расчета, включая расчет шпренгельных ферм, изложены принципы построения линий влияния усилий в фермах и определения усилий по линиям влияния, приведены примеры расчетов.

Методические указания предназначены для студентов специальностей 70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство», 70 01 01 «Производство строительных изделий и конструкций», 70 03 01 «Автомобильные дороги», 70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов», 69 01 01 «Архитектура», 74 05 01 «Мелиорация и водное хозяйство», 70 02 02 «Экспертиза и управление недвижимостью» дневной и заочной форм обучения; могут использоваться в самостоятельной работе при изучении курса строительной механики, при выполнении расчетно-проектировочных работ по строительной механике.

Составитель – В.И. ИГНАТЮК, доцент, канд. техн. наук

Рецензент: директор Республиканского унитарного научно-исследовательского и опытно-конструкторского предприятия “Научно-технический центр”, канд. техн. наук А.Я. НАЙЧУК

© Учреждение образования

«Брестский государственный технический университет» 2005

## 1. СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ И ИХ СТРУКТУРА

**Статически определимая шарнирная ферма** – это геометрически неизменяемая система, расчетная схема которой состоит из прямых стержней, соединенных в узлах шарнирно. При узловой передаче нагрузок стержни шарнирных ферм работают только на растяжение-сжатие. К таким системам могут быть приведены и фермы с жестким соединением элементов в узлах, в которых при узловой передаче внешних нагрузок величины изгибающих моментов в стержнях таковы, что ими можно пренебречь. Для таких ферм жесткие узлы на расчетных схемах могут быть заменены шарнирными.

Расчетная схема простой фермы показана на рис. 1.1.

Определим ряд понятий для ферм, которыми будем пользоваться в дальнейшем. Расстояние между опорами называют **пролетом** фермы, величину которого обозначают обычно буквой  $l$ . Наибольший вертикальный размер будем называть **высотой** фермы ( $h$ ).

Совокупность элементов (стержней) фермы, образующих ее верхний и нижний контуры, называют соответственно **верхним** и **нижним поясами** фермы (рис. 1.1). Стержни, расположенные между поясами и соединяющие их, называют **решеткой** фермы. Среди стержней решетки различают **раскосы** и **стойки**. Расстояние между соседними узлами поясов фермы (по горизонтали) называют панелями [1, 3]. Различают **панели нижнего** и **верхнего поясов**.

Передача нагрузок в узлы ферм осуществляется через, так называемые, передаточные балочки, в качестве которых в реальных сооружениях могут выступать перекрытия по прогонам, балкам; плиты покрытия и т. п. На расчетных схемах передаточные балочки представляются в виде простых двухопорных балок с пролетом, равным длине панелей загруженного пояса фермы.

**По типу опирания** фермы разделяют на **балочные**, в которых две опоры расположены по концам фермы (рис. 1.2а); **консольные**, в которых все опоры расположены с одной стороны фермы (рис. 1.1, 1.2б); **балочно-консольные**, в которых одна опора расположена на одном из концов фермы, а вторая в одном из средних узлов (рис. 1.2в); **висячие** (рис. 1.2г); **арочные**, состоящие

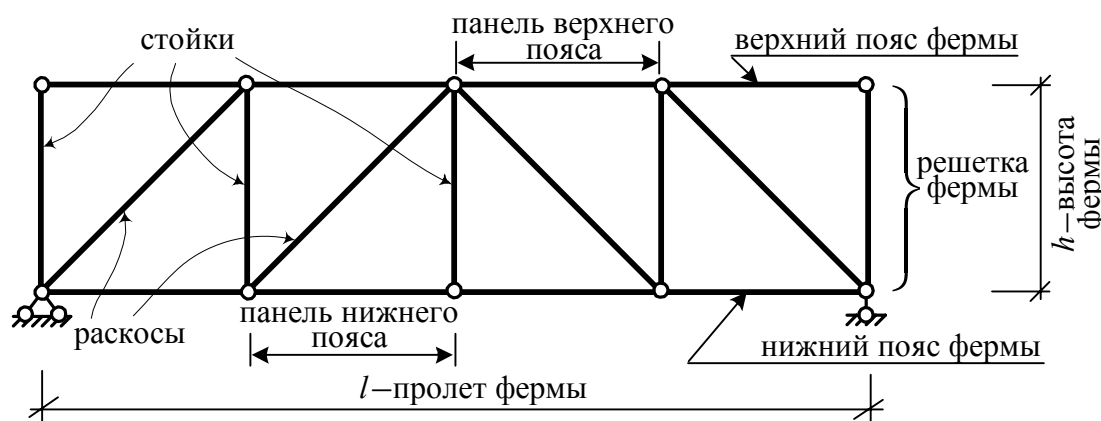


Рис. 1.1. Расчетная схема фермы и ее элементы

из двух полуферм, соединенных между собой шарниром и с основание с помощью двух шарнирно неподвижных опор (рис. 1.2д) и **комбинированные**, состоящие структурно из комбинации выше рассмотренных ферм (рис. 1.2е).

**По очертанию поясов** различают фермы с **параллельными поясами** (рис. 1.2в,ж,з,и,к), **треугольные** (рис. 1.2б) и **многоугольные – с полигональными поясами** (рис. 1.2а).

**По конфигурации решетки** различают фермы с **треугольной** решеткой (рис. 1.2а); с **раскосной** решеткой, когда раскосы, по крайней мере для половины фермы, идут в одном направлении (рис. 1.2б); с **полураскосной** решеткой (рис. 1.2в); с **двухраскосной** решеткой (рис. 1.2ж) (если раскосы идут на три и более панелей, то говорят о многораскосной решетке); фермы с **ромбической** решеткой (рис. 1.2з); **решетчатые** фермы (рис. 1.2и); **шпренгельные** фермы, которые имеют дополнительные фермочки в пределах панелей основных ферм, с помощью которых уменьшаются длины панелей грузовых поясов (рис. 1.2к).

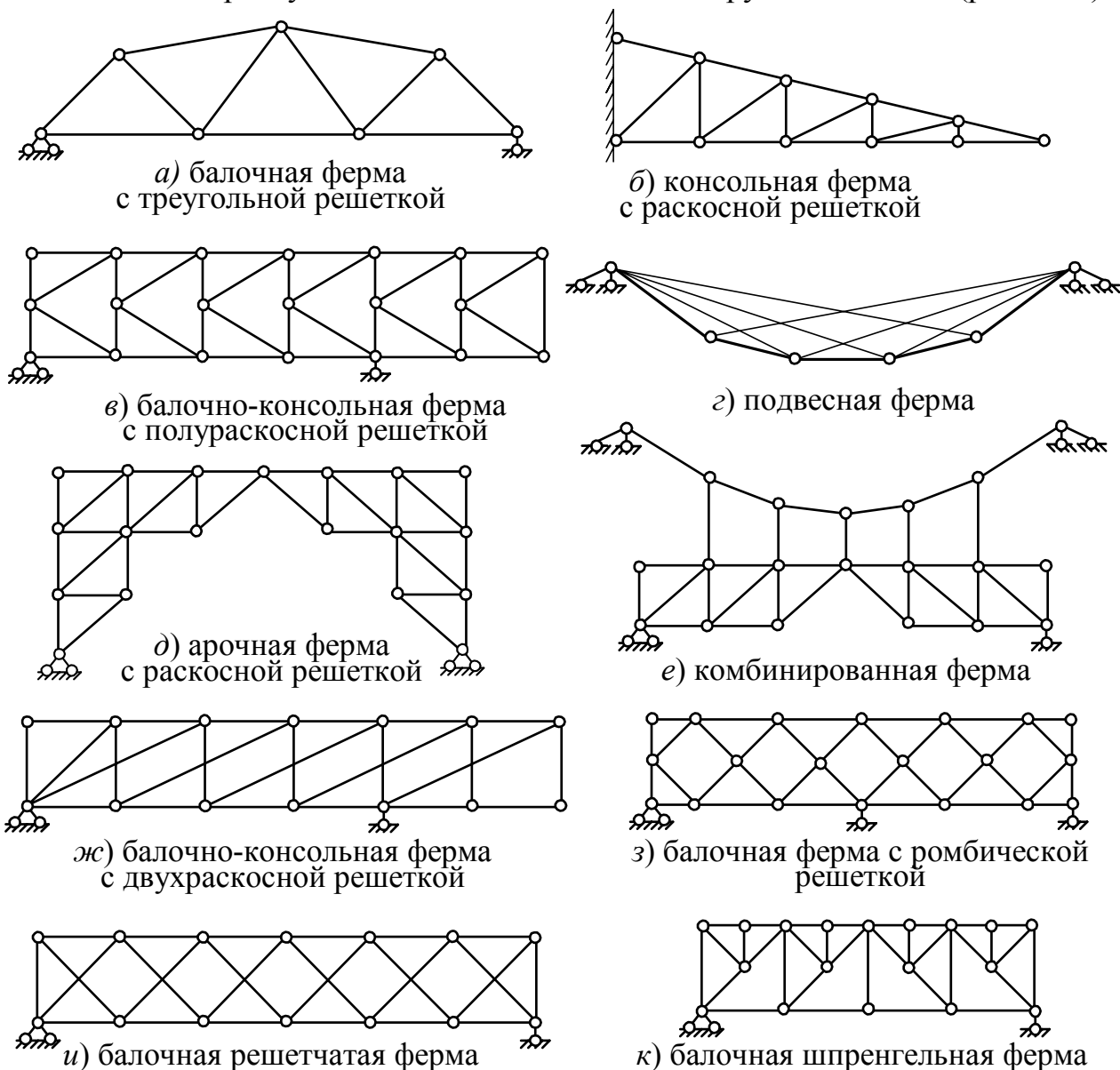


Рис. 1.2. Некоторые виды ферм

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В ФЕРМАХ

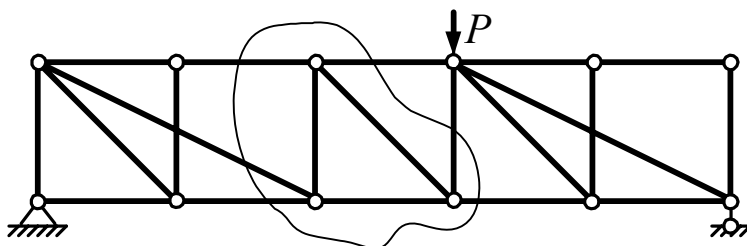
### 2.1. Способы определения усилий в стержнях ферм

Основным методом определения усилий в стержнях статически определимых ферм, как и в других статически определимых системах (балках, рамах, арках), является **метод сечений**, суть которого для ферм заключается в следующем. Ферма **сквозным** или **замкнутым** сечением, разрезается (разделяется) на две или несколько частей так, чтобы был рассечен стержень, в котором определяется усилие. После этого рассматривается равновесие одной из частей, действие на которую отброшенной части (частей) фермы заменяется пока неизвестными продольными силами. Направляют эти продольные силы обычно от узлов (от сечений), что соответствует **положительным** для них направлениям, при которых в стержнях возникает **растяжение** (рис. 2.1б). Из уравнений равновесия определяются искомые продольные силы и устанавливается истинный знак усилий (если усилие получилось **отрицательным**, значит оно будет направлено в противоположную сторону и в стержне будет иметь место **сжатие**). Метод сечений для ферм реализуется с помощью способов **вырезания узлов**, **моментной точки** и **проекций**.

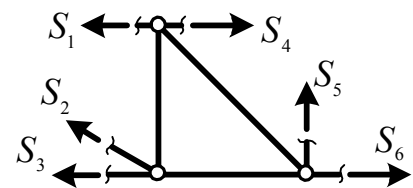
**Способ вырезания узлов.** Замкнутым сечением вырезается узел фермы. Усилия в рассеченных стержнях, соединяющихся в узле, представляют систему сил, сходящихся в одной точке, для равновесия которой можно составить два независимых уравнения. Этими уравнениями являются суммы проекций сил на две оси:

$$\begin{aligned} \sum X = 0; & \quad \sum Z_1 = 0; \\ \sum Y = 0; & \quad \text{или} \quad \sum Z_2 = 0. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Направлять эти оси можно произвольно, исключая только их параллельность. С точки зрения рациональности расчета выбирать направления осей следует так, чтобы в каждое из уравнений (2.1) входило по возможности только одно неизвестное усилие. Вырезать можно те узлы, в которых число неизвестных усилий не превышает двух и эти усилия не направлены по одной прямой. В отдельных случаях возникает необходимость вырезания узлов и с большим чис-



а) схема фермы и возможный вариант сечения



б) отсеченная рассматриваемая часть фермы

Рис. 2.1. Метод сечений

лом неизвестных – например, если это позволяет найти усилие хотя бы в одном из стержней (в случае, если в трехстержневом узле два стержня направлены по одной прямой, то можно найти усилие в третьем стержне – см. узлы 2 и 7 на рис. 2.2.), либо позволяет найти зависимость между некоторыми усилиями, которая будет потом использоваться в дальнейших расчетах (см. определение усилия  $S_2$  в ферме на рис. 3.6 в разделе 3.3).

Например, для фермы на рис. 2.2 сначала можно вырезать узел 1 (рис. 2.2б), из рассмотрения равновесия которого найдем:

$$\sum Y = 0; \quad S_{1-3} \sin \alpha - P = 0; \quad S_{1-3} = \frac{P}{\sin \alpha};$$

$$\sum X = 0; \quad S_{1-2} + S_{1-3} \cos \alpha = 0; \quad S_{1-2} = -S_{1-3} \cos \alpha = -\frac{P}{\sin \alpha} \cos \alpha = -P \operatorname{ctg} \alpha.$$

Угол  $\alpha$  и его тригонометрические функции  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$  находятся из геометрических соображений.

Затем можно вырезать узел 2 (рис. 2.2в), для которого в стержне 1–2 прикладывается уже известное усилие  $S_{1-2} = -P \operatorname{ctg} \alpha$  и из рассмотрения которого находим усилия в новых стержнях:

$$\begin{aligned} \sum X = 0; & \quad P \operatorname{ctg} \alpha + S_{2-4} = 0; & \quad S_{2-4} = -P \operatorname{ctg} \alpha; \\ \sum Y = 0; & \quad S_{2-3} - P = 0; & \quad S_{2-3} = P. \end{aligned}$$

Дальнейшая процедура расчета фермы на рис. 2.2 предполагает вырезание узлов 3 и 4, из рассмотрения равновесия которых найдутся усилия в стержнях 3–4, 3–5, 4–5 и 4–6. Вырезав узел 7, из уравнения  $\sum Y = 0$  можно найти еще усилие в стержне 7–6, которое в данном случае будет нулевым. Для определения усилий в остальных стержнях, если не определять опорные реакции, способ

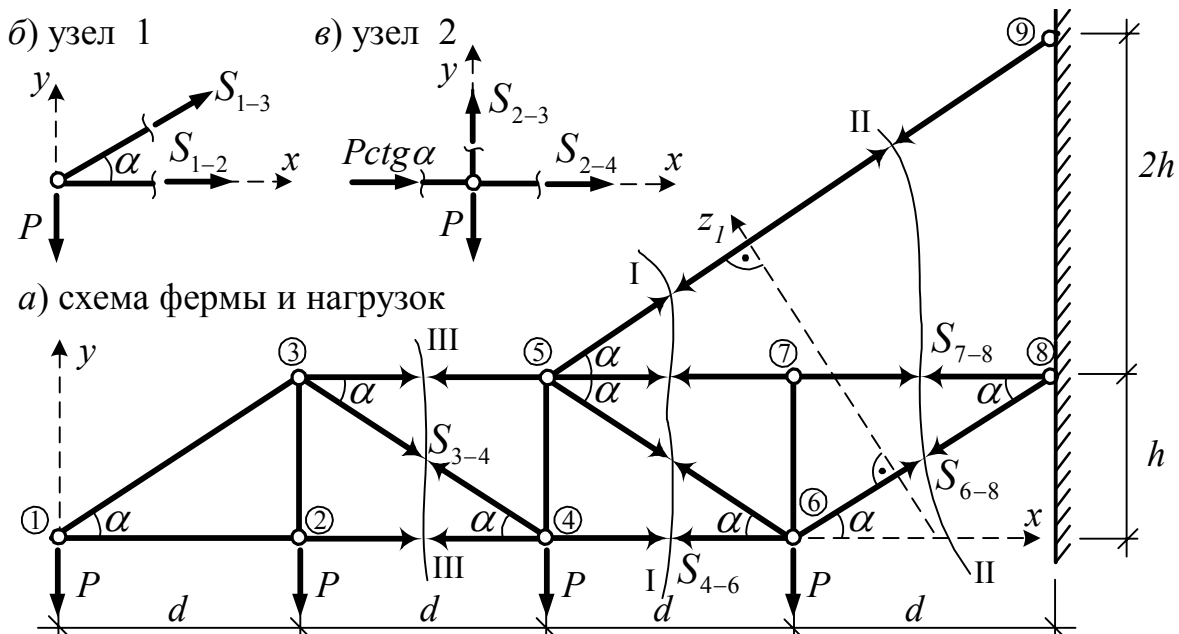


Рис. 2.2. I ðèì áí áí èà ñí î ñí áí â âû ðàçàí è ý óçèí â, î î ñí òí î é òí ÷èè è î òí âêòèè

вырезания узлов здесь не применим, так как в каждом из оставшихся узлов сходится более двух стержней с неизвестными усилиями.

Способ вырезания узлов позволяет сформулировать, так называемые, **признаки «нулевых» стержней**, с помощью которых можно быстро находить стержни, в которых усилия равны нулю:

1) в двухстержневом незагруженном узле, в котором стержни не лежат на одной прямой (рис. 2.3), усилия в обоих стержнях равны нулю:

$$\begin{aligned} \sum Z_1 = 0; & \quad -S_2 \cos \alpha = 0; & \quad S_2 = 0; \\ \sum Z_2 = 0; & \quad -S_1 \cos \beta = 0; & \quad S_1 = 0; \end{aligned}$$

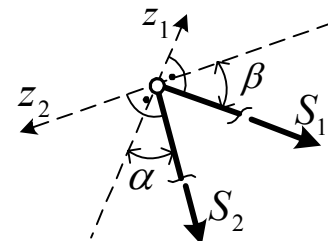


Рис. 2.3

2) в трехстержневом незагруженном узле, в котором два стержня лежат на одной прямой, а третий под углом к ним (рис. 2.4), усилие в третьем стержне равно нулю, а усилия в первых двух стержнях равны друг другу:

$$\begin{aligned} \sum Y = 0; & \quad S_3 \sin \alpha = 0; & \quad S_3 = 0; \\ \sum X = 0; & \quad -S_1 + S_2 + 0 = 0; & \quad S_1 = S_2; \end{aligned}$$

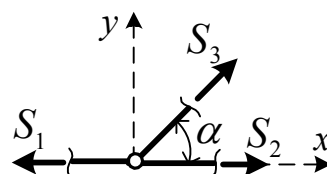


Рис. 2.4

3) в двухстержневом узле, в котором стержни не лежат на одной прямой и по направлению одного из стержней приложена сила, усилие во втором стержне будет равно нулю, а усилие в первом – указанной внешней силе:

$$\begin{aligned} \sum Z_1 = 0; & \quad -S_2 \cos \alpha = 0; & \quad S_2 = 0; \\ \sum Z_2 = 0; & \quad -S_1 - P = 0; & \quad S_1 = -P. \end{aligned}$$

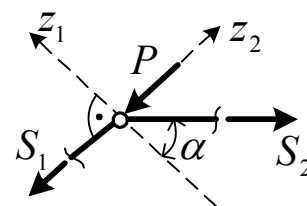


Рис. 2.5

Отметим достоинства и недостатки способа вырезания узлов. **Достоинством** является простота способа. **Недостатками** являются:

1) то, что часто нельзя сразу (без предварительного последовательного расчета ряда узлов и иногда довольно большого их количества) найти усилие в интересующем нас стержне внутри фермы;

2) то, что в процессе последовательного вырезания узлов погрешности расчетов передаются от предыдущих узлов к последующим, постепенно накапливаясь и увеличиваясь.

