

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

# **СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ**

**Сборник материалов  
XI Республиканской научной конференции  
молодых учёных и студентов**

***21–22 ноября 2019 года***

Брест 2019

УДК 004+51+52+53+55+62+63+65+68  
ББК 22.11/.19+32.97

**Программный комитет конференции:**

**Председатель: Головки В. А.** – д-р техн. наук, профессор (БрГТУ).

**Зам. председателя: Лебедь С. Ф.** – канд. физ.-мат. наук, доцент (БрГТУ).

**Члены программного комитета:**

**Корзюк В. И.** – академик НАНБ, д-р физ.-мат. наук, профессор (БГУ),

**Голенков В. В.** – д-р техн. наук, профессор (БГУИР),

**Дудкин А. А.** – д-р техн. наук, профессор (ОИПИ НАНБ),

**Махнист Л. П.** – канд. техн. наук, доцент (БрГТУ),

**Дереченник С. С.** – канд. техн. наук, доцент (БрГТУ),

**Парфомук С. И.** – канд. техн. наук, доцент (БрГТУ),

**Рубанов В. С.** – канд. физ.-мат. наук, доцент (БрГТУ),

**Грицук Д. В.** – канд. физ.-мат. наук (БрГУ им. А. С. Пушкина),

**Сендер Н. Н.** – канд. физ.-мат. наук, доцент (БрГУ им. А. С. Пушкина),

**Матысик О. В.** – канд. физ.-мат. наук, доцент (БрГУ им. А. С. Пушкина).

**Редакционная коллегия:**

**Главный редактор: Головки В. А.** – д-р техн. наук, профессор.

**Члены редакционной коллегии: Лебедь С. Ф.** – канд. физ.-мат. наук, доцент, **Дереченник С. С.** – канд. техн. наук, доцент, **Махнист Л. П.** – канд. техн. наук, доцент, **Парфомук С. И.** – канд. техн. наук, доцент, **Рубанов В. С.** – канд. физ.-мат. наук, доцент, **Матысик О. В.** – канд. физ.-мат. наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра прикладной математики и информатики БрГУ им. А. С. Пушкина;

Сендер Н. Н., канд. физ.-мат. наук, доцент.

**Современные проблемы математики и вычислительной техники** : сборник материалов XI Республиканской научной конференции молодых ученых и студентов, Брест, 21–22 ноября 2019 г. / Брестский государственный технический университет ; редкол.: В. А. Головки (гл. ред.) [и др.]. – Брест : БрГТУ, 2019. – 108 с.

**ISBN 978-985-493-476-1**

В сборнике представлены материалы докладов по современным проблемам интеллектуальных технологий обработки данных в научных и прикладных исследованиях, робототехники, моделирования нелинейных динамических процессов, аналитических и численных методов исследований в математике и их приложениях.

УДК 004+51+52+53+55+62+63+65+68  
ББК 22.11/.19+32.97

ISBN 978-985-493-476-1

© «Издательство БрГТУ», 2019

## **ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ РОБОТОТЕХНИКИ.**

УДК 681.32

### **ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КОМПЛЕКСА УПРАВЛЕНИЯ ОБОРУДОВАНИЕМ КОНТРОЛЯ КРИТИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ НА БАЗЕ СИСТЕМ МАШИННОГО ЗРЕНИЯ**

**Аваков С. М.<sup>1</sup>, Воронов А. А.<sup>2</sup>, Ганченко В. В., Дудкин А. А.<sup>2</sup>,  
Инютин А. В., Марушко Е. Е., Дедков А. И.<sup>1</sup>, Шоломицкий В. Г.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>ОАО «КБТЭМ-ОМО», г. Минск, Беларусь, [office@kbtem-omo.by](mailto:office@kbtem-omo.by);

<sup>2</sup>ОИПИ НАН Беларуси, г. Минск, Беларусь, [voronov@lsi.bas-net.by](mailto:voronov@lsi.bas-net.by)

Обновление технологического потенциала электронного машиностроения является основой для повышения конкурентоспособности других отраслей народного хозяйства. Современные средства разработки электронных схем направлены на сокращение времени освоения и запуска в производство новых изделий, а также на понижение стоимости цифровой аппаратуры при ее массовом производстве. Такую возможность и обеспечивает названная выше технологическая база, в том числе системы машинного (технического) зрения, которые являются составной частью современной технологии проектирования и производства СБИС.

В связи с переходом на субмикронные нормы проектирования и усложнением СБИС возникает необходимость решения задач обработки, хранения, приема и передачи больших объемов данных с использованием современных интерфейсов, для чего требуется разработка оригинальных подходов, методов и алгоритмов цифровой обработки изображений, оптических методов и приборов контроля технологических процессов, компьютерных методов и алгоритмов анализа получаемых в литографическом процессе данных, позволяющих в полной мере соответствовать условиям субмикронного производства, обеспечивать качественную отработку процессов фотолитографии при изготовлении СБИС и сокращение стоимости производства.

В качестве объекта исследования выступает процесс контроля оборудованием критических размеров на изображениях фотошаблонов и слоев СБИС, получаемых средствами видеозахвата. Обработка заключается в анализе и измерении различного рода элементов изображений, формировании отчетов по результатам анализа, управлении системой фокусировки, координатным столом и другими внешними устройствами, а также синтезе программы для автоматического режима работы программного комплекса (ПК). Обработка реализована с поддержкой оборудования видеозахвата сторонних производителей, с учетом конструкторско-технологических ограничений (КТО).