**Способ моментной точки.** Ферма рассекается на две части или вырезается часть ее таким образом (если это, конечно, возможно), чтобы оси всех рассеченных стержней с неизвестными усилиями, кроме одного (того, в котором ищется усилие), пересекались в одной точке; эта точка принимается за моментную и относительно ее составляется сумма моментов всех сил для рассматриваемой части фермы; из полученного уравнения определяется искомое усилие.

Например, для фермы на рис. 2.2 для определения усилия в стержне 4–6



необходимо провести сечение I–I и рассмотреть равновесие левой части фермы. Моментной для усилия  $S_{4-6}$  будет точка в узле 5, в котором пересекаются оставшиеся три стержня, рассеченные сечением I–I, то есть стержни 5–6, 5–7 и 5–9. Искомое усилие найдется из уравнения:

$$\sum M_5^{\ddot{a}\dot{a}\dot{a}} = 0; \quad -P \cdot 2d - P \cdot d - S_{4-6} \cdot h = 0; \quad S_{4-6} = -\frac{3d}{h} \cdot P.$$

Усилие в стержне 6–8 найдем, проведя сечение II–II и рассмотрев равновесие левой части фермы, с учетом того, что моментной точкой в этом случае будет также точка в узле 5, в которой пересекаются оси стержней 5–9 и 7–8, разрезанные сечением вместе со стержнем 6–8:

$$\sum M_5^{\ddot{a}\dot{a}\dot{a}} = 0; \quad -P \cdot 2d - P \cdot d + P \cdot d - S_{6-8} \cos \alpha \cdot h - S_{6-8} \sin \alpha \cdot d = 0;$$

$$S_{6-8} = -\frac{2d}{h \cos \alpha + d \sin \alpha} P.$$

**Способ проекций.** Ферма рассекается на две части или вырезается часть ее таким образом (если это, конечно, возможно), чтобы все стержни с неизвестными усилиями, кроме одного (того, в котором ищется усилие), были параллельны друг другу. Для рассматриваемой части фермы составляется сумма проекций всех сил на ось, перпендикулярную к указанным параллельным стержням. Из полученного уравнения определяется искомое усилие.

Например, для фермы на рис. 2.2 для определения усилия в стержне 7–8 можно использовать уже проведенное ранее сечение II–II; стержни 6–8 и 5–9, рассеченные сечением вместе со стержнем 7–8, параллельны друг другу; поэтому, если составить уравнение проекций всех сил, например, левой части фермы на ось  $Z_1$ , перпендикулярную стержням 6–8 и 5–9, то неизвестные усилия в этих стержнях не войдут в рассматриваемое уравнение равновесия (их проекции на ось  $Z_1$  равны нулю); в уравнении будет только одно неизвестное – усилие  $S_{7-8}$ , которое и найдется из решения уравнения:

$$\sum Z_1 = 0; \quad -4P \cos \alpha - S_{7-8} \sin \alpha = 0; \quad S_{7-8} = -4P \operatorname{ctg} \alpha.$$

Аналогично можно найти усилие в стержне 3–4, проведя сечение III–III и составив для левой части фермы сумму проекций сил на вертикальную ось  $y$  (стержни 3–5 и 2–4 горизонтальны):

$$\sum Y = 0; \quad -2P - S_{3-4} \sin \alpha = 0; \quad S_{3-4} = -\frac{2P}{\sin \alpha}.$$

Достоинствами способов моментной точки и проекций является то, что в большинстве случаев с их помощью усилия в стержнях можно выразить только через внешние нагрузки и опорные реакции (не выражая через другие усилия).

Применяя совместно способы моментной точки, проекций и вырезания узлов для большинства ферм можно найти усилия во всех стержнях.

## 2.2. Определение усилий с использованием способа замены стержней

В ряде ферм часто невозможно определить усилия, используя только выше рассмотренные способы (см., например, ферму на рис. 2.6а), так как вырезание узлов дает более двух неизвестных во всех узлах, и при использовании любого сечения рассекается более трех стержней, причем таким образом, что нельзя применить ни способ моментной точки, ни способ проекций. В таких случаях может быть применен **способ замены стержней**.

Суть способа замены стержней заключается в следующем. Один из стержней фермы удаляется, а его действие заменяется усилием в нем, которое пока неизвестно и которое обозначается, например, через  $X$  (рис. 2.6б). Для сохранения геометрической неизменяемости фермы устанавливается дополнительный стержень, и делается это так, чтобы к ферме можно было применить способы вырезания узлов, моментной точки, проекций. Например, усилия в новой ферме, представленной на рис. 2.6б, можно найти способом вырезания узлов, определив предварительно опорные реакции и вырезав затем последовательно узлы 2, 1, А, В и 4.

Полученная ферма (рис. 2.6б) будет эквивалентна исходной (рис. 2.6а), если усилие в дополнительно установленном стержне ( $S^{\bar{a}i\bar{i}}$ ) от действия внешних нагрузок и сил  $X$ , соответствующее усилию в удаленном стержне, будет равно нулю. Для определения усилия в дополнительном стержне применим принцип независимости действия сил, в соответствии с которым определим это усилие отдельно от внешней нагрузки –  $S_P^{\bar{a}i\bar{i}}$  (рис. 2.6в) и от сил  $X$  –  $S_X^{\bar{a}i\bar{i}}$  (рис. 2.6г). Учитывая, что силы  $X$  неизвестны, выразим усилие от их действия  $S_X^{\bar{a}i\bar{i}}$  через усилие от единичных значений  $X$  ( $X = 1$ ), которое обозначим –  $\bar{S}_X^{\bar{a}i\bar{i}}$ . В результате усилие в дополнительном стержне от действия сил  $X$  получим в виде

$$S_X^{\bar{a}i\bar{i}} = \bar{S}_X^{\bar{a}i\bar{i}} \cdot X. \quad (2.2)$$

Согласно принципу независимости действия сил будем иметь

$$S^{\bar{a}i\bar{i}} = S_P^{\bar{a}i\bar{i}} + S_X^{\bar{a}i\bar{i}} = S_P^{\bar{a}i\bar{i}} + \bar{S}_X^{\bar{a}i\bar{i}} \cdot X. \quad (2.3)$$

Эквивалентность работы исходной и новой фермы приводит к уравнению

$$S_P^{\bar{a}i\bar{i}} + \bar{S}_X^{\bar{a}i\bar{i}} \cdot X = 0, \quad (2.4)$$

из которого находим усилие в удаляемом стержне (2–4) исходной фермы

$$X = S_{2-4} = -\frac{S_P^{\bar{a}i\bar{i}}}{\bar{S}_X^{\bar{a}i\bar{i}}}. \quad (2.5)$$

После этого усилия в остальных стержнях заданной фермы определяются обычными способами.

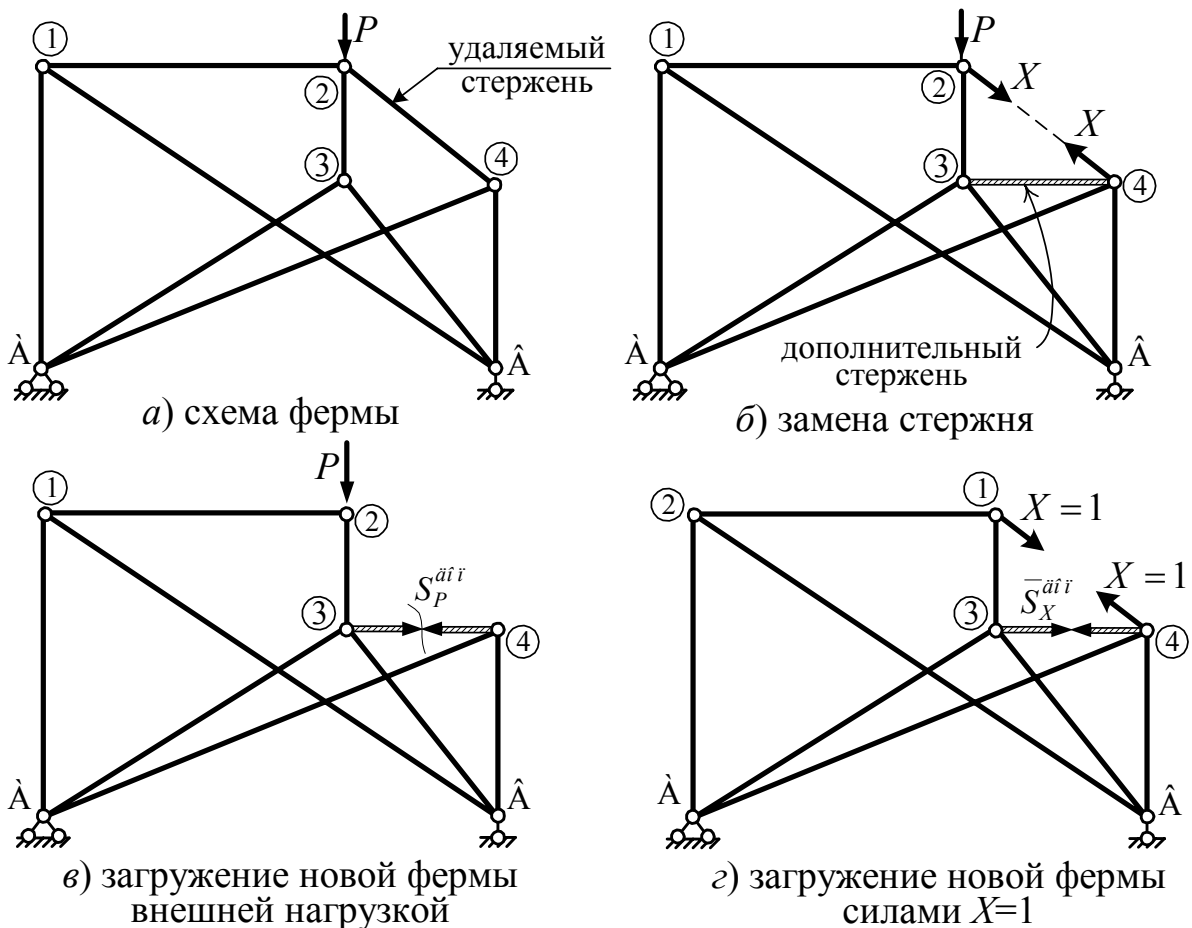
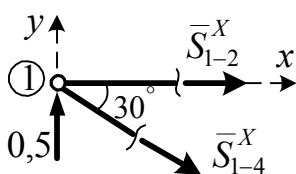


Рис. 2.6. Применение способа замены стержней

**Пример расчета.** Рассмотрим ферму, представленную на рис. 2.7а. Для этой фермы невозможно с помощью обычных уравнений равновесия определить опорные реакции, так как их в данном случае больше трех и ферма не является составной. В ферме невозможно также определить ни одного усилия с использованием способов вырезания узлов, моментной точки, проекций.

Применим способ замены стержней. Новую ферму (рис. 2.7б) получим, удалив стержень 6–7, усилие в котором обозначим через  $X$ , и установив новый стержень 2–6 таким образом, чтобы новая ферма была геометрически неизменяемой и к ее расчету можно было применить названные выше способы расчета. Найдем усилия в стержнях новой фермы от  $X = 1$ , определив предварительно опорные реакции и вырезав затем последовательно узлы 1, 4, 6 с учетом симметричности загрузки и работы фермы (рис. 2.7в):



Узел 1.

$$\begin{aligned} \sum Y = 0; & \quad 0,5 - \bar{S}_{1-4}^X \sin 30^\circ = 0; & \quad \bar{S}_{1-4}^X = 1; \\ \sum X = 0; & \quad 1 \cdot \cos 30^\circ + \bar{S}_{1-2}^X = 0; & \quad \bar{S}_{1-2}^X = -0,5\sqrt{3}; \end{aligned}$$

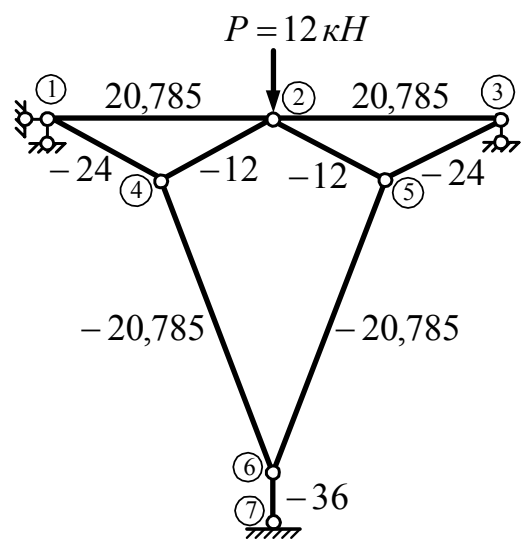
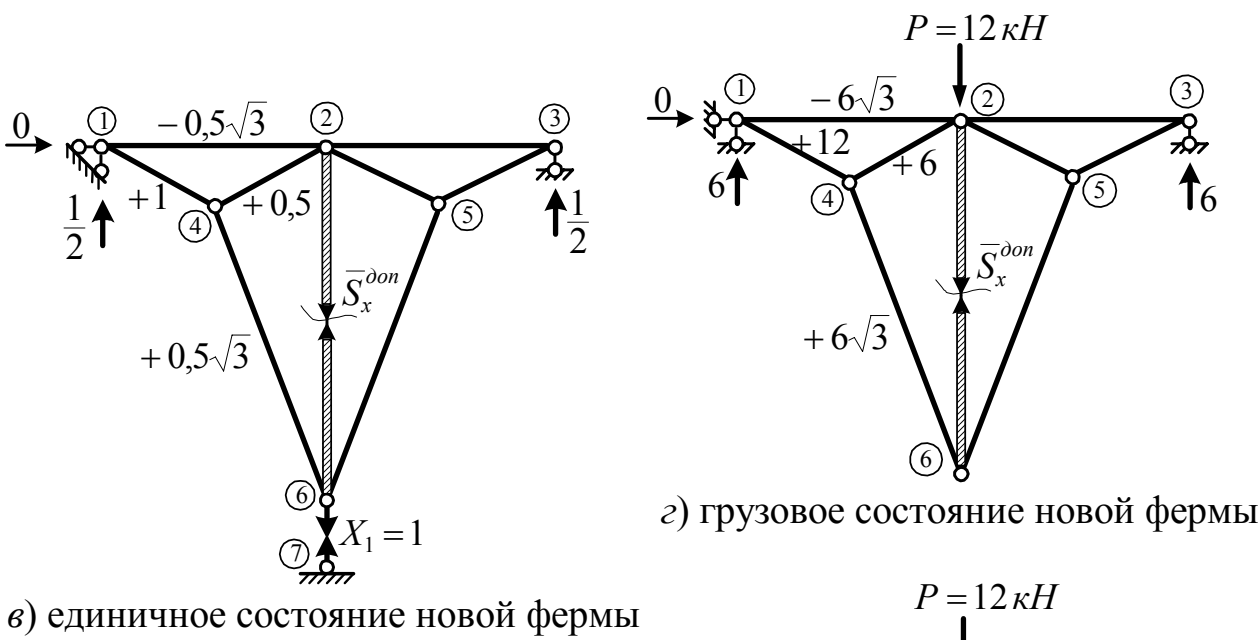
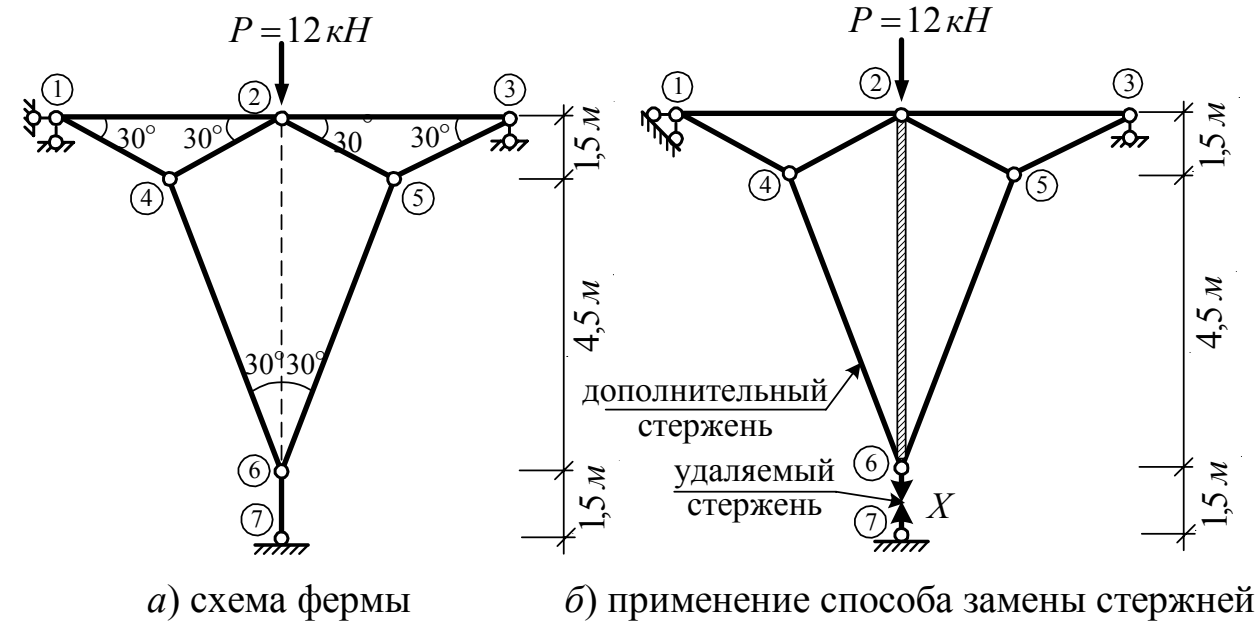
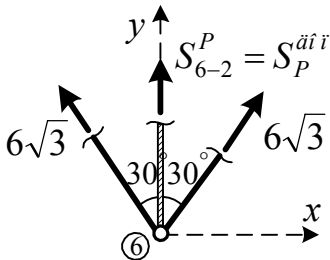
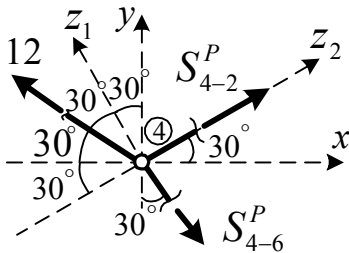
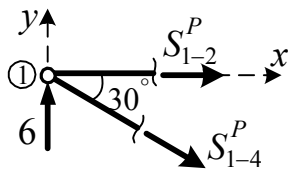
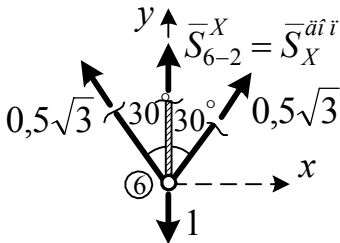
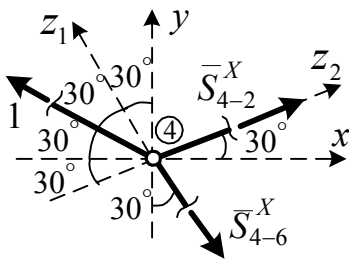


Рис. 2.7. Расчет фермы с применением способа замены стержней



Узел 4.

$$\sum Z_1 = 0; \quad 1 \cdot \cos 30^\circ - \bar{S}_{4-6}^X = 0; \quad \bar{S}_{4-6}^X = 0,5\sqrt{3}$$

$$\sum Z_2 = 0; \quad -1 \cdot \cos 60^\circ + \bar{S}_{4-2}^X = 0; \quad \bar{S}_{4-2}^X = 0,5;$$

Узел 6.

$$\sum Y = 0; \quad 0,5\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ + 0,5\sqrt{3} \cos 30^\circ + \bar{S}_{6-2}^X - 1 = 0;$$

$$\bar{S}_{6-2}^X = \bar{S}_X^{a\ddot{a}i} = 1 - 2 \cdot 0,5\sqrt{3} \cdot 0,5\sqrt{3} = -0,5.$$

Аналогично определяем усилия в стержнях новой фермы от действия внешней нагрузки (рис. 2.7z):

Узел 1.

$$\sum Y = 0; \quad 6 - S_{1-4}^P \cdot \sin 30^\circ = 0; \quad S_{1-4}^P = 12 \text{ (кН);}$$

$$\sum X = 0; \quad 12 \cdot \cos 30^\circ + S_{1-2}^P = 0; \quad S_{1-2}^P = -6\sqrt{3} \text{ (кН);}$$

Узел 4.

$$\sum Z_1 = 0; \quad 12 \cdot \cos 30^\circ - S_{4-6}^P = 0; \quad S_{4-6}^P = 6\sqrt{3} \text{ (кН);}$$

$$\sum Z_2 = 0; \quad S_{4-2}^P - 12 \cdot \cos 60^\circ = 0; \quad S_{4-2}^P = 6 \text{ (кН);}$$

Узел 6.

$$\sum Y = 0; \quad S_{6-2}^P + 6\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ + 6\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 0;$$

$$S_{6-2}^P = S_D^{a\ddot{a}i} = -2 \cdot 6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -18 \text{ (кН).}$$

В соответствии с выражением (2.5) теперь находим усилие в удаляемом стержне

$$X = S_{6-7} = -\frac{S_D^{a\ddot{a}i}}{S_X^{a\ddot{a}i}} = -\frac{-18}{-0,5} = -36 \text{ (кН).}$$

Усилия в остальных стержнях заданной фермы после этого можно найти, последовательно вырезая узлы 6, 4, 1. Но можно воспользоваться и тем, что усилия во всех стержнях отдельно от внешней нагрузки и от  $X = 1$  известны (найжены ранее), а также определено значение  $X$ . Можно усилия в стержнях от  $X = 1$  умножить на величину  $X$  (равную в данном случае 36) и сложить с усилиями от внешней нагрузки, то есть усилия во всех стержнях заданной фермы можно вычислить по формуле

$$S_i^P = \bar{S}_i^X \cdot X + S_i^P \quad (2.6)$$

Например:  $S_{4-6}^P = 0,5\sqrt{3} \cdot (-36) + 6\sqrt{3} = -20,785 \text{ (кН);}$

$$S_{1-4}^P = 1 \cdot (-36) + 12 = -24 \text{ (кН).}$$

В результате тем или иным способом определим усилия во всех стержнях заданной фермы, величины которых представлены на рис. 2.7d.

### 2.3. Особенности определения усилий в стержнях шпренгельных ферм

**Шпренгельными** называются фермы (рис. 2.8а), состоящие из основных ферм обычного вида (рис. 2.8б) и дополнительных малых фермочек (рис. 2.8в), называемых **шпренгелями**. Эти дополнительные фермочки опираются на узлы основной фермы и работают на местную нагрузку, действующую в пределах пролетов этих фермочек, передавая ее на узлы основной фермы. Применение шпренгелей позволяет уменьшать усилия в поясах путем увеличения высот ферм ( $h$ ) и уменьшать вес вспомогательных передаточных балок (и соответствующих им конструкций), передающих нагрузки, действующие в пределах панелей ферм, в узлы, путем уменьшения пролетов этих передаточных балок.

**Шпренгели** могут быть **одноярусными** и **двухъярусными** (рис. 2.8).

**Одноярусные шпренгели** передают нагрузку на соседние узлы того же пояса, на котором они ее воспринимают. Например, в ферме на рис. 2.8 шпренгель 6–8–10–7 сосредоточенную силу  $P_2$  в узле 8 передает поровну в узлы 6 и 10 основной фермы – рис. 2.8б; а шпренгель 10–12–14–11 равномерно распределенную нагрузку  $q_1$  передает в узлы 10 ( $0,125 q_1 d$ ) и 14 ( $0,375 q_1 d$ ).

**Двухъярусные шпренгели**, воспринимая нагрузку в дополнительных узлах одного из поясов, передают ее на основные узлы другого пояса фермы (например, шпренгель 14–16–18–15–13–17 (рис. 2.8) узловую нагрузку  $0,5q_2 d$ , действующую в узле 16 на верхнем поясе шпренгельной фермы, передает в узлы 13 и 17 нижнего пояса основной фермы – по  $0,25q_2 d$ ).

В шпренгельных фермах обычно выделяют три (четыре) типа стержней, при определении усилий в которых могут применяться несколько отличные подходы (рис. 2.8г):

- **1 тип** – стержни чисто основной решетки фермы;
- **2 тип** – стержни чисто шпренгелей;
- **3 тип** – стержни, полученные наложением стержней основной решетки и шпренгелей;

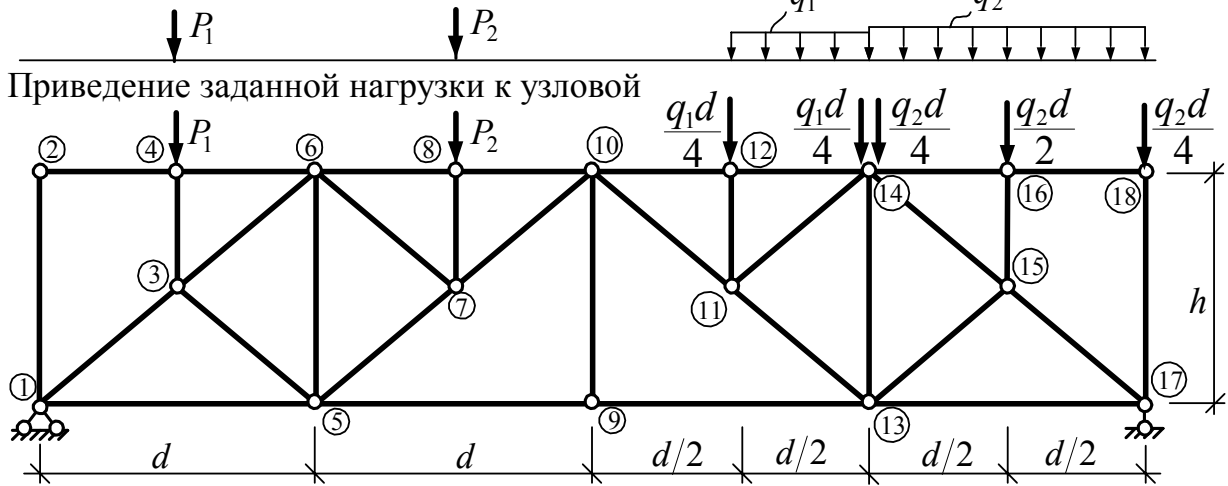
– для шпренгельных ферм с **двухъярусными шпренгелями** выделяется еще один тип стержней – **4 тип**, к которому относят стойки основной фермы, на которые в этих фермах нагрузка может передаваться как через верхний пояс (на верхние узлы стоек), так и через нижний пояс фермы (в нижние узлы стоек).

Определение усилий в стержнях шпренгельных ферм может выполняться обычными ранее рассмотренными способами.

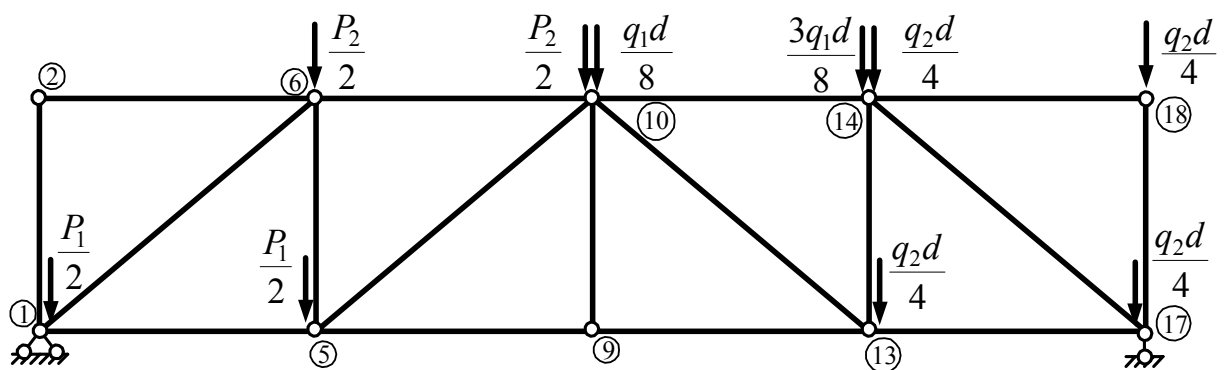
Если с применением этих способов возникают трудности, то можно воспользоваться и следующими подходами, которые вытекают исходя из анализа структуры и работы стержней шпренгельных ферм:

1. В стержнях основной решетки (1 тип), усилия можно определять из рассмотрения только основной решетки фермы. При этом нагрузки, действующие

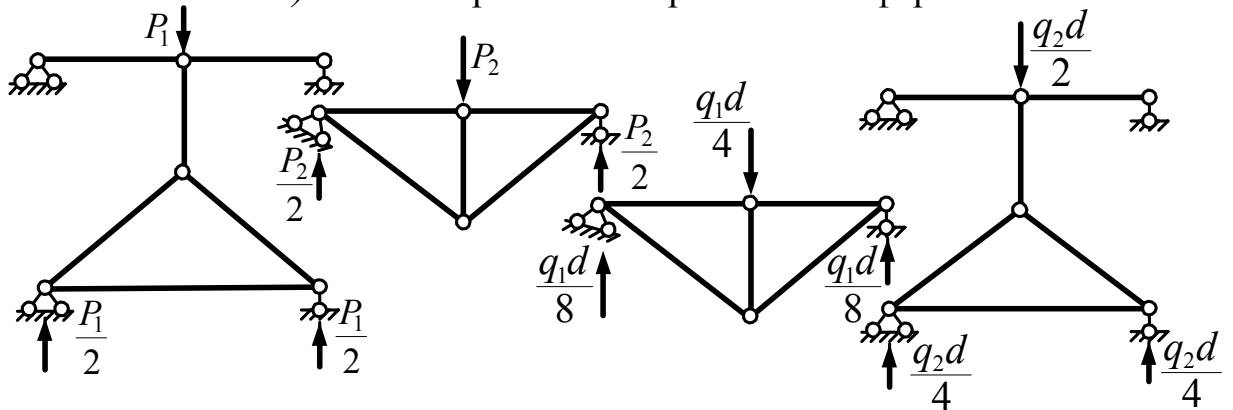
Заданная нагрузка



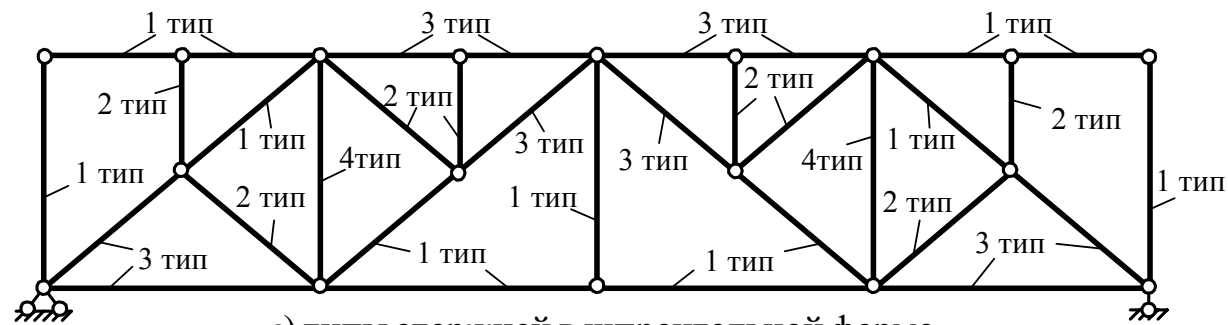
а) шпренгельная ферма



б) основная решетка шпренгельной фермы



в) шпренгеля (однорусные – средние и двухрусные – крайние)



г) типы стержней в шпренгельной ферме

Рис. 2.8. Структура и работа шпренгельных ферм

на шпренгели необходимо предварительно передать через опоры шпренгелей на основную ферму (как это сделано, например, на рис. 2.8б).

2. В стержнях 2 типа, то есть в стержнях чисто шпренгелей, учитывая, что шпренгели работают только на местную нагрузку, усилия можно определять из расчета отдельно шпренгелей на действующую на них нагрузку (рис. 2.8в).

3. В стержнях 3 типа, полученных совмещением основной решетки и шпренгелей, усилия ( $S_i$ ) можно определять суммированием усилий, полученных в этих стержнях отдельно из расчета основной решетки ( $S_i^i$ ) и отдельно из расчета шпренгелей ( $S_i^o$ ):

$$S_i = S_i^i + S_i^o . \quad (2.7)$$

4. Для стоек ферм с двухъярусными шпренгелями (тип 4) необходимо учитывать (при разделении шпренгельных ферм на основную решетку и шпренгели) передачу нагрузки с одного пояса на другой (рис. 2.8б).

**Пример расчета.** Рассмотрим расчет шпренгельной фермы, представленной на рис. 2.9а. Учитывая, что фермы работают на узловые нагрузки, на рисунке показана заданная нагрузка и ее приведение к узловой. На рис. 2.9б приведена основная решетка шпренгельной фермы (основная ферма) и представлено перераспределение нагрузки в ее узлы от шпренгелей, загрузка и работа которых частично показаны на рис. 2.9в. От остальных шпренгелей распределение нагрузки такое же.

Покажем определение ряда усилий в стержнях различных типов представленной фермы, предварительно определив опорные реакции фермы:

$$\sum M_A = 0; \quad 10 \cdot 12 \cdot 4 - R_B \cdot 10 = 0; \quad R_B = 48 \text{ (кН)};$$

$$\sum M_B = 0; \quad -10 \cdot 12 \cdot 6 + R_A \cdot 10 = 0; \quad R_A = 72 \text{ (кН)}.$$

Проверка:  $\sum Y = 0; \quad -10 \cdot 12 + 72 + 48 = 0; \quad -120 + 120 = 0 .$

**Определение усилия  $S_1$  (в стержне 5–6).** Анализ возможностей применения способов вырезания узлов, моментной точки и проекций показывает, что для определения усилия  $S_1$  здесь можно применить способ моментной точки. Проведем сечение I–I (рис. 2.9а) и учтем, что рассеченные вместе со стержнем 5–6, в котором ищется усилие, стержни 4–6 и 2–3 пересекаются в узле 1. Точку в узле 1 принимаем за моментную. Рассмотрим равновесие, например, левой части фермы (рис. 2.9з):

$$\sum M_1^{\ddot{a}\ddot{a}} = 0; \quad 72 \cdot 3 - (10 \cdot 5) \cdot 1,5 + 5 \cdot 1 - S_1 \cdot 1,778 = 0;$$

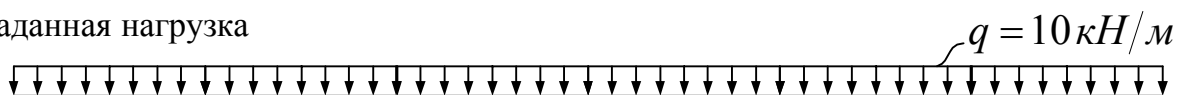
$$S_1 = 82,125 \text{ (кН)} - \text{стержень растянут.}$$

**Усилие  $S_2$  (в стержне 4–6):** Используем сечение I–I в исходной ферме (рис. 2.9а) и применим способ моментной точки – моментная точка в узле 7; рассмотрим левую часть фермы (рис. 2.9з):

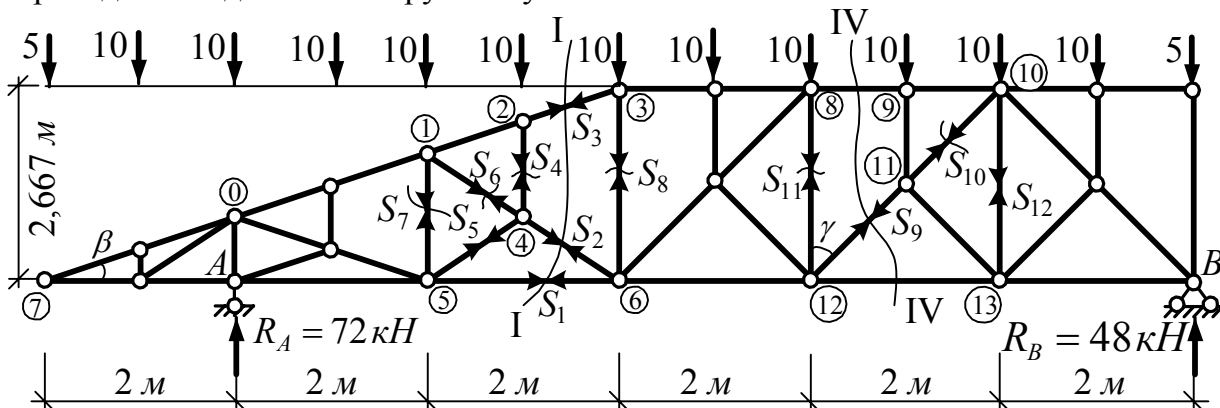
$$\sum M_7^{\ddot{a}\ddot{a}} = 0; \quad -72 \cdot 2 + (10 \cdot 5) \cdot 2,5 + 5 \cdot 5 + S_2 \cos \alpha \cdot 5 + S_2 \sin \alpha \cdot 0,889 = 0;$$



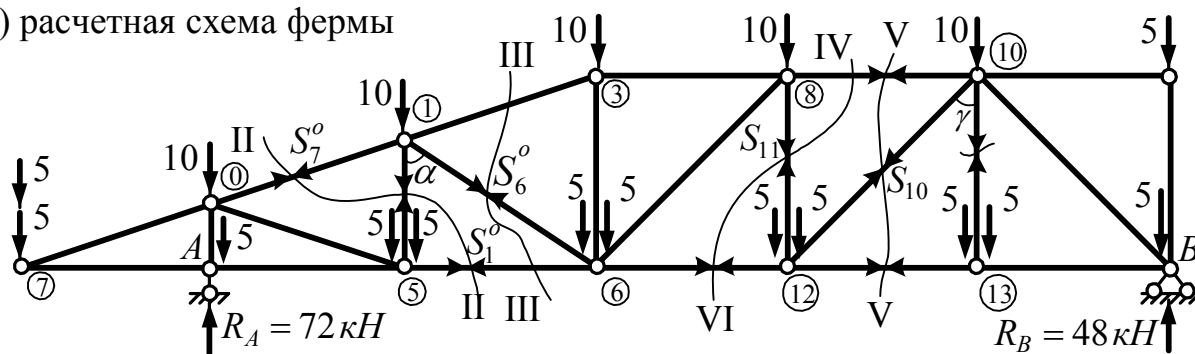
Заданная нагрузка



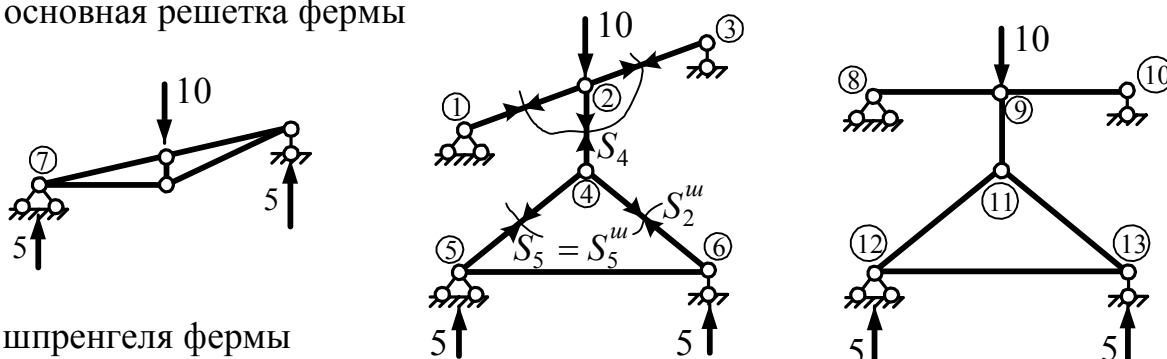
Приведение заданной нагрузки к узловой



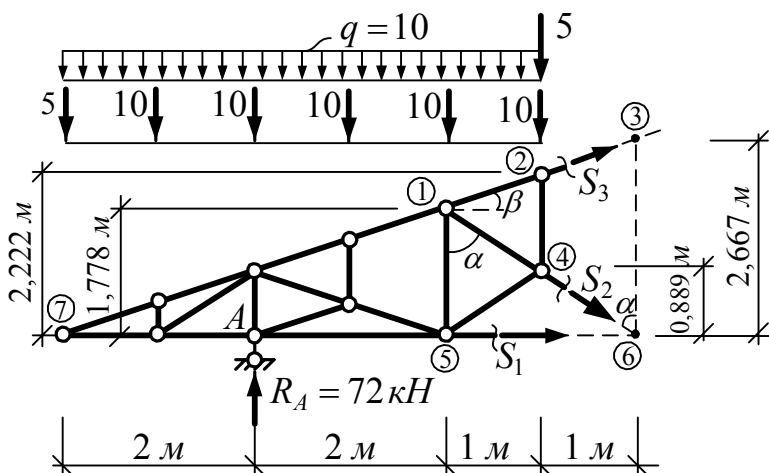
а) расчетная схема фермы



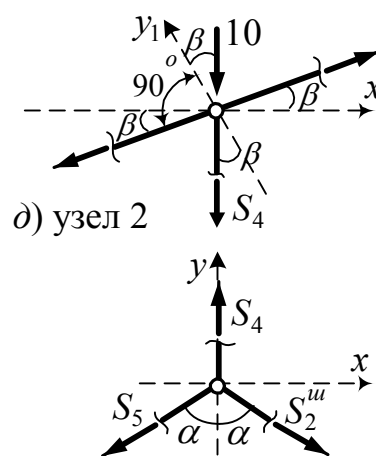
б) основная решетка фермы



в) шпренгеля фермы



г) левая часть фермы относительно сечения I-I



е) узел 4 шпренгеля

Рис. 2.9. Расчет шпренгельной фермы

где:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{1,778} = 1,125$ ;  $\alpha = 48,366^\circ$ ;  $\sin \alpha = 0,7474$ ;  $\cos \alpha = 0,6644$ ;

получаем:  $6 + S_2 \cdot 3,9864 = 0$ ;  $S_2 = -1,505$  (кН) – стержень сжат.