Главными зарубежными аналогами предлагаемого комплекса являются ПК Olympus MicroSuite FIVE компании Olympus Corporation (Japan) и NIS-Elements Microscope Imaging Software компании Nikon Instruments Inc. (USA). Аналоги установок контроля критических размеров: LEICA LWM 250 UV и KLA Tencor IPRO4. В разработанном ПК реализованы основные функции названных выше двух ПК, а также ряд дополнительных функций: поиск фрагментов по образцу; откат действий, создание резервных копий и сеансовых контрольных точек.

Основными вариантами использования ПК являются:

- загрузка объекта - полупроводниковой пластины или фотошаблона, ориентация в пространстве, перемещение в рабочую зону;
- выгрузка – удаление объекта из рабочей зоны в хранилище (контейнер, кассету);
- инициализация установки и базирование механизмов – загрузка в установку данных, описывающих исходное состояние оборудования для решения конкретной задачи, и установка механизмов в соответствующее состояние/положение;
- управление перемещениями координатного стола – формирование обобщенных команд для управления движением координатного стола;
- совмещение и ориентация – привязка системы отсчета и координатной системы объекта к координатной системе установки;
- контроль и измерение размеров – запуск алгоритмов контроля и измерения размеров;
- автоматическое измерение – запуск алгоритмов автоматического измерения размеров;
- определение размеров элементов – запуск алгоритмов определения размеров изображения;
- управление механизмами – подготовка команд управления оборудованием (метакоманд) и соответствующих параметров;
- формирование управляющих команд – преобразование метакоманд в формат требуемых тем либо иным микроконтроллером управления оборудованием;
- создание программы контроля и измерений для автоматического режима;
- сохранение результатов контроля и измерений – компоновка результатов работы ПК в структуру, предназначенную для дальнейшего хранения в базе данных и последующее сохранение полученного блока данных с использованием СУБД.

ПК совместим с конкурентоспособным прецизионным оборудованием для изготовления высокоточных оригиналов топологий изделий электронной техники выпускаемым ОАО «КБТЭМ-ОМО» и интегрируется в единый технологический цикл [1] для:

- автоматической фотометрии с прецизионной лазерной системой фокусировки;
- контроля критических размеров полупроводниковых пластин;
- контроля совмещаемости слоев полупроводниковых пластин

#### **Список цитированных источников**

1. Технологические комплексы интегрированных процессов производства изделий электроники / А.П. Достанко, С.М. Аваков, О.А. Агеев, М.П. Батура [и др.]. – Минск: Беларуская Навука. – 251 с.

УДК 004.912

## **НЕЙРОСЕТЕВОЙ МЕТОД АВТОМАТИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЯЗЫКА ТЕКСТА**

**Байко С. Л.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Крапивин Ю. Б., канд. техн. наук*

Проблема автоматической идентификации языка текста сегодня актуальна как никогда ранее. С развитием сети Интернет и сохраняющейся тенденцией к глобализации возрастает потребность в обеспечении устойчивых процессов коммуникации между

людьми по всему миру. Это приводит к необходимости создания и активного применения методов и инструментов автоматической обработки информации, представленной в виде текстов на естественных языках (ТЕЯ). Так, например, создаются, активно пополняются и поддерживаются интернет-каталоги, базы данных документов, которые содержат и обрабатывают информацию различной тематической направленности на десятках, а то и сотнях различных языков. А это требует решения задачи автоматической идентификации языка текста документа на самых ранних этапах его обработки. Качество решения указанной задачи во многом определяет результаты последующих этапов.

Анализ существующих методов автоматической идентификации языка текста показал преобладание статистических методов. Большинство популярных решений основано на n-грамм-моделях. Они показывают высокую точность, но являются ресурсоёмкими и требуют больших вычислительных мощностей [1].

Однако прогресс не стоит на месте и в последнее время наблюдается «взрыв» интереса к искусственным нейронным сетям, которые применяются для анализа данных в самых различных областях – медицина, бизнес, техника, физика. Сфера автоматической обработки ТЕЯ не стала исключением – существуют нейросетевые методы решения задачи автоматической идентификации языка текста. Для этого можно применять различные архитектуры нейронных сетей – это и простейшие многослойные перцептроны, и более сложные рекуррентные (Recurrent neural networks или RNN) и свёрточные (Convolutional neural networks или CNN) нейронные сети [2]. Одно из основных преимуществ нейросетевого подхода состоит в том, что на этапе обучения искусственные нейронные сети могут распознать более глубокие, иногда неожиданные закономерности в данных, а на этапе анализа – демонстрируют способность к обобщению, т. е. предоставляют возможность получать обоснованный результат на основании данных, которые не встречались в процессе обучения.

Для решения задачи автоматической идентификации языка текста больше всего подходят двунаправленные нейронные сети. «Традиционные» архитектуры искусственных нейронных сетей, такие как, например, многослойный перцептрон, имеют фиксированное число входов, и данные с каждого из них воспринимаются независимо. Это является главным недостатком при решении задач в области автоматической обработки ТЕЯ, т. к. входные последовательности – это тексты на ЕЯ, которые имеют смысловую целостность и связность. Рекуррентные нейронные сети решают эту проблему. Архитектура RNN предполагает возможность обмена информацией между искусственными нейронами: например, вдобавок к новому входному массиву данных на вход подаётся предыдущее состояние нейронной сети. Так, реализуется память. Двунаправленная сеть, кроме предыдущих элементов последовательности данных, и учитывает также и будущие.