**Усилие  $S_3$  (в стержне 2–3).** Сечение I–I в исходной ферме (рис. 2.9а); моментная точка в узле 6; рассматриваем левую часть фермы (рис. 2.9з):

$$\sum M_6^{\ddot{a}\ddot{a}} = 0; \quad 72 \cdot 4 - (10 \cdot 5) \cdot 3,5 - 5 \cdot 1 + S_3 \cos \beta \cdot 2,222 + S_3 \sin \beta \cdot 1 = 0,$$

где:  $\operatorname{tg} \beta = \frac{2,667 - 2,222}{2} = 0,2222$ ;  $\beta = 12,529^\circ$ ;  $\sin \beta = 0,2169$ ;  $\cos \beta = 0,9762$ ;

получаем:  $108 + 2,3862 \cdot S_3 = 0$ ;  $S_3 = -45,26$  (кН) – стержень сжат.

**Усилие  $S_4$  (в стержне 2–4),** как стержне шпренгеля (3 тип), найдем из рассмотрения отдельно шпренгеля (рис. 2.9в), вырезав узел 2, вид которого, представлен на рис. 2.9д. Из уравнения равновесия узла получим:

$$\sum Y_1 = 0; \quad -5 \cos \beta - S_4 \cos \beta = 0; \quad S_4 = -10 \text{ (кН)}.$$

Можно было вырезать и узел 2 исходной фермы (рис. 2.9а), вид которого в данном случае был бы таким же.

**Усилие  $S_5$  в стержне 4–5** (3 тип) найдем из вырезания узла 4 шпренгеля (рис. 2.9в,е) через уже известное усилие  $S_4$ :

$$\sum X = 0; \quad -S_5 \sin \alpha - S_2^o \sin \alpha = 0; \quad S_2^o = S_5;$$

$$\sum Y = 0; \quad S_4 - S_5 \cos \alpha - S_2^o \cos \alpha = 0; \quad S_4 - 2S_5 \cos \alpha = 0;$$

$$S_5 = S_2^o = \frac{S_4}{2 \cos \alpha} = \frac{-10}{2 \cdot 0,6644} = -7,525 \text{ (кН)}.$$

**Усилие  $S_6$  в стержне 1–4,** который относится к 1 типу, являясь стержнем основной решетки, удобнее всего определять из рассмотрения основной решетки фермы (рис. 2.9б). Проведем сечение III–III и применим способ моментной точки, в качестве которой здесь будет выступать точка в узле 7, в которой пересекаются стержни 1–3 и 5–6, рассеченные сечением III–III вместе со стержнем 1–4:

$$\sum M_7^{\ddot{a}\ddot{a}} = 0; \quad -72 \cdot 2 + (10 + 5 + 5) \cdot 2 + (5 + 5 + 5 + 5) \cdot 4 + S_6^i \cdot 0,6644 \cdot 4 + S_6^i \cdot 0,7474 \cdot 1,778 = 0; \quad -24 + 3,9864 S_6^i = 0; \quad S_6 = S_6^i = 6,02 \text{ (кН)}.$$

Обратим внимание на то, что усилие  $S_2$  в стержне 4–6 заданной фермы (рис. 2.9а), в котором накладывается основная решетка (стержень 1–6) и шпренгель (4–6) могло быть получено и по выражению (2.7)

$$S_2 = S_2^i + S_2^o = S_6^o + S_2^o = 6,02 - 7,525 = -1,505 \text{ (кН)}.$$

Этот результат, естественно, совпадает с величиной усилия  $S_2$ , полученной выше.

**Усилие  $S_7$  (в стойке 1–5).** Стержень (рис. 2.9а) относится к четвертому типу, определим усилие в нем, рассмотрев основную решетку фермы (рис. 2.9б),

на схеме которой уже учтена передача нагрузки через двухъярусные шпренгели с верхнего пояса на нижний. Проведем сечение II–II и применим способ моментной точки, учитывая, что стержни 0–1 и 5–6 пересекаются в узле 7:

$$\sum M_7^{\text{эда}} = 0; \quad -72 \cdot 2 + (10 + 5 + 5) \cdot 2 + (5 + 5) \cdot 4 - S_7^o \cdot 4 = 0; \quad S_7 = S_7^o = -16 \text{ (кН)}.$$

**Усилие  $S_8$  (в стержне 3–6)** удобнее всего найти, вырезав узел 3 либо в исходной ферме, либо в основной решетке фермы и выразив это усилие через усилие  $S_3$ . Вид вырезанного узла здесь в обоих случаях будет одинаков (рис. 2.10). Получим:

$$\sum Y = 0; \quad -10 - S_8 - S_3 \sin \beta = 0;$$

$$S_8 = -10 - (-45,26) \cdot 0,2169 = -0,183 \text{ (кН)}.$$

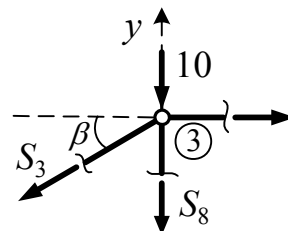


Рис. 2.10. Узел 3

**Усилие  $S_9$  в стержне 11–12**, относящемся к 3 типу, может быть найдено из рассмотрения шпренгельной фермы (рис. 2.9а). Проведем сечение IV–IV и, учитывая, что стержни 8–9 и 12–13 параллельны друг другу, применим способ проекций сил на ось, перпендикулярную осям этих стержней (на вертикальную ось  $y$ ). Рассматривая правую часть фермы (рис. 2.11), получим:

$$\sum Y^{\text{идда}} = 0;$$

$$-S_9 \cos \gamma - 10 - 10 - 10 - 5 + 48 = 0;$$

$$S_9 = \frac{13}{0,8} = 16,25 \text{ (кН)}, \text{ где: } \operatorname{tg} \gamma = \frac{2,0}{2,667} = 0,75;$$

$$\gamma = 36,87^\circ; \quad \sin \gamma = 0,6; \quad \cos \gamma = 0,8.$$

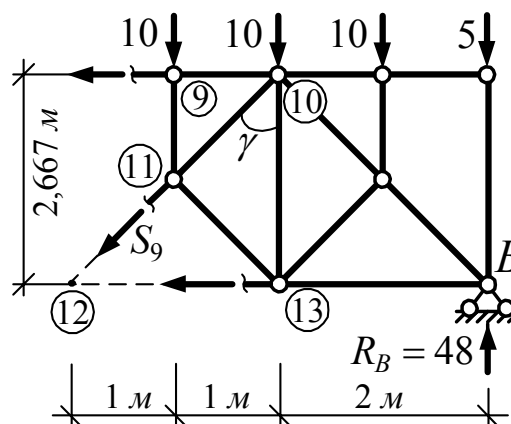


Рис. 2.11. Правая часть фермы относительно сечения IV–IV

**Усилие  $S_{10}$  в стержне 10–11** (1 тип) удобнее всего определять из основной решетки фермы (рис. 2.9б), проведя сечение V–V и применив способ проекций:

$$\sum Y^{\text{идда}} = 0; \quad -S_{10} \cdot 0,8 - 5 - 5 - 5 - 5 - 10 + 48 = 0; \quad S_{10} = 22,50 \text{ (кН)}.$$

**Усилие  $S_{11}$  в стойке 8–12**, являющееся стержнем основной фермы, также удобнее определять из основной решетки фермы (рис. 2.9б). Проведем сечение VI–IV и воспользуемся способом проекций:

$$\sum Y^{\text{идда}} = 0; \quad S_{11} - 5 \cdot 6 - 10 + 48 = 0; \quad S_{11} = -8 \text{ (кН)}.$$

**Усилие  $S_{12}$  в стойке 10–13** (рис. 2.9а), как в стержне основной фермы, определим из вырезания узла 13 основной решетки фермы (рис. 2.9б) – см. рис. 2.12:

$$\sum Y = 0; \quad S_{12} - 10 = 0; \quad S_{12} = 10 \text{ (кН)}.$$

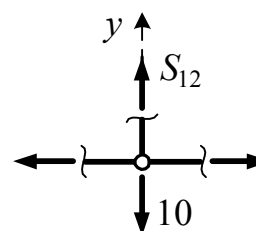


Рис. 2.12. Узел 13

### 3. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ УСИЛИЙ В ФЕРМАХ

#### 3.1. Общие определения и понятия

**Линия влияния усилия** (л.в.) – это график, показывающий закон изменения усилия в одном строго определенном месте (сечении, стержне) в зависимости от положения подвижного единичного безразмерного груза (силы), перемещающегося по всей системе и не меняющего при этом своего направления.

Так как подвижный единичный груз принимается безразмерным, то размерности ординат линий влияния усилий определяются делением размерностей усилий на размерность силы:

$$[\ddot{e} \hat{a} R] = [\ddot{e} \hat{a} Q] = [\ddot{e} \hat{a} N] = \frac{\dot{e} \hat{I}}{\dot{e} \hat{I}} \text{ – (безразмерные величины); } [\ddot{e} \hat{a} \dot{I}] = \frac{\dot{e} \hat{I} \cdot \dot{I}}{\dot{e} \hat{I}} = \dot{I} .$$

В соответствии с определением ординаты линий влияния усилий при их построении откладываются под грузом (под единичной силой), и каждая из ординат линии влияния показывает величину усилия, для которого построена соответствующая линия влияния, при расположении единичного груза (силы) над этой ординатой.

Линии влияния усилий позволяют:

- определять усилия от любых совокупностей и вариантов нагрузок;
- определять невыгодные положения систем подвижных нагрузок.

Важными при построении линий влияния усилий в стержнях ферм являются понятия **рассеченных панелей** на поясах ферм и **расчетной рассеченной панели**. Напомним, что панель пояса фермы – это область между соседними узлами на одном из поясов фермы. Различают панели верхнего и нижнего поясов фермы. При проведении в ферме сечений будут рассекаются и определенные панели поясов фермы.

**Расчетная рассеченная панель** – это рассеченная панель на том поясе фермы, по которому движется груз. Кратко далее ее будем обозначать – р. р. п.

#### 3.2. Построение линий влияния усилий в балочных фермах

Рассмотрим балочную ферму, представленную на рис. 3.1, при движении груза по нижнему поясу. Покажем принципы построения линий влияния усилий для ряда стержней с использованием способов вырезания узлов, моментной точки и проекций.

Заметим, что для балочных ферм линии влияния усилий в стержнях удобно выражать через линии влияния опорных реакций, и поэтому их предварительно необходимо построить.

**Линия влияния опорной реакции**  $R_A$ . Для определения закона измене-

ния  $R_A$  составим уравнение равновесия фермы, учитывая возможность движения единичного груза по всей ее длине:

$$\sum M_B = 0; \quad -1 \cdot x_B + R_A \cdot 5d = 0; \quad R_A = \frac{x_B}{5d}. \quad (3.1)$$

Подставляя значения  $x$ -ой ординаты положения груза относительно точки  $B$  и откладывая соответствующие значения  $R_A$  под грузом:

При  $x_B = l = 5d$   $R_A = 1$ ; при  $x_B = 0$   $R_A = 0$ ; при  $x_B = -d$   $R_A = 0,2$ , получим линию влияния опорной реакции  $R_A$  в виде, показанном на рис. 3.1.

**Линия влияния**  $R_B$  строится аналогично (рис. 3.1) с использованием уравнения:  $\sum M_A = 0; \quad -R_B \cdot 5d + 1 \cdot x_A = 0; \quad R_B = \frac{x_A}{5d}. \quad (3.2)$

Анализ полученных линий влияния опорных реакций в балочной ферме показывает, что они являются линейными на протяжении всей длины фермы и имеют такой же вид, а также строятся по тем же принципам, что и линии влияния опорных реакций в простых двухопорных балках.

Теперь можно приступить к построению л. в. усилий в стержнях фермы.

**Линия влияния усилия  $S_1$  (в стержне 5–10)**. Для определения закона изменения усилия  $S_1$  можно использовать способ проекций, если провести сечение I–I и учесть, что два других стержня (4–5 и 10–11), разрезанные сечением, параллельны друг другу. А так как эти стержни в данном случае еще и горизонтальны, то в качестве уравнения равновесия используем сумму проекций сил на вертикальную ось ( $y$ ). Расчетная рассеченная панель находится между узлами 10 и 11. Следует заметить, что законы изменения усилия будут различными на трех участках: слева от расчетной рассеченной панели, на участке расчетной рассеченной панели и справа от нее. Для нахождения этих законов движение единичного груза следует рассматривать отдельно по каждому из участков.

*А. Груз слева от расчетной рассеченной панели* (р. р. п.) – можно рассматривать равновесие либо левой, либо правой частей фермы. В левой части фермы усилие будет выражаться через опорную реакцию  $R_A$  и единичный груз, в правой части – только через опорную реакцию  $R_B$ . Проще будем иметь выражение при рассмотрении правой части фермы.

Таким образом, при рассечении балочной фермы на две части проще рассматривать равновесие той ее части, на которой нет груза.

Рассматривая правую часть фермы, получим:

$$\sum Y^{ид\hat{a}\hat{a}} = 0; \quad -S_1 \cos \alpha + R_B = 0; \quad S_1 = \frac{R_B}{\cos \alpha}; \quad \ddot{e} \cdot \hat{a} \cdot S_1 = (\ddot{e} \cdot \hat{a} \cdot R_B) / \cos \alpha,$$

то есть линия влияния  $S_1$  будет изменяться по закону изменения линии влияния

опорной реакции  $R_B$ , все ординаты которой необходимо разделить на  $\cos \alpha$  (угол  $\alpha$  легко находится из геометрических соображений).

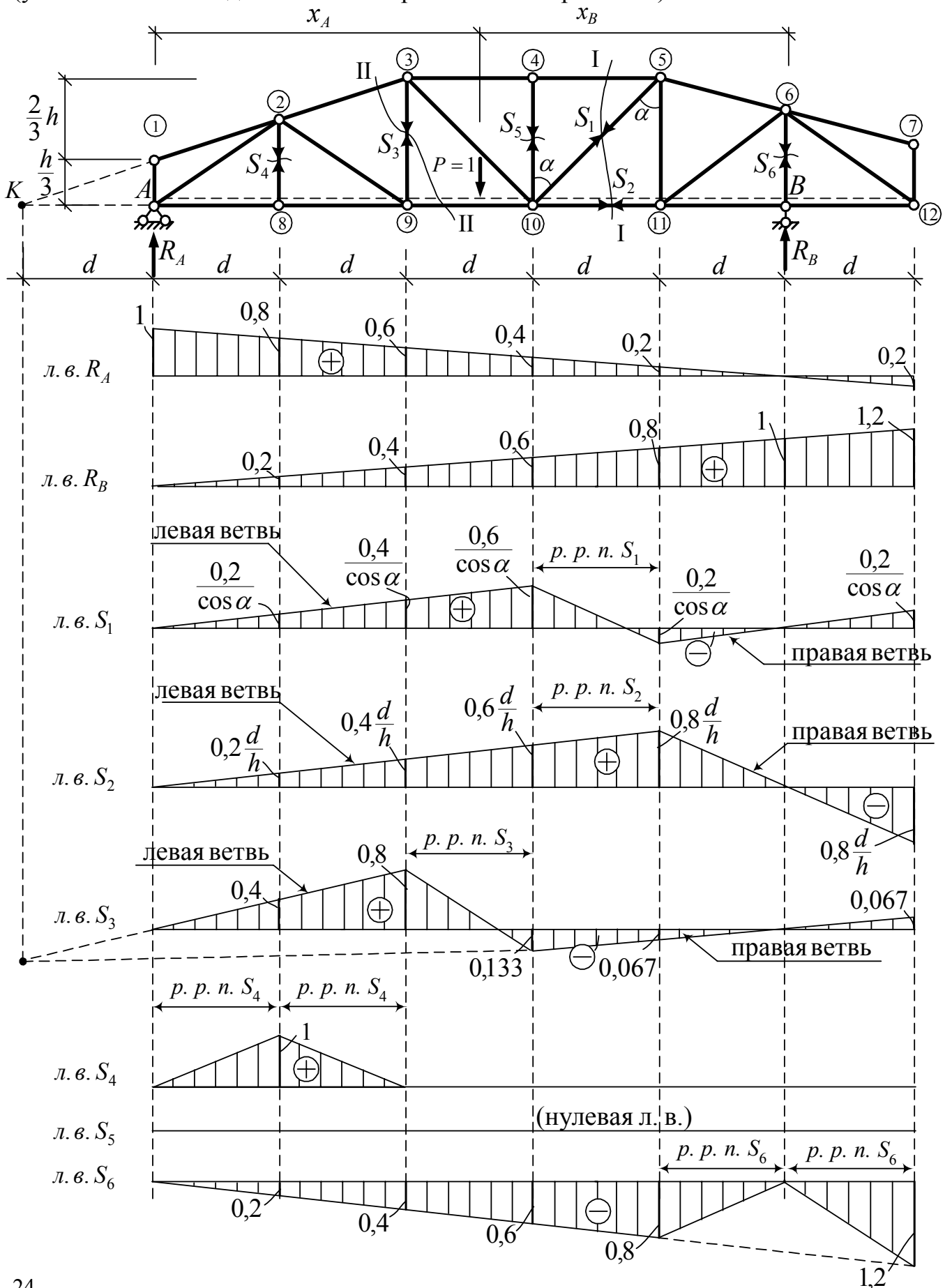


Рис. 3.1. Линии влияния усилий в балочной ферме

Б. Груз справа от расчетной рассеченной панели – рассматриваем левую часть фермы:

$$\sum Y^{\ddot{a}\ddot{a}} = 0; \quad + S_1 \cos \alpha + R_A = 0; \quad S_1 = -\frac{R_A}{\cos \alpha}; \quad \ddot{e} . \hat{a} . S_1 = -(\ddot{e} . \hat{a} . R_A) / \cos \alpha .$$

В. Груз на участке расчетной рассеченной панели. Фермы работают на узловые нагрузки. Передача нагрузок в узлы ферм (рис. 3.2б) осуществляется через передаточные балочки в виде простых двухопорных балок (рис. 3.2а) с пролетом, равным длине панелей загруженного пояса фермы ( $d$ ). Величины опорных реакций такой балки от действия подвижного единичного груза (рис. 3.2а) изменяются по линейным законам:

$$R_C = \frac{d-x}{d}; \quad R_D = \frac{x}{d}. \quad (3.3)$$

При этом  $R_C$  изменяется от 1 до 0, а  $R_D$  – от 0 до 1.