Выбранная архитектура искусственной нейронной сети состоит из следующего набора слоёв: слой вложений, слой предыдущего состояния и слой будущего состояния. Слой вложений служит для преобразования входного числа в вектор. Слои предыдущего и будущего состояния представляют собой наборы ячеек управления памятью, которые позволяют учитывать состояние последовательности. Входная последовательность – это ТЕЯ. Каждый символ текста подаётся на входной слой нейронной сети – слой вложений. Выходным значением нейронной сети является язык, на котором написан сим-

вол. В качестве ячеек управления памятью могут применяться LSTM (долгосрочная кратковременная память) и GRU (управляемые рекуррентные блоки).

Полученная архитектура нейронной сети обучается с учителем, из чего следует, что для её обучения необходим набор данных. Таким набором стал Wikipedia Language Identification Dataset [3].

Для того чтобы кодировка не влияла на результаты работы нейронной сети, производится unicode-нормализация, позволяющая привести символы к определенному стандартному виду.

Для обучения и тестирования нейронной сети было разработано клиент-серверное приложение.

Тестирование различных конфигураций нейронной сети показало, что использование ячеек управления памятью типа GRU является наиболее эффективным: сеть с такими ячейками за 45 часов обучения достигла точности идентификации языка в 86,79%. К тому же она использует меньше памяти.

Сравнение работы полученной обученной модели искусственной нейронной сети с наиболее популярными программами идентификации языка текста, такими как LangDetect, LangID и CLD2, основанными на использовании n-грамм-моделей, показало преимущества выбранного метода решения поставленной задачи (таблица 1).

Таблица 1 – Результаты тестирования

Система	Количество языков	Метрика		
		Точность	Полнота	F <sub>1</sub> -мера
LangDetect	50	0,974	0,982	0,978
LangID	50	0,974	0,979	0,977
CLD2	50	0,974	0,983	0,978
<b>Нейросетевой метод</b>	<b>50</b>	<b>0,977</b>	<b>0,980</b>	<b>0,979</b>

В качестве метрик для сравнения были выбраны точность, полнота и F<sub>1</sub>-мера. Точность характеризует, сколько полученных от классификатора ответов являются правильными. Полнота характеризует способность классификатора находить правильные ответы. F<sub>1</sub>-мера объединяет в себе информацию о точности и полноте.

Таким образом, можно сделать вывод, что реализованный метод идентификации языка работает не хуже остальных, при этом обладая рядом преимуществ:

- 1.) большее количество поддерживаемых языков;
- 2.) лёгкая масштабируемость;
- 3.) гибкая конфигурация.

Результаты проведённых исследований внедрены в Учреждении образования «Брестский государственный технический университет».

#### Список цитированных источников

1. Крапивин, Ю.Б. Автоматическое определение языка текстового документа для основных европейских языков / Ю.Б. Крапивин // Информатика. – 2011. - №3 (31). – С. 112-117.
2. Jauhiainen, T. Automatic Language Identification in Texts: A Survey / T. Jauhiainen, M. Lui, M. Zampieri, T. Baldwin, K. Linden // Journal of Artificial Intelligence Research. – 2018. – 104 p.
3. Thoma, M. The WiLI benchmark dataset for written language identification. [Электронный ресурс] – Режим доступа: URL: <https://arxiv.org/abs/1801.07779> – Дата доступа: 23.10.2019.

УДК 004.896: 620.1.051

## РОБОТЕХНИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТРИБОЛОГИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

**Банза П. К.**

*Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого, г. Гомель  
Научный руководитель: Комраков В. В., канд. техн. наук, доцент*

В настоящее время значительное количество областей деятельности человека подвергаются автоматизации. При этом широко внедряются робототехнические устройства для работы в опасной обстановке (роботы для работы в шахте, для управления автомобилем), для ответственной работы (роботы для подсчета наличных денег, роботы-хирурги) и т. д. Однако рутинные операции, которые необходимо выполнять во время научных исследований, по нашему мнению, недостаточно автоматизированы. Под автоматизацией научной деятельности подразумевается не только создание программных продуктов, которые позволяют ускорить процесс составления математических моделей и следующий за ним этап проведения численного эксперимента. В данной работе рассматривается автоматизация экспериментальной деятельности при проведении трибологических испытаний.

Длительное время для проведения трибологических исследований применялась стандартная машина трения (СМТ) [1].

Габаритные размеры СМТ-1:

- испытательной машины - 1165x520x1100 мм;
- пульта управления - 650x850x1700 мм.

Масса прибора испытательная машина 2070 СМТ-1:

- испытательной машины - 500 кг;
- пульта управления - 300 кг.

Машина трения (СМТ) имеет ряд недостатков :

- большие габариты;
- высокий вес;
- значительные затраты энергии на проведение испытаний;
- низкая степень автоматизации повторяющихся действий.

Поэтому предлагается создать свой вариант машины трения, отличающаяся уменьшенными габаритами, мощностью, ценой и имеющей высокую долю автоматизации рутинных операций.