Для изучения закона изменения усилий  $S_1$  на участке расчетной рассеченной панели рассмотрим равновесие одной из частей фермы (например, правой) с учетом передачи единичного груза на участке расчетной рассеченной панели (4–5) через передаточную балочку в узлы 4 и 5 (рис. 3.2б):

$$\sum Y^{прав} = 0; \quad - S_1 \cos \alpha + R_B + R_4 - 1 = 0; \quad S_1 = \frac{R_B + R_4 - 1}{\cos \alpha}. \quad (3.4)$$

Так как линии влияния  $R_B$  и  $R_4$  изменяются по линейным законам (3.2), (3.3), то и л. в.  $S_1$  на участке расчетной рассеченной панели будет линейной. При расположении единичного груза под узлом 4, учитывая, что опорная реакция  $R_B$  в этом случае равна 0,6 (см л. в.  $R_B$  на рис. 3.1), а  $R_4 = 1$  (3.3), получим

$$S_1 = \frac{0,6 + 1 - 1}{\cos \alpha} = \frac{0,6}{\cos \alpha}.$$

Эта величина совпадает с ординатой линии влияния  $S_1$  под узлом 4, полученной при движении груза слева от расчетной рассеченной панели.

При расположении единичного груза над узлом 5 ( $R_B = 0,8$ ;  $R_4 = 0$ ) усилие  $S_1$  (3.4) получим равным

$$S_1 = \frac{0,8 + 0 - 1}{\cos \alpha} = -\frac{0,2}{\cos \alpha}.$$

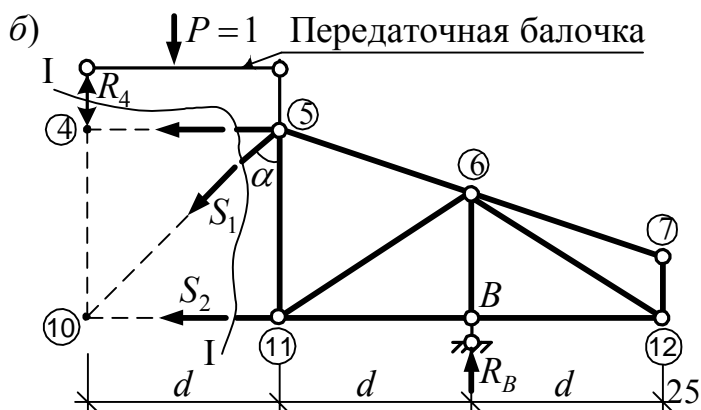
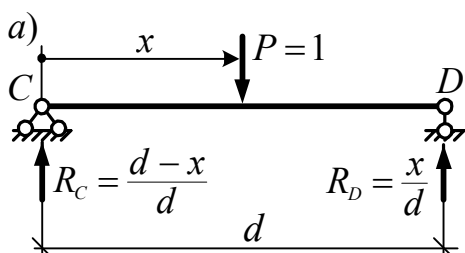


Рис. 3.2. Работа передаточной балочки

Эта величина также совпадает с ординатой линии влияния  $S_1$  под узлом 5, вычисленной при движении груза справа от расчетной рассеченной панели.

Получаем, что при переходе груза с левой части фермы на участок расчетной рассеченной панели и с нее на правую часть фермы линия влияния  $S_1$  изменяется непрерывно (под узлами 4 и 5 ординаты слева и справа одинаковы).

Можно сделать вывод который будет соблюдаться всегда: на участках расчетных рассеченных панелей линии влияния усилий будут всегда изменяться по линейному закону, а в крайних точках расчетной рассеченной панели их ординаты будут всегда равны соответствующим ординатам, полученным из расчета линий влияния при движении груза слева и справа от расчетной рассеченной панели. Поэтому на участках расчетных рассеченных панелей линии влияния далее будем получать путем проведения прямолинейного отрезка, соединяющего ординаты слева и справа от расчетной рассеченной панели, полученные при движении груза соответственно слева и справа от этой расчетной рассеченной панели. Этот прямолинейный отрезок называют **соединительной, переходной** или **передаточной прямой (линией)**.

В результате окончательно линия влияния усилия  $S_1$  будет иметь вид, представленный на рис. 3.1.

Анализ линии влияния  $S_1$  показывает, что ее **левая ветвь** (слева от расчетной рассеченной панели – между узлами А и 10) и **правая ветвь** (справа от р. р. п. – между узлами 11 и 12) **параллельны друг другу**. Эта закономерность связана со способом определения усилия – способом проекций и будет соблюдаться всегда при использовании способа проекций в случаях, когда усилие выражается только через груз и опорные реакции.

**Линия влияния усилия  $S_2$  (в стержне 10–11)**. Для определения этого усилия можно использовать сечение I–I и способ моментной точки, учитывая, что стержни 4–5 и 10–5, рассеченные сечением, пересекаются в узле 5. Центр этого узла и следует принять за моментную точку. Расчетная рассеченная панель находится между узлами 10 и 11. Определим законы изменения усилия  $S_2$  при движении груза  $P = 1$  на трех участках:

а) *груз слева от расчетной рассеченной панели* – рассматриваем равновесие правой части фермы:



$$\sum M_5^{\dot{i}d\dot{a}\dot{a}} = 0; \quad S_2 \cdot h - R_B \cdot d = 0; \quad S_2 = R_B \frac{d}{h}; \quad \ddot{e} \cdot \hat{a} \cdot S_2 = (\ddot{e} \cdot \hat{a} \cdot R_B) \cdot \frac{d}{h};$$

б) груз справа от расчетной рассеченной панели – рассматриваем равновесие левой части фермы:

$$\sum M_5^{\ddot{e}\dot{a}\dot{a}} = 0; \quad -S_2 \cdot h + R_A \cdot 4d = 0; \quad S_2 = R_A \frac{4d}{h}; \quad \ddot{e} \cdot \hat{a} \cdot S_2 = (\ddot{e} \cdot \hat{a} \cdot R_A) \cdot \frac{4d}{h};$$

в) на участке расчетной рассеченной панели (10–11) проводим передаточную прямую.

Линия влияния усилия  $S_2$  показана на рис. 3.1.

Анализ этой линии влияния показывает, что ее левая и правая ветви пересекаются под моментной точкой. Эта закономерность также будет соблюдаться всегда при использовании способа моментной точки в случаях, когда усилие можно выразить только через груз и опорные реакции.

**Линия влияния усилия  $S_3$  (в стержне 3–9).** Для определения этого усилия необходимо провести сечение II–II (рис. 3.1) и применить способ моментной точки, в качестве которой следует принять точку пересечения осей стержней 2–3 и 9–10, рассеченных сечением вместе со стержнем 3–9, то есть точку  $K$ . Расчетная рассеченная панель (р. р. п.) находится между узлами 9 и 10. Опять рассмотрим отдельно три участка движения груза  $P=1$ :

а) груз слева от р. р. п. – рассмотрим равновесие правой части фермы:

$$\sum M_{\dot{e}}^{\dot{i}d\dot{a}\dot{a}} = 0; \quad S_3 \cdot 3d - R_A \cdot 6d = 0; \quad S_3 = R_B \frac{6d}{3d} = 2R_B;$$

$$\ddot{e} \cdot \hat{a} \cdot S_3 = (\ddot{e} \cdot \hat{a} \cdot R_B) \cdot 2;$$

б) груз справа от р. р. п. – рассмотрим равновесие левой части фермы:

$$\sum M_{\dot{e}}^{\ddot{e}\dot{a}\dot{a}} = 0; \quad -S_3 \cdot 3d - R_A \cdot d = 0; \quad S_3 = -0,333R_A; \quad \ddot{e} \cdot \hat{a} \cdot S_3 = (\ddot{e} \cdot \hat{a} \cdot R_A) \cdot (-0,333);$$

в) на участке р. р. п. проводим передаточную прямую.

Линия влияния усилия  $S_3$  показана на рис. 3.1. Ее левая и правая ветви, как и должно быть, пересекаются под моментной точкой  $K$ .

**Линия влияния усилия  $S_4$  (в стержне 2–8).** Усилие  $S_4$  можно найти, вырезав узел 8. И так этот узел находится на нижнем поясе фермы, по которому движется единичный груз, то при вырезании его получим две расчетные рассеченные панели – А–8 и 8–9. Для определения законов изменения усилия необходимо рассмотреть три участка движения груза:

а) груз в узле 8 – вырезав узел 8, получим (рис. 3.3а):

$$\sum Y = 0; \quad S_4 - 1 = 0; \quad S_4 = 1;$$

под узлом 8 откладываем единицу со зна-

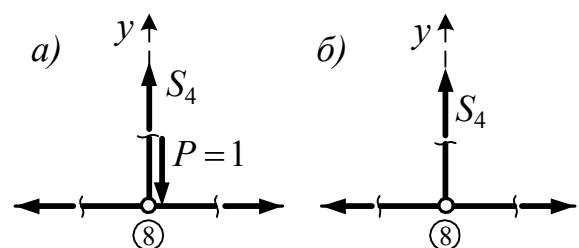


Рис. 3.3. Вырезание узла 8

ком «плюс»;

б) груз вне узла и вне расчетных рассеченных панелей (рис. 3.3б):

$$\sum Y = 0; \quad S_4 = 0;$$

в) груз на участках р. р. п. (А–8 и 8–9) – проводим передаточные прямые.

Окончательный вид линии влияния усилия  $S_4$  показан на рис. 3.1.

**Линия влияния усилия  $S_5$  (в стержне 4–10).** Усилие  $S_5$  также проще всего определить способом вырезания узлов – вырезав узел 4. При этом, так как узел 4 находится на верхнем поясе фермы, а единичный груз движется по нижнему ее поясу, то груз в узел 4 попасть вообще не может. Из вырезания узла 4 в этом случае получим, что  $S_5 = 0$  при любом положении груза, и значит линия влияния  $S_5$  будет на всей длине фермы нулевой (рис 3.1).

**Линия влияния усилия  $S_6$  (в стержне 6–В).** Усилие  $S_6$  удобнее всего определять способом вырезания узла – узла В. При этом здесь усилие будет выражаться через единичный груз (в случае, когда он будет передаваться в узел В) и через опорную реакцию  $R_B$ . Как и всегда при вырезании узла, находящегося на поясе, по которому движется груз, необходимо рассмотреть три участка его движения:

а) груз в узле В (рис. 3.4):

$$\sum Y = 0; \quad S_6 + R_B - 1 = 0; \quad S_6 = 1 - R_B;$$

реакция  $R_B$  при положении груза в узле В равна единице (см. л. в.  $R_B$  на рис. 3.1), и в этом случае  $S_6 = 1 - 1 = 0$ , т. е. под узлом В для линии влияния  $S_6$  необходимо отложить ноль;

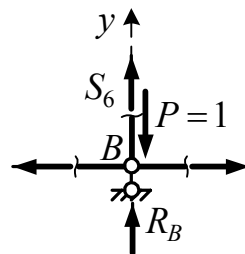


Рис. 3.4. Узел В

б) груз вне узла и вне расчетных рассеченных панелей:

$$\sum Y = 0; \quad S_6 + R_B = 0; \quad S_6 = -R_B; \quad \text{ѐ. ѓ. } S_6 = -(\text{ѐ. ѓ. } R_B);$$

то есть на участке А–11 и под узлом 12 для линии влияния  $S_6$  справедливым будет закон изменения линии влияния опорной реакции  $R_B$  со знаком «минус»;

в) на участках расчетных рассеченных панелей (11–В и В–12) проводим передаточные прямые.

Линию влияния усилия  $S_6$  получим в виде, представленном на рис. 3.1.

► Таким образом, при использовании для построения линии влияния способа вырезания узла, если этот узел находится на поясе, по которому движется груз, необходимо рассматривать три случая (участка) движения груза:

- а) груз в узле;
- б) груз вне узла и вне расчетных рассеченных панелей;
- в) груз на участках расчетных рассеченных панелей;

если же узел находится на незагруженном поясе, то, вырезав узел, достаточно выразить искомое усилие через усилия в других стержнях, сходящихся в узле, линии влияния которых предварительно необходимо построить.

### 3.3. Построение линий влияния усилий в консольных фермах

Особенностью расчета консольных ферм, как и любых консольных систем, у которых все опоры расположены с одной стороны, является то, что для определения усилий в них практически всегда удобнее и проще рассматривать равновесие отсеченных консольных частей, в которых нет опор и для которых уравнения равновесия будут включать только искомые усилия и внешние нагрузки. При рассмотрении для таких систем опорных частей в уравнения равновесия будут входить кроме усилий в стержнях и внешних нагрузок также опорные реакции (а их в таких системах может быть несколько), которые предварительно надо находить. При рассмотрении же консольных частей можно вообще обойтись без определения опорных реакций (если этого не требуется по другим причинам).

Покажем принципы построения линий влияния усилий в консольных фермах на примере полураскосной фермы, представленной на рис. 3.5.

**Линия влияния усилия  $S_1$  (в стержне 2–3).** Для определения усилия  $S_1$  в рассматриваемой ферме удобнее всего провести сечение I–I (рис. 3.5) и применить способ моментной точки, учитывая, что из четырех рассеченных стержней три (кроме стержня 2–3, в котором ищется усилие) пересекаются в узле 15.

Расчетная рассеченная панель (р. п. п.) будет находиться между узлами 2 и 3. Рассмотрим движение единичного груза на трех участках:

а) груз слева от р. п. п. – рассматриваем правую часть фермы:

$$\sum M_{15}^{npae} = 0; \quad -S_1 \cdot h = 0; \quad S_1 = 0;$$

б) груз справа от р. п. п. – также рассматриваем правую часть фермы:

$$\sum M_{15}^{npae} = 0; \quad -S_1 \cdot h + 1 \cdot x_1 = 0; \quad S_1 = \frac{x_1}{h}$$

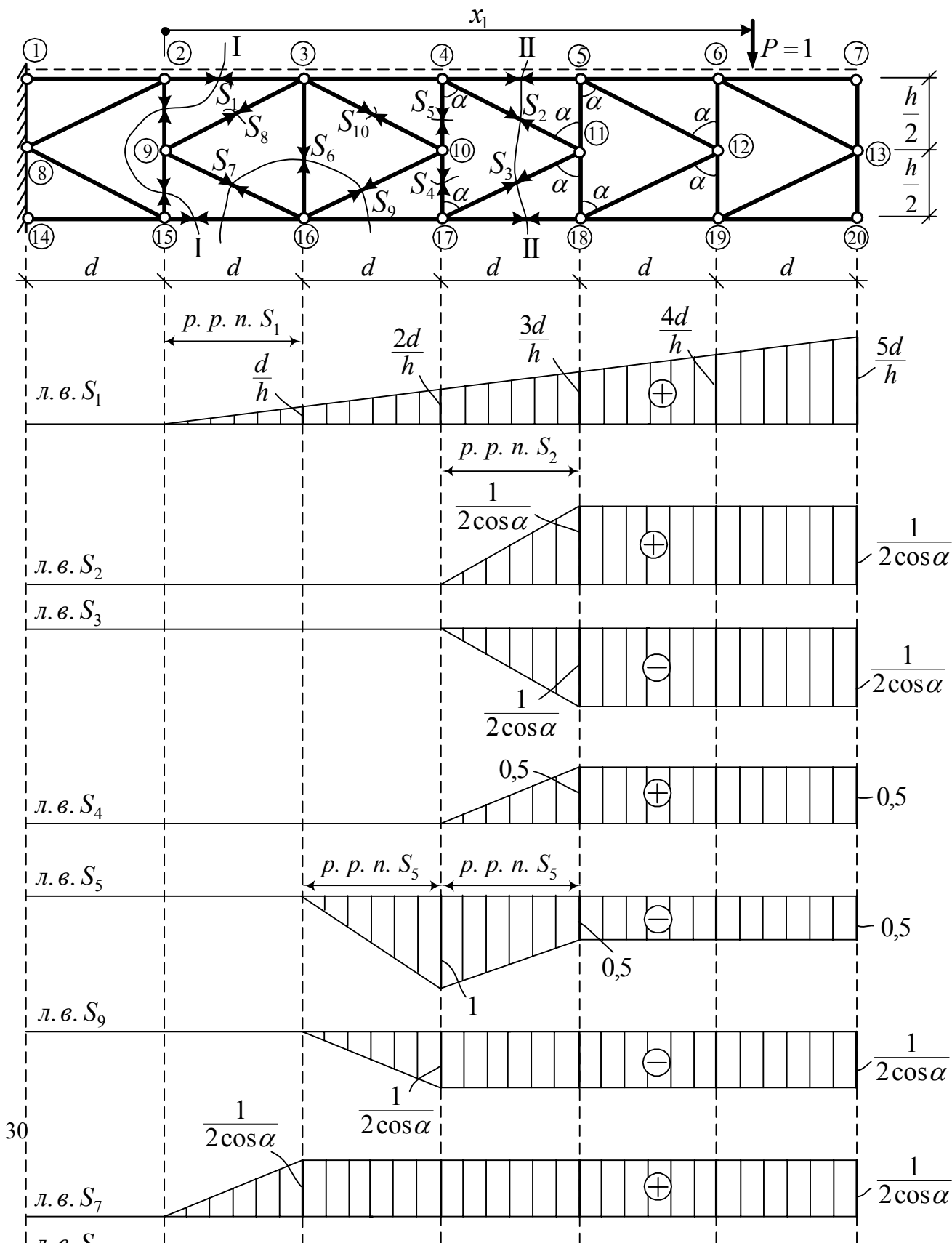
$$\left( \text{при } x_1 = d \quad S_1 = \frac{d}{h}; \quad \text{при } x_1 = 2d \quad S_1 = \frac{2d}{h}; \quad \text{при } x_1 = 5d \quad S_1 = \frac{5d}{h} \right);$$

в) на участке расчетной рассеченной панели проводим передаточную пря-

ую, которая в данном случае совпадает по закону изменения с правой ветвью.

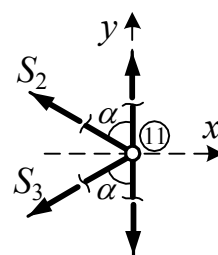
Заметим, что левая (нулевая) и правая ветви линии влияния  $S_1$  пересекаются под моментной точкой – под узлом 15.

**Линия влияния  $S_2$  (в стержне 4–11).** При проведении сечения II–II пересекается четыре стержня (рис. 3.5) и непосредственно применить ни один из способов определения усилий в фермах не удастся. Другие сечения приводят к такому же результату. В подобных случаях необходимо либо одно из усилий



определить предварительно (построить его линию влияния) и затем выражать искомое усилие через него, либо найти зависимость искомого усилия от другого неизвестного усилия, попавшего в сечение, что позволит сократить число неизвестных.

В рассматриваемом случае можно найти зависимость между усилиями  $S_2$  и  $S_3$ , вырезав узел 11 (рис. 3.6) и составив уравнение проекций сил в этом узле на горизонтальную ось:



$$\sum X = 0; \quad -S_2 \sin \alpha - S_3 \sin \alpha = 0; \quad S_3 = -S_2. \quad \text{Рис. 3.6. Узел 11}$$

Теперь для частей фермы относительно сечения II–II можно использовать способ проекций. Расчетная рассеченная панель находится между узлами 4 и 5. Рассмотрим движение груза на трех участках:

а) *груз слева от расчетной рассеченной панели (4–5)*– рассматриваем правую часть фермы:

$$\begin{aligned} \sum Y^{прав} = 0; \quad S_2 \cos \alpha - S_3 \cos \alpha = 0; \quad S_2 \cos \alpha - (-S_2) \cos \alpha = 0; \\ 2S_2 \cos \alpha = 0; \quad S_2 = 0 \quad (\text{линия влияния слева от р. п. нулевая}); \end{aligned}$$

б) *груз справа от расчетной рассеченной панели* – также рассматриваем правую часть фермы:

$$\sum Y^{прав} = 0; \quad S_2 \cos \alpha - S_3 \cos \alpha - 1 = 0; \quad 2S_2 \cos \alpha - 1 = 0; \quad S_2 = \frac{1}{2 \cos \alpha},$$

то есть при движении груза справа от расчетной рассеченной панели усилие  $S_2$  является величиной постоянной;

в) *на участке расчетной рассеченной панели* проводим передаточную прямую (рис. 3.5). Левая и правая ветви линии влияния  $S_2$  параллельны друг другу.

**Линия влияния усилия  $S_3$  (в стержне 11–17).** В соответствии с полученной выше зависимостью ( $S_3 = -S_2$ ) будет такой же, как линия влияния усилия  $S_2$ , только будет иметь обратный знак (рис. 3.5).

**Линия влияния усилия  $S_4$  (в стержне 10–17).** Закон изменения усилия  $S_4$  проще всего найти способом вырезания узлов. Вырежем узел 17, находящийся на нижнем поясе фермы (рис. 3.7а). Так как груз движется по верхнему поясу, то в узел 17 он попасть не может, и из уравнения равновесия узла мы найдем зависимость усилия  $S_4$  через усилие  $S_3$ , закон изменения которого уже известен и линия влияния которого построена. Получим:

$$\sum Y = 0; \quad S_4 + S_3 \cos \alpha = 0; \quad S_4 = -S_3 \cos \alpha; \quad \text{ѐ. ѓ. } S_4 = (\text{ѐ. ѓ. } S_3) \cdot (-\cos \alpha);$$

Линия влияния усилия  $S_4$  показана на рис. 3.5.

**Линия влияния усилия  $S_5$  (в стержне 4–10).** Закон изменения этого усилия найдем, вырезав узел 4. Узел находится на поясе, по которому движется груз, поэтому необходимо рассмотреть три случая движения (расположения) груза:

а) *единичный груз в узле 4* (рис. 3.7б):

$$\sum Y = 0; \quad -1 - S_2 \cos \alpha - S_5 = 0; \quad S_5 = -S_2 \cos \alpha - 1;$$

так как при положении груза в узле 4 усилие  $S_2$  равно нулю (см. л.в.  $S_2$  на рис 3.5), то получаем:

$$S_5 = -0 \cdot \cos \alpha - 1 = -1;$$

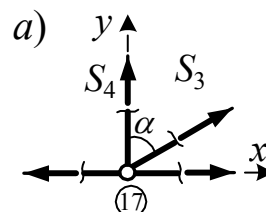
б) *груз вне узла 4 и вне расчетных рассеченных панелей:*

$$\sum Y = 0; \quad -S_2 \cos \alpha - S_5 = 0; \quad S_5 = -S_2 \cos \alpha;$$

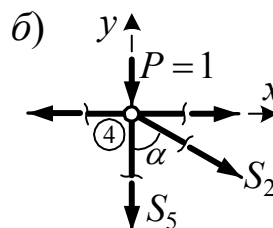
$$\text{ѐ. ѓ. } S_5 = (\text{ѐ. ѓ. } S_2) \cdot (-\cos \alpha);$$

в) *на участках расчетных рассеченных панелей*

(3–4 и 4–5) проводим передаточные прямые.



Узел 17



Узел 4

Рис. 3.7

**Линия влияния усилия  $S_6$  (в стержне 3–16).** Закон изменения этого усилия удобнее всего найти, вырезав узел 16 и выразив усилие  $S_6$  через усилия  $S_7$  и  $S_9$ . Так как узел 16 относится к поясу, по которому груз не движется, то из равновесия этого узла мы получим выражение закона изменения усилия  $S_6$  через законы изменения (линии влияния) усилий  $S_7$  и  $S_9$  для движения груза по всей длине фермы.

Линии влияния усилий  $S_7$  и  $S_9$  строятся аналогично линиям влияния усилия  $S_3$ , поэтому процедуру их расчета и построения здесь повторять не будем, а покажем сразу окончательный вид линий влияния этих усилий (рис. 3.5), представив читателю возможность построить их самостоятельно.

Вырезав после этого узел 16 (рис. 3.8) и рассмотрев его равновесие, получим:

$$\sum Y = 0; \quad S_6 + S_7 \cos \alpha + S_9 \cos \alpha = 0; \quad S_6 = -(S_7 + S_9) \cos \alpha;$$

$$\ddot{e} \hat{a} S_6 = [(\ddot{e} \hat{a} S_7) + (\ddot{e} \hat{a} S_9)] \cdot (-\cos \alpha).$$

Линия влияния усилия  $S_6$ , построенная согласно приведенному выражению, представлена на рис. 3.5.

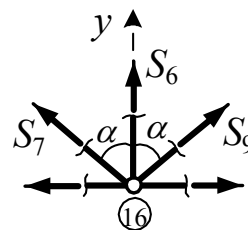


Рис. 3.8. Узел 16

### 3.4. Построение линий влияния усилий в шпренгельных фермах

А. Рассмотрим вначале шпренгельную ферму балочного типа с однорусными шпренгелями, представленную на рис. 3.9. Груз располагается (движется) на верхнем поясе. Линии влияния опорных реакций строятся по известным принципам и показаны на рис. 3.9.

При построении линий влияния усилий в стержнях следует руководствоваться подходами к определению усилий в шпренгельных фермах, изложенных в разделе 2.3. Напомним, что в шпренгельных фермах с однорусными шпренгелями все стержни разделяют на три типа – стержни основной решетки, стержни чисто шпренгелей и стержни, получаемые совмещением основной решетки и шпренгелей. При определении усилий в таких фермах можно использовать общие подходы, рассматривая полную шпренгельную ферму, либо можно разделять шпренгельную ферму на основную ферму и шпренгели и рассматривать их отдельно.

**Линия влияния  $S_1$  (в стержне 1–2).** Стержень 1–2 относится к третьему типу – представляет собой совокупность стержня основной решетки и стержня шпренгеля. Для определения усилия в стержне можно использовать общий подход, рассматривая полную шпренгельную ферму. Проведем сечение I–I и применим способ моментной точки. Моментной для усилия  $S_1$  будет точка пересечения стержней 1–2 и 5–6, то есть точка  $K$  (рис. 3.9). Расчетная рассеченная панель (р. р. п.) будет располагаться между узлами 1 и 2.

Рассмотрим движение единичного груза и получим законы изменения усилия  $S_1$  для трех участков:

а) груз слева р. р. п. – рассматриваем правую часть фермы:

$$\sum M_k^{i\delta\hat{a}\hat{a}} = 0; \quad -S_1 \cos \alpha \cdot 7,889 - S_1 \sin \alpha \cdot 1,033 - R_B \cdot 14,889 = 0,$$

где:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{2,067} = 0,9677$ ;  $\alpha = 44,06^\circ$ ;  $\sin \alpha = 0,6954$ ;  $\cos \alpha = 0,7186$ ;

получаем:  $-S_1(0,7186 \cdot 7,889 + 0,6954 \cdot 1,033) = 14,889R_A$ ;

$$-6,3875S_1 = 14,889R_B; \quad S_1 = -2,331R_B; \quad \text{ë. ä. } S_1 = (\text{ë. ä. } R_A) \cdot (-2,331);$$

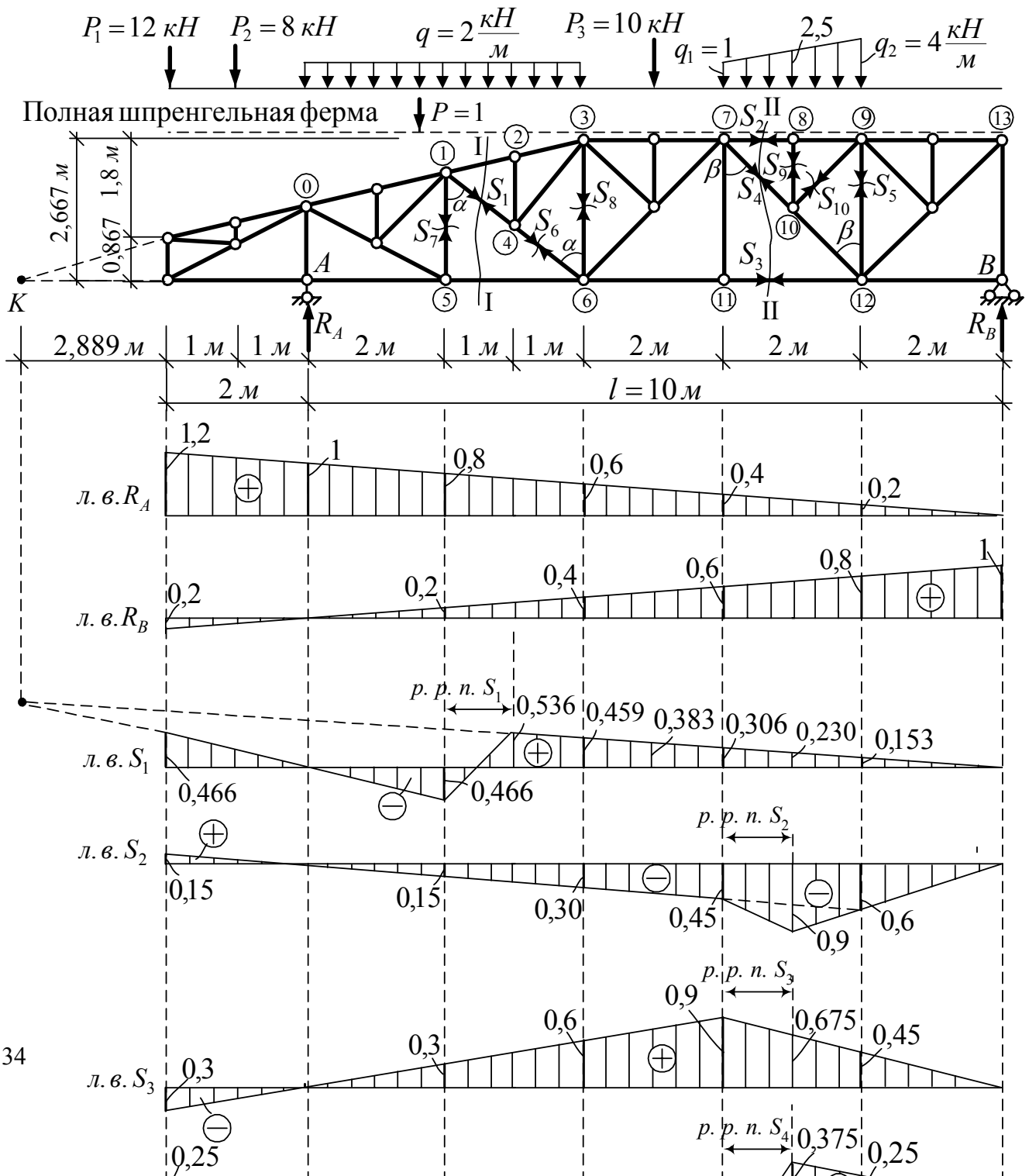
б) груз справа от р. р. н. – рассматриваем левую часть фермы:

$$\sum M_k^{\text{ëää}} = 0; \quad S_1 \cdot 0,7186 \cdot 6,889 + S_1 \cdot 0,6954 \cdot 2,067 - R_A \cdot 4,889 = 0;$$

$$6,3875 \cdot S_1 - 4,889 \cdot R_A = 0; \quad S_1 = 0,7655 \cdot R_A = 0; \quad \text{ë. ä. } S_1 = (\text{ë. ä. } R_A) \cdot 0,7655;$$

в) на участке р. р. н. (1–2) проводим передаточную прямую.

Линия влияния  $S_1$ , построенная согласно полученным зависимостям, показаны на рис. 3.9. Ее левая и правая ветви пересекаются под моментной точкой  $K$ .





**Линия влияния  $S_2$  (в стержне 7–8).** Стержень 7–8, как и предыдущий, относится к третьему типу. Для определения усилия в нем рассмотрим также полную шпренгельную ферму. Проведем сечение II–II и воспользуемся способом моментной точки. Моментной будет точка в узле 12, в которой пересекаются стержни 7–10 и 11–12, рассеченные сечением вместе со стержнем 7–8. Расчетная рассеченная панель (р. р. п.) будет находиться между узлами 7 и 8.

Найдем законы изменения линии влияния усилия  $S_2$  при движении единичного груза на участках:

*а) груз слева от р. р. п.* – рассматриваем правую часть фермы:

$$\sum M_9^{прав} = 0; \quad -S_2 \cdot 2,667 - R_A \cdot 2 = 0; \quad S_2 = -0,75R_B; \quad \text{ѐ. â. } S_2 = (\text{ѐ. â. } R_A) \cdot (-0,75);$$

*б) груз справа от р. р. п.* – рассмотрим левую часть фермы:

$$\sum M_9^{лев} = 0; \quad S_2 \cdot 2,667 - R_A \cdot 8 = 0; \quad S_2 = -3R_B; \quad \text{ѐ. â. } S_2 = (\text{ѐ. â. } R_A) \cdot (-3);$$

*в) на участке р. р. п. (4–5)* проводим передаточную прямую.

Линия влияния  $S_2$ , построенная согласно полученным зависимостям ее изменения, представлена на рис 3.9. Ее левая и правая ветви пересекаются под моментной точкой – под узлом 12.

**Линия влияния  $S_3$  (в стержне 11–12).** Стержень 11–12 является стержнем основной решетки (первый тип). Но определить усилие в нем мы можем и рассматривая полную шпренгельную ферму. Используем сечение II–II (рис. 3.9) и применим способ моментной точки. Моментная точка будет находиться в узле 7, в котором пересекаются стержни 7–8 и 7–10, рассеченные сечением вместе со стержнем 11–12. Расчетная рассеченная панель – между узлами 7 и 8.

Рассмотрим три участка движения единичного груза, для каждого из кото-

рых найдем законы изменения усилия  $S_3$ :

а) груз слева от р. р. н. – рассматриваем правую часть фермы:

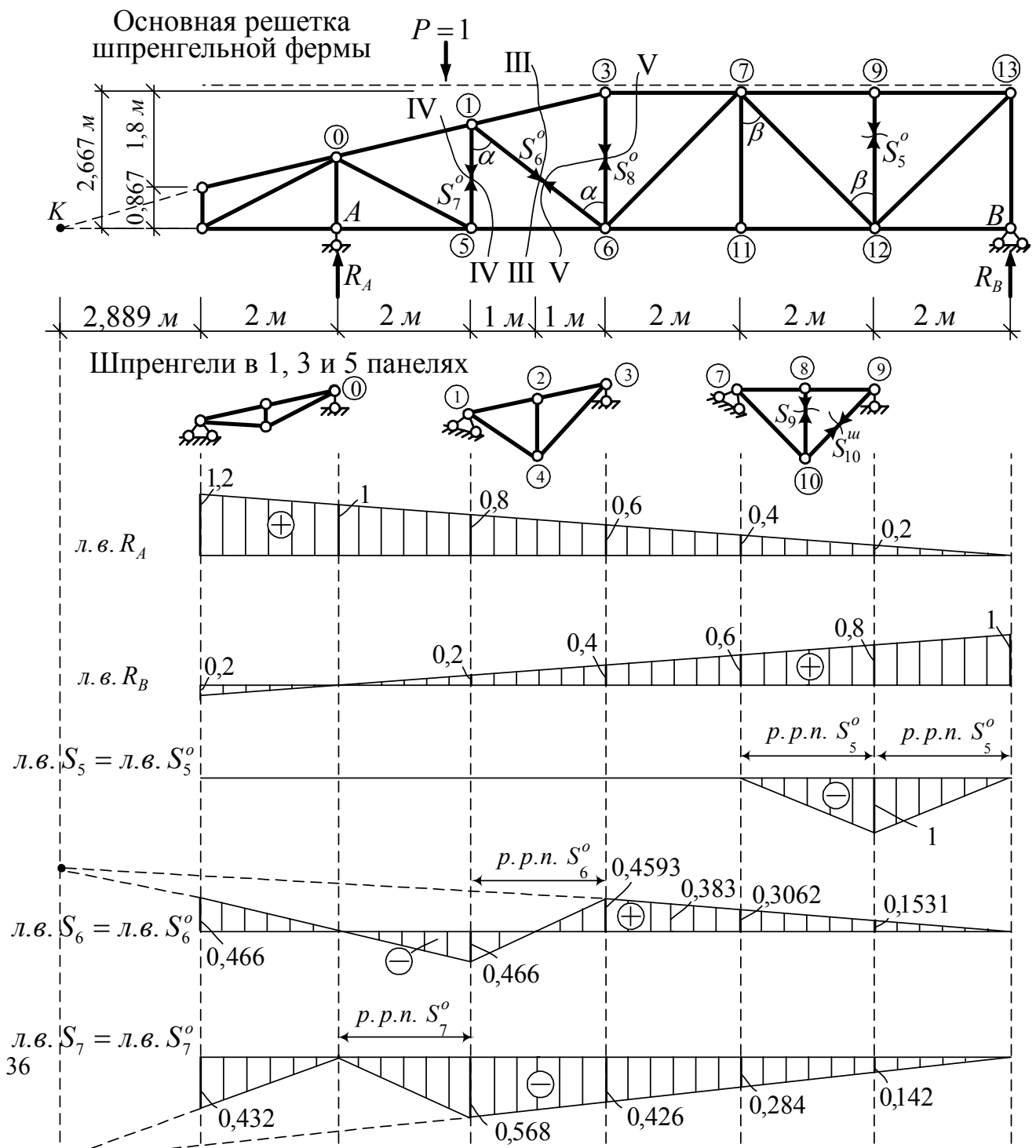
$$\sum M_4^{прав} = 0; \quad S_3 \cdot 2,667 - R_B \cdot 4 = 0; \quad S_3 = 1,5R_B; \quad \ddot{e}. \hat{a}. S_3 = (\ddot{e}. \hat{a}. R_B) \cdot 1,5;$$

б) груз справа от р. р. н. – рассматриваем левую часть фермы:

$$\sum M_4^{лев} = 0; \quad -S_3 \cdot 2,667 + R_A \cdot 6 = 0; \quad S_3 = 2,25R_A; \quad \ddot{e}. \hat{a}. S_3 = (\ddot{e}. \hat{a}. R_A) \cdot 2,25;$$

в) на участке р. р. н. (7–8) проводим передаточную прямую, которая в данном случае совпадает с продолжением правой ветви.

Левая и правая ветви линии влияния  $S_3$  пересекаются под моментной точкой (под узлом 7), что и должно иметь место при использовании способа моментной точки и о чем ранее уже говорилось не раз.



**Линия влияния  $S_4$  (в стержне 7–10).** Сечение II–II (рис.3.9). Так как стержни 7–8 и 11–12, рассеченные вместе со стержнем 7–10, параллельны друг другу, то для определения искомого усилия  $S_4$  можно применить способ проекций сил на ось, перпендикулярную стержням 7–8 и 11–12 – на вертикальную ось  $y$ . Расчетная рассеченная панель (р. р. п.) находится между узлами 7–8.

Рассматриваем движение груза и получаем законы изменения усилия для трех участков:

а) груз слева от р. р. п. – рассматриваем правую часть фермы:

$$\sum Y^{прав} = 0; \quad S_4 \cos \beta + R_A = 0; \quad S_4 = -\frac{R_A}{\cos \beta} = -\frac{R_A}{0,8} = -1,25R_A;$$

$$\ddot{e}. \hat{a}. S_4 = (\ddot{e}. \hat{a}. R_A) \cdot (-1,25);$$

где:  $tg \beta = \frac{2}{2,667} = 0,75; \quad \beta = 36,871^\circ; \quad \sin \beta = 0,6; \quad \cos \beta = 0,8;$

б) груз справа от р. р. п. – рассматриваем левую часть фермы:

$$\sum Y^{лев} = 0; \quad -S_2 \cos \beta + R_A = 0; \quad S_2 = \frac{R_A}{\cos \beta} = 1,25R_A; \quad \ddot{e}. \hat{a}. S_4 = (\ddot{e}. \hat{a}. R_A) \cdot 1,25;$$

в) на участке р. р. п. (7–8) проводим передаточную прямую.