Проведен анализ существующих схем трибологических испытаний [2] (таблица 1) с точки зрения выявления элементарных движений.

Модульный принцип конструирования модули позволяет сгруппировать элементы с различными функциями в модули нескольких типов.

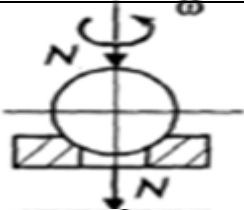
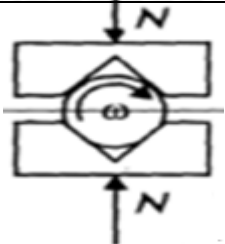
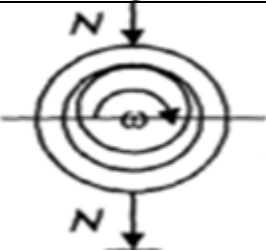
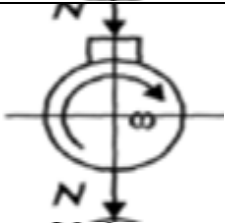
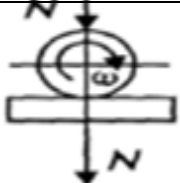
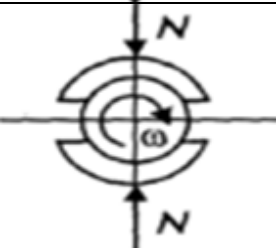
Предложен следующий состав независимых модулей для конструкции новой машины трения:

1. Модуль вращательного движения №1.
2. Модуль вращательного движения №2.
3. Модуль поступательного движения.

Кроме того, для обеспечения автоматизированной работы машины трения необходимы дополнительные модули:

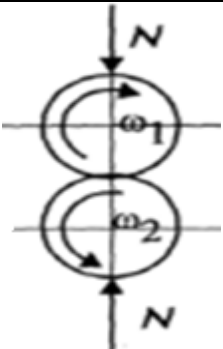
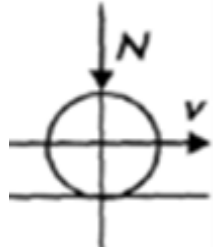
1. Модуль для нагружения узла трения.
2. Модуль для автоматизированной подачи смазки в узел трения.
3. Модуль для замены испытательных образцов.
4. Модуль для контроля выходных параметров.

Таблица 1 – Схемы трибологических испытаний

N	Название схемы трения	Схема испытаний	Виды элементарных движений
1	2	3	4
1	Сфера-кольцо		Вращательное движение 1
2	Точечный контакт		Вращательное движение 1
3	Вал-подшипник		Вращательное движение 1
4	Вал-частичный вкладыш		Вращательное движение 1
5	Сфера-кольцо		Вращательное движение 1
6	Вал-два вкладыша		Вращательное движение 1



Продолжение таблицы 1

1	2	3	4
7	Два вращающихся вала		Вращательное движение 1 Вращательное движение 2
8	Трение сферы по плоскости		Поступательное движение 1

Для реализации модулей предлагается использовать шаговые двигатели и механические передачи. Однако, в отличие от других моторов, шаговые двигатели вращаются не непрерывно! Вместо этого они вращаются шагами (отсюда и их название). Каждый шаг представляет собой часть полного оборота. Эта часть зависит, в основном, от механического устройства мотора и от выбранного способа управления им. Поэтому для создания плавного вращения шагового двигателя необходимо применить драйвер с дроблением шага (до 256 включительно). Схема управления таким двигателем представлена на рисунке 1.

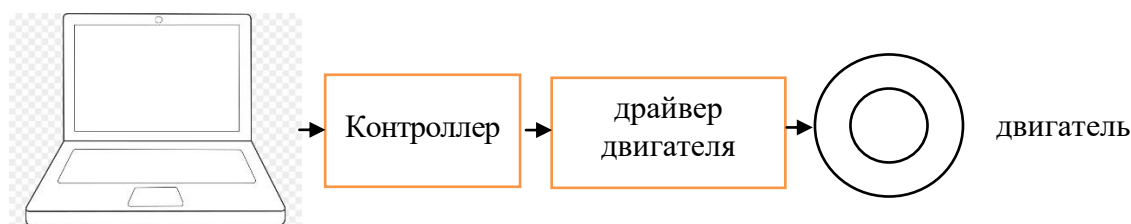


Рисунок 1 – Схема управления модулем машины трения

Модульный принцип построения машины трения позволит провести реализацию трибологических испытаний по различным схемам трения, приведенным в таблице 1, добавить новые функции, реализующие другие схемы трения, а также проводить дальнейшие работы по автоматизации машины трения.

**Список цитированных источников**

1. Технические характеристики. Испытательная машина 2070 СМТ-1 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://zapadpribor.com/2070-smt-1/>– Дата доступа: 18.10.2019.
2. Гаркунов, Д.Н. Триботехника (износ и безызносность): учеб. М.: Изд-во «МСХА», 2001. – 616 с.