Линия влияния усилия  $S_4$  имеет вид, представленный на рис. 3.9, и ее левая и правая ветви параллельны друг другу.

**Линия влияния  $S_5$  (в стержне 9–12)** (рис. 3.9). Стержень 9–12 является стержнем основной фермы и усилие в нем удобнее определять из рассмотрения основной фермы (рис. 3.10). Используем способ вырезания узлов. Вырежем узел 9. Узел находится на верхнем поясе фермы, по которому движется груз, поэтому будем иметь две расчетные рассеченные панели на участках 7–9 и 9–13.

Рассмотрим перемещение (положение) единичного груза на трех участках:

а) груз в узле (рис. 3.11):

$$\sum Y = 0; \quad -1 - S_5^o = 0; \quad S_5 = S_5^o = -1;$$

б) груз вне узла 9 и вне расчетных рассеченных панелей:

$$\sum Y = 0; \quad S_5 = S_5^o = 0;$$

в) на участках расчетных рассеченных панелей (7–9 и 9–13) проводим передаточные прямые.

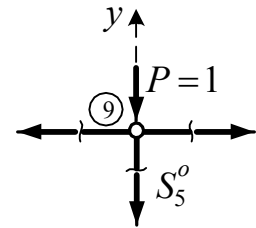


Рис. 3.11. Узел 9

Линия влияния усилия  $S_5$  показана на рис. 3.10.

**Линия влияния  $S_6$  (в стержне 4–6).** Стержень 4–6 (рис. 3.9) также является стержнем основной решетки фермы, и его удобнее определять из рассмотрения основной фермы (рис. 3.10). Усилия  $S_6$  и  $S_6^o$  при этом, естественно, будут одинаковы. Проведем сечение III–III (рис. 3.10) и применим способ моментной точки. Так как стержни 1–3 и 5–6, рассеченные вместе со стержнем 1–6 (4–6), пересекаются в точке  $K$ , ее и принимаем за моментную. Расчетная рассеченная панель (р. р. п.) находится между узлами 1 и 3.

Найдем законы изменения линии влияния усилия  $S_6^o$  при движении груза на трех участках:

а) груз слева от р. р. п. – рассматриваем правую часть фермы:

$$\sum M_K^{прав} = 0; \quad -S_6^o \cos \alpha \cdot 8,889 - R_B \cdot 14,889 = 0; \quad S_6^o = -2,331R_A;$$

$$\ddot{e}. \hat{a}. S_6^o = (\ddot{e}. \hat{a}. R_A) \cdot (-2,331), \quad \text{где } \cos \alpha = 0,7186 \text{ (см л. в. } S_1);$$

б) груз справа от р. р. п. – рассматриваем левую часть фермы:

$$\sum M_K^{лев} = 0; \quad S_6^o \cos \alpha \cdot 6,889 + S_6^o \cdot \sin \alpha \cdot 2,067 - R_A \cdot 4,889 = 0;$$

$$S_6^o = 0,7655R_A; \quad \ddot{e}. \hat{a}. S_6^o = (\ddot{e}. \hat{a}. R_A) \cdot 0,7655, \quad \text{где } \sin \alpha = 0,6954;$$

в) на участке р. р. п. (1–3) проводим передаточную прямую.

Линия влияния усилия  $S_6^o$  (и соответственно усилия  $S_6$ ), построенная согласно полученным зависимостям, представлена на рис. 3.10. Ее левая и правая ветви пересекаются под моментной точкой  $K$ .

**Линия влияния  $S_7$  (в стержне 1–5).** Стойка 1–5 (рис. 3.9) является стержнем основной решетки шпренгельной фермы, и усилие в ней удобнее находить из рассмотрения основной фермы. Проведем сечение IV–IV (рис. 3.10) через стойку 1–5 и через стержни 0–1 и 5–6, оси которых пересекаются в точке  $K$ . Поэтому применим способ моментной точки. Учитывая, что груз движется по верхнему поясу, расчетная рассеченная панель (р. р. п.) находится между узлами 0 и 1 верхнего пояса.

Найдем законы изменения усилия  $S_7^o$  (и соответственно усилия  $S_7$ ) при движении единичного груза по трем участкам, на которых эти законы отличаются друг от друга:

а) груз слева от р. р. н. – рассматриваем правую часть фермы:

$$\sum M_{\epsilon}^{i\delta a\hat{a}} = 0; \quad S_7^o \cdot 6,889 - R_{\hat{A}} \cdot 14,889 = 0; \quad S_7 = 2,1613R_{\hat{A}};$$

$$\ddot{\epsilon} \cdot \hat{a} \cdot S_7^o = (\ddot{\epsilon} \cdot \hat{a} \cdot R_{\hat{A}}) \cdot 2,1613;$$

б) груз справа от р. р. н. – рассматриваем левую часть фермы:

$$\sum M_{\kappa}^{lee\hat{e}} = 0; \quad -S_7^o \cdot 6,889 - R_{\hat{A}} \cdot 4,889 = 0; \quad S_7 = 0,7097R_{\hat{A}};$$

$$\ddot{\epsilon} \cdot \hat{a} \cdot S_7^o = (\ddot{\epsilon} \cdot \hat{a} \cdot R_{\hat{A}}) \cdot (-0,7097);$$

в) на участке р. р. н. проводим передаточную прямую.

Линия влияния усилия  $S_7$  имеет вид, представленный на рис. 3.10. Левая и правая ветви линии влияния  $S_7$  пересекаются под моментной точкой  $K$ .

**Линия влияния  $S_8$  (в стержне 3–6).** Стойка 3–6 (рис. 3.9) является стержнем основной решетки шпренгельной фермы и находить усилие в ней также удобнее из рассмотрения основной фермы (рис. 3.10). При этом определить это усилие только через единичный груз и опорные реакции, как показывает анализ фермы, не удастся. Необходимо выражать его через усилия в других стержнях фермы. В данном случае можно использовать два варианта выражения усилия  $S_8$ :

1) через усилие в стержне 1–3 при вырезании узла 3; при этом необходимо дополнительно построить л. в. усилия в стержне 1–3, для чего может быть использовано сечение III–III и применен способ моментной точки (точка  $K$ );

2) через усилие  $S_6^o$ , если провести сечение V–V и воспользоваться способом проекций, учитывая, что стержни 3–7 и 5–6 параллельны друг другу; в этом случае предварительно необходимо дополнительно построить л. в.  $S_6^o$ .

Так как линию влияния  $S_6^o$  (и  $S_6$ ) мы уже имеем (рис. 3.10), воспользуемся вторым вариантом. Стержни 3–7 и 5–6 горизонтальны, поэтому в качестве уравнений равновесия отсеченных частей фермы используем сумму проекций сил на вертикальную ось. Расчетная рассеченная панель – между узлами 3 и 7.

Рассмотрим три участка движения единичного груза и получим законы изменения усилия  $S_8$  на этих участках, в соответствии с которыми построим линии влияния усилия:

а) груз слева от р. р. н. – рассматриваем правую часть фермы:

$$\sum Y^{npas} = 0; \quad S_6^o \cos \alpha + S_8^o + R_{\hat{A}} = 0; \quad S_8^o = -S_6^o \cos \alpha - R_{\hat{A}} = 0; \quad (\cos \alpha = 0,7186);$$

$$\ddot{e}. \hat{a}. S_8 = \ddot{e}. \hat{a}. S_8^o = (\ddot{e}. \hat{a}. S_6^o) \cdot (-0,7186) - (\ddot{e}. \hat{a}. R_A);$$

б) груз справа от р. р. н. – рассматриваем левую часть фермы:

$$\sum Y^{лев} = 0; \quad -S_6^o \cos \alpha - S_8^o + R_A = 0; \quad S_8^o = -S_6^o \cdot 0,7186 + R_A;$$

$$\ddot{e}. \hat{a}. S_8^o = (\ddot{e}. \hat{a}. S_6^o) \cdot (-0,7186) + (\ddot{e}. \hat{a}. R_A);$$

в) на участке р. р. н. проводим передаточную прямую.

Линия влияния усилия  $S_8^o$  и соответственно усилия  $S_8$  показана на рис. 3.10.

**Линия влияния  $S_9$  (в стержне 8–10).** Стержень 8–10 является стержнем шпренгеля (второй тип) и усилие в нем можно определить либо из рассмотрения полной шпренгельной фермы (рис. 3.9), либо из рассмотрения отдельно шпренгеля 7–8–9–10 (рис. 3.10). В обоих случаях принципы расчета здесь будут совершенно одинаковы ( $S_9 = S_9^o$ )

Рассмотрим полную шпренгельную ферму и вырежем узел 8. Расчетные рассеченные панели будут находиться на участках 7–8 и 8–9 (рис. 3.9). В качестве уравнения равновесия для определения усилия  $S_9$  (рис. 3.12) используем сумму проекций сил в узле на вертикальную ось  $y$ .

Рассмотрим три участка (положения) движения груза:

а) груз в узле 5:

$$\sum Y = 0; \quad -S_9 - 1 = 0; \quad S_9 = -1;$$

б) груз вне узла и вне расчетных рассеченных панелей:

$$\sum Y = 0; \quad -S_9 = 0; \quad S_9 = 0;$$

в) на участках р. р. н. 7–8 и 8–9 проводим передаточные прямые.

ные прямые.

Линия влияния усилия  $S_9$  представлена на рис. 3.9.

**Линия влияния  $S_{10}$  (в стержне 9–10).** Стержень 9–10 также является стержнем шпренгеля, поэтому усилие в нем можно определить как из рассмотрения полной шпренгельной фермы, так и из рассмотрения отдельно шпренгеля. При этом в обоих случаях, естественно, получим один и тот же результат, то есть здесь  $S_{10} = S_{10}^o$ . Возможно, несколько проще и понятнее будет вариант рассмотрения отдельно шпренгеля. Рассмотрим шпренгель 7–8–9–10 и вырежем из него узел 10 (рис. 3.13). Так как единичный груз движется по верхнему поясу (по поясу шпренгеля 7–8–9), то в узел 10 он попасть не может, поэтому из равновесия узла 10 мы просто выразим усилие  $S_{10}$  через усилие  $S_9$ , линия влияния которого у нас уже есть:

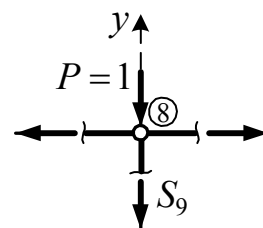


Рис. 3.12. Узел 8

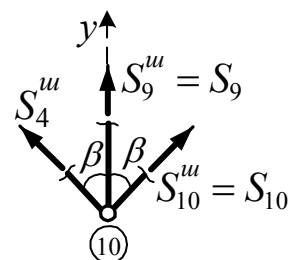


Рис. 3.13. Узел 10

$$\sum X = 0; \quad -S_4^o \sin \beta + S_{10}^o \sin \beta = 0; \quad S_4^o = S_{10}^o;$$

$$\sum Y = 0; \quad S_4^o \cos \beta + S_9 + S_{10}^o \cos \beta = 0;$$

$$S_{10}^o \cos \beta + S_9 + S_{10}^o \cos \beta = 0;$$

$$S_{10} = S_{10}^o = -\frac{S_9}{2 \cos \beta} = -\frac{S_9}{2 \cdot 0,8} = -0,625 S_9; \quad \text{ѐ. ѓ. } S_{10} = (\text{ѐ. ѓ. } S_9) \cdot (-0,625).$$

Линия влияния усилия  $S_{10}$  представлена на рис. 3.10. Такой же будет и линия влияния усилия  $S_4^o$ .

Заметим, что линию влияния усилия  $S_4$  в стержне 7–10 (рис. 3.9), как в стержне третьего типа, представляющем собой совокупность стержней основной решетки 7–12 и шпренгеля 7–10 (рис. 3.10), можно было получить и путем суммирования линии влияния усилий в этом стержне отдельно как стержне основной решетки – л. в.  $S_4^o$  и отдельно как в стержне шпренгеля – л. в.  $S_4^o$ .

Такой подход можно применить и для построения линии влияния усилия  $S_2$  и соответственно можно применять при построении линий влияния усилий в любых стержнях третьего типа.

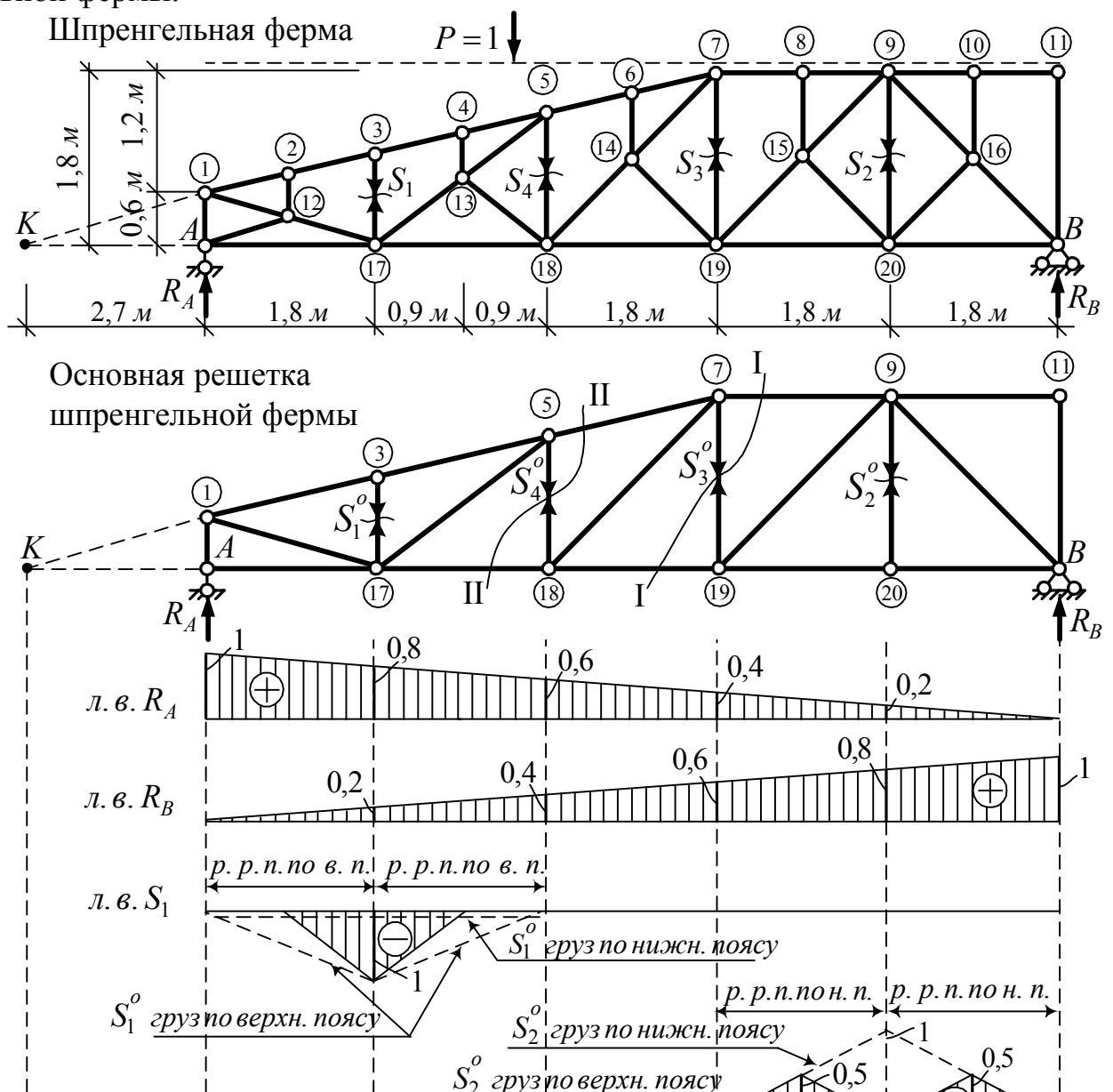
**Б.** Рассмотрим еще одну шпренгельную ферму – шпренгельную ферму с двухъярусными шпренгелями (рис. 3.14).

В фермах с двухъярусными шпренгелями, кроме вышеуказанных трех типов стержней (стержни основной решетки, стержни шпренгельной и стержни, получаемые совмещением основной решетки и шпренгелей), выделяют, о чем уже говорилось в разделе 2.3, и четвертый тип, к которому относятся стойки, на которые двухъярусные шпренгели, производя перераспределение нагрузки между верхним и нижним поясами ферм, могут передавать нагрузку и на верх (в узлы верхнего пояса, в которых эти стойки соединяются в ферме с другими стержнями), и вниз (в узлы нижнего пояса, соединяющие эти стойки с фермой). Заметим, что рассматриваемые стойки, относимые здесь к стержням четвертого типа, являются при этом стержнями основной решетки. В ферме на рис. 3.14 к стержням четвертого типа относятся стойки 3–17, 5–18, 7–19 и 9–20.

Принципы построения линий влияния усилий в стержнях первых трех типов шпренгельной фермы с двухъярусными шпренгелями такие же, как и для шпренгельной фермы с одноярусными шпренгелями. Поэтому для фермы на рис. 3.14 рассмотрим только принципы построения линий влияния усилий в стержнях четвертого типа.

Для учета перераспределения нагрузки с одного пояса на другой при построении линий влияния усилий в стойках четвертого типа, как стержнях основной решетки, необходимо построить линии влияния усилий в этих стойках

для основной решетки фермы отдельно при движении груза по верхнему и по нижнему поясам. На большей части длины фермы эти линии влияния будут совпадать. На участках же рассеченных панелей, в связи с тем, что расчетные рассеченные панели при движении груза по верхнему и по нижнему поясам будут различными, эти линии влияния будут отличаться друг от друга (будут расходиться). Для выявления того, как на этих участках будет изменяться линия влияния усилия в стойке шпренгельной фермы, необходимо выяснить, на какой из поясов груз будет передаваться при его движении на этих участках шпренгельной фермы. Для этого необходимо установить груз последовательно в узлы шпренгельной фермы на участке расхождения линий влияния в основной ферме и определить, на какой из поясов груз будет передаваться при каждом из этих положений. При передаче груза на верхний пояс действительной под рассматриваемым узлом будет ордината линии влияния, соответствующая движению груза по верхнему поясу; при передаче груза на нижний пояс фермы, действительной будет ордината, взятая из линии влияния при движении груза по нижнему поясу. После этого на участках между узлами проводим передаточные прямые и получаем окончательный вид линии влияния усилия в стойке шпренгельной фермы.





**Линия влияния усилия  $S_1$  (в стержне 3–17).** Построим сначала линию влияния усилия в стойке 3–17 для основной решетки шпренгельной фермы, то есть для усилия  $S_1^o$  (рис. 3.14). Применим способ вырезания узлов – вырежем узел 3. Построим линию влияния  $S_1^o$  отдельно для движения груза по верхнему и по нижнему поясам фермы.

**А. Груз на верхнем поясе фермы** – расчетные рассеченные панели (р. р. п. в. п.) находятся на участках 1–3 и 3–5. Рассматриваем три случая расположения груза:

а) груз в узле 3 (рис. 3.15):

$$\sum Z' = 0; \quad -1 \cdot \cos \gamma - S_1 \cos \gamma = 0; \quad S_1 = -1;$$

б) груз вне узла и вне расчетных рассеченных панелей:

$$\sum Z' = 0; \quad -S_1 \cdot \cos \gamma = 0; \quad S_1 = 0 \quad (\text{линия влияния нулевая});$$

в) на участках расчетных рассеченных панелей 1–3 и 3–5 – проводим передаточные прямые.

Линия влияния  $S_1^o$  при движении груза по верхнему поясу показана на рис. 3.14 (на участках р. р. п. в. п. – пунктирными линиями).