УДК 0048.032.26(075.8)

## СВЕРТОЧНЫЕ СЕТИ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ СОСТОЯНИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПОЛЕЙ

**Ганченко В. В., Дудкин А. А.**

*Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, г. Минск, Беларусь,  
ganchenko@lsi.bas-net.by, doudkin@newman.bas-net.by*

Одним из успешных методов, используемых при обработке аэрофотоснимков растительности, является сверточная нейронная сеть (СНС) [1]. При этом основной проблемой является построение классификаторов состояния растительности для определения заболевания. Экспериментальная настройка классификаторов должна основываться как на анализе цветовых характеристик отдельных растений, так и полей в целом по изображениям, полученным с разных высот при различных условиях съемки. Наличие на изображении объектов нескольких типов приводит к искажению нормализованной редуцированной гистограммы идеального типового объекта, что используется в качестве основы для классификации.

В докладе представлены два классификатора, позволяющие отделить почву от растительности.

Классификатор «растительность–почва» в связи со значительными различиями в цветовых характеристиках растительности и почвы не требует сложной структуры (параметры СНС выбраны эмпирически): размер входного слоя:  $33 \times 33 \times 3$ ; 1-й сверточный слой: размер фильтра – 3, количество фильтров – 4; 2-й сверточный слой: размер фильтра – 3, количество фильтров – 8; полносвязный слой: количество нейронов – 16; выходной слой: количество нейронов – 2 (соответствуют классам «растительность» и «почва»).

Обучение выполнялось на изображениях экспериментального участка поля, засаженного картофелем, выполненных с высоты 5, 15, 50 и 100 метров (827 снимков разрешением  $3474 \times 2314$  пикселей). Наблюдению подвергались 3 группы растений: зараженные инфекционной болезнью *alternaria* и бактериальной болезнью *erwinia*, а также здоровые растения (контрольная группа). В результате развития указанных заболеваний происходит разрушение хлорофила в листьях картофеля, что приводит к изменению цвета растения. Размер обучающей выборки – 110528 изображений, полученных путем «нарезки» имеющихся аэрофотоснимков на участки размером 32, 64 и 128 пикселей с перекрытием и добавлением поворотов на углы, кратные  $90^\circ$ ; размер валидационной выборки – 27632 изображений (20 % общей базы); результирующая точность на валидационной выборке – 96.9%.

Классификатор «здоровая–пораженная растительность» в связи со значительными различиями в цветовых характеристиках этих двух классов более сложной структуры (параметры сети также были выбраны эмпирически). Размер входного слоя:  $33 \times 33 \times 3$ ; 1-й – 3-й сверточные слои: размеры фильтров – 3, количество фильтров каждого слоя – 32; 4-й сверточный слой: размер фильтра – 5, количество фильтров – 64; 1-й и 2-й полносвязные слои: количество нейронов каждого слоя – 128; выходной слой: количество нейронов – 2 (соответствуют классам «здоровая растительность» и «пораженная растительность»).

Обучение: размер обучающей выборки – 22244 изображений; размер валидационной выборки – 5560 изображений (20 % общей базы); результирующая точность на валидационной выборке – 93.8 %.

Объединяя полученные двухклассовые классификаторы в один, получаем трехклассовый классификатор. Для этого воспользуемся тем, что классы «здоровая растительность»  $c_n$  и «пораженная растительность»  $c_d$  являются подклассами класса «растительность»  $c_p$ . Значение на выходе классификатора «растительность–почва», соответствующее классу «растительность», находится в диапазоне  $[0; 1]$  и может быть использовано в качестве коэффициента для выходов классификатора «здоровая–пораженная растительность».

Тестирование объединения классификаторов осуществлялось на общей базе изображений классов (обучающая и валидационная выборка), которое показало снижение влияния шумовых факторов (освещение, солнечные блики) на качество получаемых карт пораженной растительности.

Полученные результаты тестирования приведены в таблице:

Класс	Пораженная растительность	Здоровая растительность	Почва
Точность, %	75.61	85.65	99.03

Наибольшее количество ошибок возникало на участках, соответствующих границе здоровой растительности и почвы (в особенности в местах, где небольшие участки почвы окружены растительностью, создающей на этом участке почвы тень). При этом использование двух СНС позволило снизить искажение цветовых характеристик изображений окрестностей пикселей при попадании в него растительности и почвы.

#### Список цитированных источников

1. Николенко, С. Глубокое обучение / С. Николенко, А. Кадурин, Е. Архангельская. – СПб.: Питер, 2018. – 480 с.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке БРФФИ (проект № Ф18В-005) и ГКНТ Республики Беларусь (проект № Ф18ПЛШГ-008П).

УДК 004.021:032.26

## О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ И ВЫБОРЕ ШАГА ОБУЧЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ПРЯМОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ

**Гладкий И.И., Будяков В.В., Чикалов Б.И., Юхимук Т.Ю.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест*

*Научный руководитель: Махнист Л.П., канд. техн. наук, доцент*

Задача обучения нейронной сети прямого распространения состоит в нахождении весовых коэффициентов  $w_{ij}$  и порогов  $T_j$  нейронной сети, которые минимизируют функцию ошибки сети

$$E(w_{11}, w_{21}, K, w_{m1}, T_1, K, w_{1n}, w_{2n}, K, w_{mn}, T_n) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (y_j - t_j)^2,$$

где  $y_j = F(S_j)$  – значение функции активации  $j$ -ого выходного нейрона сети,

$S_j = \sum_{i=1}^m w_{ij}x_i - T_j$ ,  $x_i$  – выходное значение  $i$ -ого нейрона предыдущего слоя,  $t_j$  – ожидаемый выход  $j$ -ого выходного нейрона ( $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ).

Введем обозначения:  $\bar{W} = (w_{11}, w_{21}, \dots, w_{m1}, T_1, \dots, w_{1n}, w_{2n}, \dots, w_{mn}, T_n)^T$  – вектор-столбец весовых коэффициентов  $w_{ij}$  и порогов  $T_j$  нейронной сети, а  $\bar{W}_j = (w_{1j}, w_{2j}, \dots, w_{mj}, T_j)^T$  – вектор-столбец весовых коэффициентов  $w_{ij}$  и порога  $T_j$ , связанных с  $j$ -ым выходным нейроном сети,  $E(\bar{W}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (y_j - t_j)^2$  – функция ошибки

сети,  $E(\bar{W}_j) = \frac{1}{2} (y_j - t_j)^2$  – функция ошибки  $j$ -ого выходного нейрона сети.

Обучение нейронной сети с использованием метода наискорейшего спуска состоит в изменении весовых коэффициентов  $w_{ij}$  и порогов  $T_j$  нейронной сети на каждом  $(t+1)$  шаге обучения ( $t = 1, 2, \dots, K$ ) в соответствии с формулами:

$$\bar{W}_j(t+1) = \bar{W}_j(t) - a_j(t) \nabla E(\bar{W}_j(t)),$$

если шаг обучения  $a_j(t)$  выбирается только для минимизации функции ошибки сети  $E(\bar{W}_j)$ , где  $\nabla E(\bar{W}_j)$  – градиент функции  $E(\bar{W}_j)$ ,

$$\bar{W}(t+1) = \bar{W}(t) - a(t) \nabla E(\bar{W}(t)),$$

если шаг обучения  $a(t)$  выбирается для минимизации функции ошибки сети  $E(\bar{W})$ .

Для выбора шага обучения предлагается использовать соотношения:

$$a_j(t) = \frac{\|\nabla E(\bar{W}_j(t))\|^2}{(\nabla^2 E(\bar{W}_j(t)) \cdot \nabla E(\bar{W}_j(t)), \nabla E(\bar{W}_j(t)))}, \quad (1)$$

$$a(t) = \frac{\sum_{j=1}^n \|\nabla E(\bar{W}_j(t))\|^2}{\sum_{j=1}^n (\nabla^2 E(\bar{W}_j(t)) \cdot \nabla E(\bar{W}_j(t)), \nabla E(\bar{W}_j(t)))}, \quad (2)$$

где  $\|\nabla E(\bar{W}_j(t))\|$  – длина вектора градиента  $\nabla E(\bar{W}_j(t))$ , связанная со скалярным произведением  $(\nabla E(\bar{W}_j(t)), \nabla E(\bar{W}_j(t)))$ , а  $\nabla^2 E(\bar{W}_j(t))$  – матрица Гессе функции  $E(\bar{W}_j(t))$ .

Соотношения (1) и (2) получены и использовались, например, в [1–3] при выполнении условия  $\min_j (F'(S_j(t)))^2 + (y_j(t) - t_j) F''(S_j(t)) > 0$ , которое рассматривалось в [4].

Заметим, что выражения (1) и (2) можно записать в виде:

$$a_j(t) = \frac{1}{\left( \sum_{i=1}^m x_i^2 + 1 \right) \cdot \left( (F'(S_j(t)))^2 + (y_j(t) - t_j) F''(S_j(t)) \right)},$$

$$a(t) = \frac{\sum_{j=1}^n (y_j(t) - t_j)^2 (F'(S_j(t)))^2}{\left( \sum_{i=1}^m x_i^2 + 1 \right) \cdot \sum_{j=1}^n (y_j(t) - t_j)^2 (F'(S_j(t)))^2 \left( (F'(S_j(t)))^2 + (y_j(t) - t_j) F''(S_j(t)) \right)}.$$

Установлено, что величины  $a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t)$  и  $a(t)$ , связаны соотношением

$$a(t) = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{q_j(t)}{a_j(t)}}, \text{ где } q_j(t) = \frac{\|\nabla E(\bar{W}_j(t))\|^2}{\|\nabla E(\bar{W}(t))\|^2}.$$

Следовательно,  $a(t)$  – взвешенное среднее гармоническое величин  $a_j(t)$ , с весами  $q_j(t)$ .

Полученное соотношение можно пояснить, например, следующим образом: если путь  $\|\nabla E(\bar{W}(t))\|^2 = \sum_{j=1}^n \|\nabla E(\bar{W}_j(t))\|^2$  разбит на участки  $\|\nabla E(\bar{W}_j(t))\|^2$ , скорость (шаг обучения) на каждом из которых постоянна и равна  $a_j(t)$ , то средняя скорость (шаг обучения)  $a(t)$  по всему пути  $\|\nabla E(\bar{W}(t))\|^2$  будет равна взвешенному среднему гармоническому скоростей (шагов обучения)  $a_j(t)$ .

Сравним абсолютные изменения функции ошибки сети  $E(\bar{W})$  в рассмотренных двух случаях.