**Б. Груз на нижнем поясе фермы** – так как вырезается узел 3, находящийся на верхнем поясе фермы, то груз, который перемещается в этом случае по нижнему поясу, в этот узел и на участки рассеченных панелей 1–3 и 3–5 по-

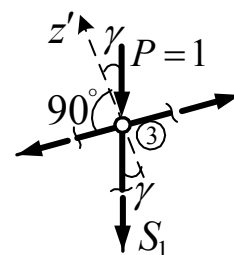


Рис. 3.15. Узел 3

часть вообще не может; а это означает, что при любом положении груза усилие  $S_1^o$  будет равно нулю (рис. 3.15), а соответствующая линия влияния усилия  $S_1^o$  для движения груза по нижнему поясу будет нулевой (рис. 3.14).

Линии влияния  $S_1^o$  при движении груза по верхнему и по нижнему поясам расходятся на участке рассеченных панелей 1–5, в пределах которого в шпренгельной ферме имеется три узла – 2, 3 и 4.

Установим груз  $P = 1$  последовательно в каждый из этих узлов и выясним, на какой из поясов он передается при этих положениях:

1) *груз в узле 2* – груз воспринимается шпренгелем, который (рис. 3.16) передает его полностью через опорные узлы А и 17 на нижний пояс, и значит действительной для линии влияния  $S_1$  шпренгельной фермы будет ордината на линии влияния  $S_1^o$  при движении груза по нижнему поясу – нулевая ордината (рис. 3.14);

2) *груз в узле 3* – шпренгель не включается в работу вообще, все усилия в нем нулевые, и груз остается на верхнем поясе – действительной будет ордината линии влияния  $S_1^o$  при движении груза по верхнему поясу фермы, равная единице (рис. 3.14);

3) *при расположении груза в узле 4* шпренгель во второй панели фермы 3–4–5–13–17–18, аналогично случаю расположения груза в узле 2 (рис. 3.16), полностью передаст груз на нижний пояс, и действительной под узлом 4, будет ордината, соответствующая линии влияния  $S_1^o$  при движении груза по нижнему поясу, то есть ордината, равная нулю.

На участках между узлами 1, 2, 3, 4 и 5 проводим переходные прямые и получим окончательный вид линии влияния  $S_1$  в рассматриваемой шпренгельной ферме в виде, представленном на рис. 3.14.

**Линия влияния  $S_2$  (в стержне 9–20).** Вначале, как и для усилия  $S_1$ , строим линии влияния усилия в стойке 9–20 (рис. 3.14) для основной фермы ( $S_2^o$ ) отдельно при движении груза по верхнему и по нижнему ее поясам. Для нахождения усилия вырежем узел 20 (рис. 3.17).

**А. Груз на верхнем поясе фермы** – так как узел 20 находится на нижнем поясе фермы, груз в узел попасть не может и усилие  $S_2^o$  будет нулевым при лю-

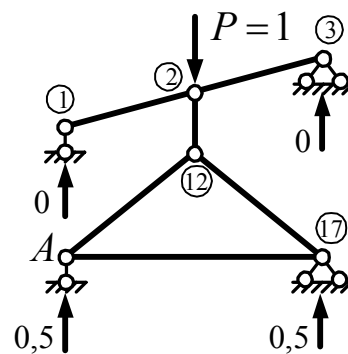


Рис. 3.16. Двухъярусный шпренгель в первой панели фермы

бом положении груза на верхнем поясе (нулевая линия влияния (рис. 3.14).

**Б. Груз на нижнем поясе фермы** – расчетные рассеченные панели находятся между узлами 19–20 и 20–В. Рассматриваем три случая движения (положения) груза:

а) груз в узле 20 (рис. 3.17):

$$\sum Y = 0; \quad S_2^o - 1 = 0; \quad S_2^o = 1;$$

б) груз вне узла и вне расчетных рассеченных панелей:

$$\sum Y = 0; \quad S_2^o = 0;$$

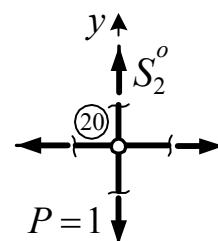


Рис. 3.17. Узел 20

в) на участках расчетных рассеченных панелей проводим передаточные прямые (рис. 3.14).

Линии влияния усилия  $S_2^o$  при движении груза по верхнему и по нижнему поясу одинаковы, на участке А–19 и под узлом В и расходятся (разные) на участках расчетных рассеченных панелей 19–20 и 20–В. Для построения линии влияния  $S_2$  в шпренгельной ферме на участке расхождения линий влияния  $S_2^o$  выясним, какая из ветвей будет работать при соответствующих положениях груза в узлах шпренгельной фермы на данном участке:

1) груз в узле 8 – шпренгель 7–8–9–15–19–20 полностью передает груз на нижний пояс, и значит действительной для линии влияния  $S_2$  будет ордината на л. в.  $S_2^o$  при движении груза по нижнему поясу, равная 0,5 (рис. 3.14);

2) груз в узле 9 – шпренгель не включается в работу и груз остается полностью на верхнем поясе; действительной для линии влияния  $S_2$  будет ордината линии влияния  $S_2^o$  при движении груза по верхнему поясу, равна нулю;

3) груз в узле 10 – через шпренгель груз полностью передается на нижний пояс и действительной будет ордината л. в.  $S_2^o$  при движении груза по нижнему поясу, равная 0,5.

На участках между этими ординатами проводим переходные прямые и получаем окончательно линию влияния  $S_2$  для рассматриваемой шпренгельной фермы в виде, представленном на рис. 3.14.

**Линия влияния  $S_3$  (в стержне 7–19).** Процедура построения линии влияния  $S_3$  аналогична выше рассмотренным, разница будет связана только со способом определения усилия. Проводим в основной ферме сечение I–I (рис. 3.14). Стержни 7–9 и 18–19, рассеченных вместе со стержнем 7–19, параллельны друг другу и горизонтальны, поэтому для определения усилия  $S_3^o$  следует использо-

вать уравнение проекций сил на вертикальную ось (способ проекций).

Строим линии влияния усилия  $S_3^o$  для основной фермы при движении груза отдельно по верхнему и по нижнему поясам.

**А. Груз движется по верхнему поясу** – расчетная рассеченная панель (р. р. п. по в. п.) на участке 7–9:

а) груз слева от р. р. п. – рассматриваем правую часть фермы:

$$\sum Y^{i\delta\delta\hat{a}} = 0; \quad S_3^o + R_B = 0; \quad S_3^o = -R_B; \quad \ddot{e}.\hat{a}.S_3^o = -(\ddot{e}.\hat{a}.R_B);$$

б) груз справа от р. р. п. – рассматриваем левую часть фермы:

$$\sum Y^{\ddot{e}\hat{a}\hat{a}} = 0; \quad -S_3^o + R_A = 0; \quad S_3^o = R_A; \quad \ddot{e}.\hat{a}.S_3^o = (\ddot{e}.\hat{a}.R_A);$$

в) на участке р. р. п. по в. п. (7–9) проводим передаточную прямую (рис. 3.14).

Линия влияния имеет левую ветвь в виде прямолинейного отрезка на участке 1–7 с ординатами от 0 до –0,6 и правую ветвь на участке 9–11 в виде отрезка прямой с ординатами от 0,2 до 0 (рис. 3.14).

**Б. Груз движется по нижнему поясу** – расчетная рассеченная панель (р. р. п. по н. п.) на участке 18–19. Для определения усилия  $S_3^o$ , естественно, будем использовать тот же способ, что и при движении груза по верхнему поясу, и соответственно законы изменения усилия при движении груза слева и справа от р. р. п. будут такими же, как и для движения груза по верхнему поясу. Разница будет связана с тем, что р. р. п. в данном случае находится на другом участке – между узлами 18–19, на котором и проводим передаточную прямую. Л. в.  $S_3^o$  для движения груза по нижнему поясу представлена на рис. 3.14.

Линия влияния усилия  $S_3^o$  при движении груза по верхнему и по нижнему поясам различаются (расходятся) на участке между узлами 5 и 9 (18 и 20).

Установим на этом участке груз  $P = 1$  последовательно во все узлы шпренгельной фермы и выясним, на какой из поясов он в каждом из этих положений будет передаваться:

1) груз в узле 6 – в работу включается шпренгель 5–6–7–14–18–19, который передает груз на нижний пояс, поэтому действительной для л. в.  $S_3$  будет ордината из л. в.  $S_3^o$  для движения груза по нижнему поясу, равная нулю;

2) груз в узле 7 – шпренгели и слева, и справа не работают – груз остается на верхнем поясе, поэтому действительной при этом положении груза будет ордината из линии влияния  $S_3^o$  при движения груза по верхнему поясу, равная 0,6;

3) груз в узле 8 – шпренгель 7–8–9–15–19–20 передает груз на нижний пояс и действительной для линии влияния усилия  $S_3^o$  будет ордината из линии влияния  $S_3^o$  при движении груза по нижнему поясу, равная 0,3.

Проводим переходные прямые и получаем окончательный вид линии влияния усилия  $S_3$  в стойке 7–19 шпренгельной фермы (рис. 3.14).

**Линия влияния  $S_4$  (в стержне 5–18).** Вначале строим линии влияния усилия в стойке 5–18 для основной решетки фермы. Проведем сечение II–II (рис. 3.14) и применим способ моментной точки. Моментной будет точка  $K$ , в которой пересекаются оси стержней 5–7 и 17–18, рассеченных вместе со стержнем 5–18, в котором ищется усилие. Построим линии влияния усилия  $S_4^o$  в основной ферме отдельно при движении груза по верхнему и по нижнему поясам.

**А. Движение груза по верхнему поясу фермы** – расчетная рассеченная панель (р. р. п. по в. п.) находится между узлами 5 и 7:

а) груз слева от расчетной рассеченной панели (р. р. п. по в. п.) – рассматриваем правую часть фермы:

$$\sum \dot{I}_K^{\text{вддд}} = 0; \quad -S_4^o \cdot 6,3 - R_B \cdot 11,7 = 0; \quad S_4^o = -1,857R_B;$$

$$\text{ѐ.â. } S_4^o = (\text{ѐ.â. } R_B) \cdot (-1,857);$$

б) груз справа от расчетной рассеченной панели (р. р. п. по в. п.) – рассматриваем левую часть фермы:

$$\sum \dot{I}_K^{\text{ѐддд}} = 0; \quad S_4^o \cdot 6,3 - R_A \cdot 2,7 = 0; \quad S_4^o = 0,4286R_A; \quad \text{ѐ.â. } S_4^o = (\text{ѐ.â. } R_A) \cdot 0,4286;$$

в) на участке расчетной рассеченной панели по верхнему поясу 5–7 проводим передаточную прямую.

Линия влияния усилия  $S_4^o$  представлена на рис. 3.14.

**Б. Движение груза по нижнему поясу фермы** – расчетная рассеченная панель находится между узлами 17 и 18 (р. р. п. по н. п.). Метод определения усилия  $S_4^o$  здесь тот же, что и для движения груза по верхнему поясу, и поэтому левая и правая ветви линии влияния будут изменяться по тем же законам. Различие линий влияния связано с разным положением расчетных рассеченных панелей, на которых проводятся передаточные прямые. Здесь расчетная рассеченная панель (р. р. п. по н. п.) находится на участке 17–18, на котором передаточная прямая соединяет ординаты 0,3714 левой ветви и 0,257 правой ветви линии влияния  $S_4^o$  (рис. 3.14).

В результате линии влияния усилия  $S_4^o$  в основной ферме при движении груза по верхнему и по нижнему поясам расходятся на участке между узлами 3 и 7 (или, что тоже самое, между узлами 17 и 19).

Установим груз на этом участке последовательно во все узлы шпренгельной фермы и определим, на какой из поясов он при этих положениях передается:

1) *груз в узле 4* – шпренгель 3–4–5–13–17–18 груз полностью передает на нижний пояс, и поэтому действительной для линии влияния  $S_4$  под узлом 4 будет ордината л. в.  $S_4^o$  при движении груза по нижнему поясу, равная 0,05272;

2) *груз в узле 5* – шпренгели ни слева, ни справа от узла не включаются в работу и груз остается на верхнем поясе – действительной под узлом 5 для линии влияния усилия  $S_4$  в шпренгельной ферме будет ордината, лежащая на линии влияния  $S_4^o$  при движении груза по верхнему поясу, равная 0,743;

3) *груз в узле 6* – шпренгель 5–6–7–14–18–19 передает этот груз полностью на нижний пояс, и действительной для линии влияния  $S_4$  шпренгельной фермы под узлом 6 будет ордината 0,214, расположенная на линии влияния усилия  $S_4^o$  при движении груза по нижнему поясу.

На участках между полученными ординатами проводим переходные отрезки получаем окончательно линию влияния усилий  $S_4$  в шпренгельной ферме в виде, представленном на рис. 3.14.

#### 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПО ЛИНИЯМ ВЛИЯНИЯ УСИЛИЙ ОТ ВНЕШНИХ НАГРУЗОК

На фермы могут действовать сосредоточенные силы и распределенные нагрузки. Усилия в стержнях по линиям их влияния от действия внешних нагрузок определяются суммированием действий всех нагрузок, вклад каждой из которых определяется согласно следующим положениям:

– от сосредоточенных сил – произведением величин этих сил на ординаты линий влияния усилий под этими силами;

– от равномерно распределенных нагрузок – произведением интенсивностей этих нагрузок на площади линий влияния усилий под этими нагрузками;

– для нагрузок, распределенных по произвольным законам, можно использовать свойство прямолинейного участка линии влияния, на которые всегда можно разбить любую линию влияния усилия в фермах; согласно этому свойству на линейном участке линии влияния усилие от системы нагрузок можно определить произведением равнодействующей этих нагрузок на ординату ли-

нии влияния усилия под равнодействующей; это свойство, естественно, можно использовать и для равномерно распределенных нагрузок.

Согласно этим положениям определение усилий от действия внешних нагрузок по линиям влияния усилий можно представить в виде формулы

$$S = \sum_{i=1}^{n_p} P_i y_i + \sum_{j=1}^{n_{qr}} q_j \omega_j + \sum_{k=1}^{n_{qn}} R_{qk} \cdot y_k \quad (4.1)$$

где: а)  $P_i$ ,  $n_p$  – соответственно величины и число сосредоточенных сил;  $y_i$  – ординаты на линии влияния усилия  $S$  под этими силами;

б)  $q_j$  – величины интенсивностей равномерно распределенных нагрузок;  $\omega_j$  – площади линий влияния под этими равномерно распределенными нагрузками;  $n_{qr}$  – число равномерно распределенных нагрузок;

в)  $R_{qk}$  – величины равнодействующих распределенных по любым законам нагрузок  $q_k$  на линейном участке линии влияния усилия;  $y_k$  – ординаты на линии влияния усилия под этими равнодействующими (таким образом для распределенной по произвольному закону нагрузки здесь необходимо уметь определять не только величину ее равнодействующей, но и точку ее приложения);  $n_{qn}$  – число распределенных нагрузок  $q_k$ .

Заметим, что действие равномерно распределенных нагрузок может быть учтено как согласно второму слагаемому в формуле (4.1), так и согласно третьему слагаемому (но только одним из этих способов, а не тем и другим вместе).

При определении усилий по линиям влияния с использованием выражения (4.1) следует руководствоваться следующими правилами знаков:

- силы  $P_i$  и распределенные нагрузки  $q_j$  и  $q_k$  принимаются положительными, если они действуют вниз, и отрицательными, если действуют вверх;
- ординаты  $y_i$  и  $y_k$  на линиях влияния и площади линий влияния  $\omega_j$  принимаются со знаками линий влияния, из которых они берутся.

Приведем примеры вычисления усилий в двух стержнях шпренгельной фермы, представленной на рис. 3.9 от действия нагрузки, показанной там же.

Усилие  $S_1$  в стержне 1–4 будет равно

$$S_1 = 12 \cdot 0,466 + 8 \cdot 0,233 + 2 \cdot \left( -\frac{0,466 \cdot 2}{2} + \frac{0,536 - 0,466}{2} \cdot 1 + \frac{0,536 + 0,459}{2} \cdot 1 \right) + 10 \cdot 0,383 + (1 \cdot 2) \cdot 0,230 + \frac{3 \cdot 2}{2} \left( 0,153 + \frac{1}{3} 0,153 \right) = 12,492 \text{ (кН)}.$$

Два последних слагаемых здесь представляют вычисление усилия от на-

грузки, распределенной по трапециидальному закону, которая здесь разбита на равномерно распределенную нагрузку величиной  $q_1 = 1$  (кН/м), усилие от действия которой вычисляется через ее равнодействующую, и на нагрузку, распределенную по треугольному закону, с ординатой справа, равной  $q_2 - q_1 = 4 - 1 = 3$  (кН/м), для которой известно, как вычислить величину ее равнодействующей (она равна площади соответствующего треугольника) и где находится точка ее приложения (в центре тяжести треугольника).

Усилие  $S_4$  в стержне 4–7 вычислим аналогично. Заметим, что на участке 7–9 линия влияния  $S_4$  имеет два различных линейных закона изменения, поэтому трапециидальную нагрузку на этом участке необходимо разбить на две с ординатой в средней граничной точке, равной  $(1+4)/2=2,5$  (кН/м). Каждую из этих нагрузок для вычисления равнодействующих и нахождения точек их приложения можно представить в виде суммы двух треугольных нагрузок либо (как это сделано выше) в виде суммы равномерно распределенной и треугольной нагрузок. Используя второй вариант разложения трапециидальных нагрузок, получим

$$\begin{aligned}
 S_4 = & 12 \cdot 0,25 + 8 \cdot 0,125 + 2 \cdot \left( -\frac{0,5 \cdot 4}{2} \right) + 10 \cdot (-0,625) + (1 \cdot 1) \cdot \left( \frac{-0,75 + 0,375}{2} \right) + \\
 & + \left( \frac{1,5 \cdot 1}{2} \right) \cdot \left[ -0,75 + \frac{2}{3}(0,75 + 0,375) \right] + (2,5 \cdot 1) \cdot \frac{0,375 + 0,25}{2} + \\
 & + \left( \frac{1,5 \cdot 1}{2} \right) \cdot \left[ 0,25 + \frac{1}{3}(0,375 - 0,25) \right] = -3,25 \text{ (кН)}.
 \end{aligned}$$



## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика. – М.: Высш. школа, 1986. – 607 с.
2. Киселев В.А. Строительная механика. Общий курс. – М.: Стройиздат, 1986. – 520 с.
3. Леонтьев Н.Н., Соболев Д.Н., Амосов А.А. Основы строительной механики стержневых систем. – М.: Изд-во. АСВ, 1996. – 541 с.
4. Снитко Н.К. Строительная механика. – М.: Высш. школа, 1980. – 431 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Статически определимые фермы и их структура</b> .....	3
<b>2. Определение усилий в фермах</b> .....	5
2.1. Способы определения усилий в стержнях ферм .....	5
2.2. Определение усилий с использованием способа замены стержней .....	9
2.3. Особенности определения усилий в стержнях шпренгельных ферм ..	13
<b>3. Построение линий влияния усилий в фермах</b> .....	19
3.1. Общие определения и понятия .....	19
3.2. Построение линий влияния усилий в балочных фермах .....	19
3.3. Построение линий влияния усилий в консольных фермах .....	26
3.4. Построение линий влияния усилий в шпренгельных фермах .....	30
<b>4. Определение усилий по линиям влияния от внешних нагрузок</b> .....	45
<b>Список использованной литературы</b> .....	47

Учебное издание

Составитель: Игнатюк Валерий Иванович

# Расчет плоских статически определимых шарнирных ферм

Методические указания  
по дисциплине “Строительная механика”  
для студентов строительных специальностей

Ответственный за выпуск Игнатюк В.И.

Редактор Строкач Т.В.

Технический редактор Никитчик А.Д.

Корректор Никитчик Е.В.

---

Подписано к печати 28.03.2005 г. Формат 60×84/16. Бумага Снегурочка. Гарнитура Times New Roman. Усл. печ. л. 2,79. Уч.-изд. л. 3,0. Тираж 220 экз. Заказ № .  
Отпечатано на ризографе Учреждения образования «Брестский государственный технический университет». 224017, Брест, ул. Московская, 267.