В первом случае получим, что абсолютное изменение функции ошибки сети  $E(\bar{W})$  удовлетворяет соотношению:

$$\begin{aligned} |\Delta_1 E(\bar{W}(t))| &= |E(\bar{W}(t+1)) - E(\bar{W}(t))| = \left| \sum_{j=1}^n (E(\bar{W}_j(t+1)) - E(\bar{W}_j(t))) \right| = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n a_j(t) \|\nabla E(\bar{W}_j(t))\|^2 = \frac{1}{2} \left( \sum_{j=1}^n q_j(t) a_j(t) \right) \cdot \|\nabla E(\bar{W}(t))\|^2, \end{aligned}$$

а во втором случае – соотношению:

$$|\Delta_2 E(\bar{W}(t))| = |E(\bar{W}(t+1)) - E(\bar{W}(t))| = \frac{a(t)}{2} \|\nabla E(\bar{W}(t))\|^2 = \frac{1}{2 \sum_{j=1}^n \frac{q_j(t)}{a_j(t)}} \|\nabla E(\bar{W}(t))\|^2.$$

Используя неравенство Йенсена, получим:

$$\max\left(\left|\Delta_1 E(\bar{W}(t))\right|, \left|\Delta_2 E(\bar{W}(t))\right|\right) = \frac{1}{2} \max\left(\sum_{j=1}^n q_j(t) a_j(t), \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{q_j(t)}{a_j(t)}}\right) \cdot \|\nabla E(\bar{W}(t))\|^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^n q_j(t) a_j(t)\right) \cdot \|\nabla E(\bar{W}(t))\|^2.$$

Следовательно, использование соотношений (1) будет обеспечивать лучшую скорость сходимости обучения нейронной сети с использованием метода наискорейшего спуска по сравнению с использованием соотношения (2).

#### **Список цитированных источников**

1. Golovko, M. Multilayer neural networks training methodic / M. Golovko, L. Makhnist, N. Maniakov // Second IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2003) : Proceedings, Lviv, Ukraine, 8–10 Sept. 2003. – Lviv, 2003. – P. 185–190.
2. Makhnist, L. Some Methods of Adaptive Multilayer Neural Network Training / L. Makhnist, N. Maniakov // International Journal of Computing. – 2004. – Vol. 3. – P. 99–106.
3. Maniakov, N. Traing algorithm for forecasting multilayer neural network / N. Maniakov, L. Makhnist, V. Rubanov // Pattern Recognition and Information Processing : Proceedings of The Seventh International Conferences (PRIP'2003), Minsk, Republic of Belarus, 21–23 May 2003 : in 2 vol. – Minsk, 2003. – Vol. 1. –P. 26–30.
4. Makhnist, L. Convergence Analysis of Neural Networks Training Based on Steepest Descent Method / L. Makhnist, A. Doudkin, V. Golovko // Pattern Recognition and Information Processing (PRIP'2007) : Proceedings of the Ninth International Conference, Minsk, Republic of Belarus, 22–24 May 2007 : in 2 vol. – Minsk, 2007. – Vol. 1. – P. 285–289.

УДК 004.832.2

## **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВОЛЮЦИОННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

***Давидюк Ю. И.***

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Кочурко П. А., канд. техн. наук, доцент*

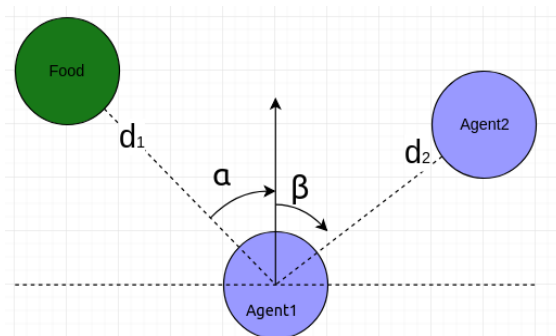
В последнее время для решения каких-либо задач все чаще используют методы машинного обучения. Так, например, для решения оптимизационных задач пробуют использовать генетические алгоритмы, для задач классификации – нейронные сети. Для решения методами машинного обучения необходимо проанализировать задачу и найти наиболее эффективный алгоритм решения и способ настройки параметров для выбранного алгоритма.

Генетический алгоритм – это своеобразный метод оптимизации, основанный на идее естественного отбора как средства достижения наилучшего результата. Многочисленные методы естественной эволюции дают возможность решать разнообразные задачи.

Смоделируем среду для поиска оптимального поведения группы агентов в реальном времени. Агенты будут находиться в конкурентной борьбе за добычу. Для управления агентами будем использовать простую нейронную сеть. Классическим методом обучения данной нейронной сети является алгоритм обратного распространения ошибки, но мы воспользуемся другим способом – генетическим алгоритмом.

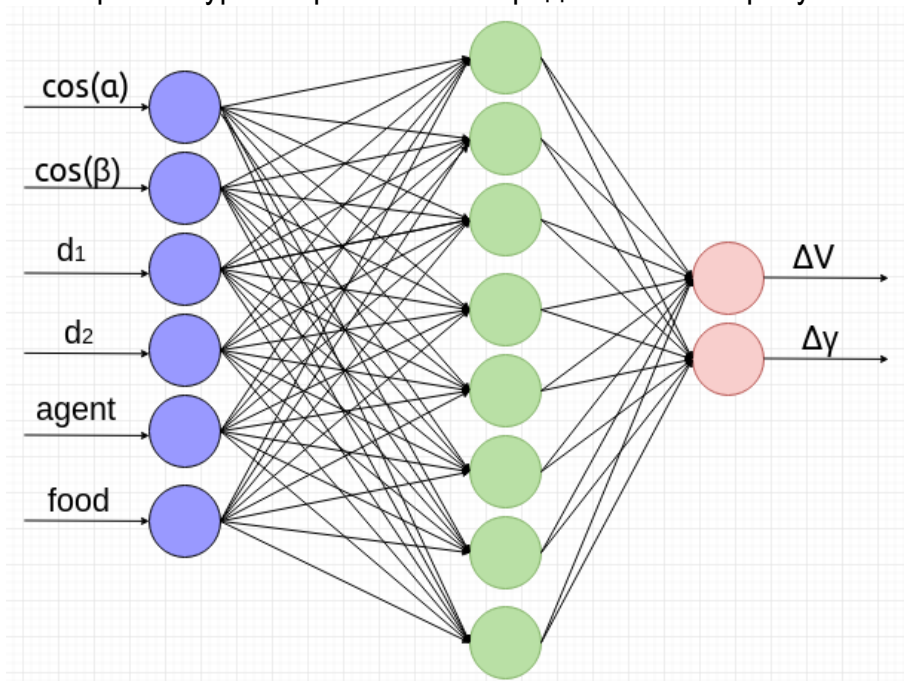
Рассмотрим среду: имеются агенты в поиске добычи. С помощью сенсоров агенты получают информацию. Задача агентов – за минимальное время собрать максимальное количество добычи. Характеристики среды: ширина, высота, количество агентов, количество добычи. Характеристики добычи: координаты положения в среде (x, y). Характеристики агента: координаты положения в среде (x, y), вектор направления, скорость движения.

Сенсор агента обрабатывает следующее: сигнал о наличии добычи поблизости, расстояние до добычи, косинус угла между вектором направления агента и вектором, направленным на добычу, сигнал о наличии конкурирующих агентов рядом (смотрите рисунок 1).



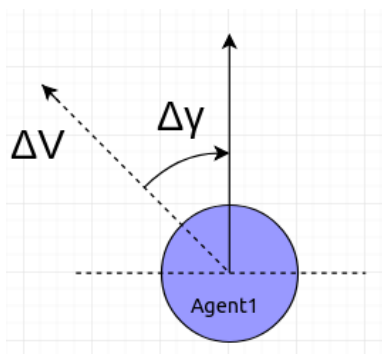
**Рисунок 1 – Показатели, обрабатываемые агентом среды**

На вход распределительного слоя нейронной сети подаются показатели сенсоров, а на выходе получаем значение угла поворота, а также значение изменения скорости движения агента. Архитектура нейронной сети представлена на рисунке 2.



**Рисунок 2 – Архитектура нейронной сети**

Агент взаимодействует со средой путем изменения собственного положения и направления (смотрите рисунок 3).



**Рисунок 3 – Применение результатов работы нейронной сети к агенту**

Для удобства обучения с помощью генетического алгоритма необходимо нейронную сеть представить в некотором линейном виде. Для этого все её параметры запишем в одномерный массив – хромосому. К параметрам нейронной сети относятся: весовые коэффициенты, пороговые значения, функция активации. Ген функции активации может отсутствовать, если мы не хотим менять ее во время обучения нейронной сети. Количество генов в хромосоме зависит от количества нейронных элементов в скрытом слое нейронной сети. Так, для архитектуры нейронной сети, представленной на рисунке 2, нам понадобится хромосома с 74 генами. Возьмем 50 хромосом для приемлемого функционирования среды, с данным числом можно экспериментировать.

Для выбора родителей для новой популяции будем использовать турнирный отбор. При турнирном отборе (tournament selection) из популяции, содержащей  $N$  особей, выбираются случайным образом  $t$  особей, и лучшая из них особь записывается в промежуточный массив. Преимуществом данного способа является то, что он не требует дополнительных вычислений [2]. Для порождения новой популяции будем производить операции скрещивания и мутации.

Сгенерируем модель со следующими параметрами: размеры среды 600 на 400, выбор хромосом-родителей проводится в среде с размерами 200 на 200 (для увеличения скорости обучения нейронной сети), количество агентов в среде – 15, количество частиц еды – 10.

В таблице 1 приведены результаты работы сгенерированной среды при различном количестве популяций.

**Таблица 1 – Результаты обучения нейронной сети**

№	Количество популяций	Время на поиск добычи, с
1	5	32,56
2	10	17,19
3	20	14,46
4	30	13,41
5	40	12,90
6	50	13,88
7	60	5,56



Стоит отметить, что в таблице приведены лучшие результаты из некоторого количества экспериментов. Сгенерировать одинаковые условия не представляется возможным, ввиду случайной инициализации значений генов у хромосом.

В результате обучения нейронная сеть достаточно часто начинает менять поведение агента таким образом, что агент оглядывается по сторонам. Такое естественное поведение является эффективным, поскольку всегда есть вероятность появления добычи ближе, чем текущая цель агента.

Существуют и некоторые сложности: среда, в которой развиваются агенты, не является абсолютно просматриваемой, то есть в нашей задаче агент видит только перед собой и немного вокруг, а также среда является недетерминированной (координаты добычи генерируются случайным образом).

#### **Список цитированных источников**

1. Рассел, Ст. Искусственный интеллект. Современный подход / Ст. Рассел, П. Норвиг. – М.: Изд. дом "Вильямс", 2017. – 1408 с.
2. Панченко, Т. В. Генетические алгоритмы [Текст] : учебно-методическое пособие / под ред. Ю. Ю. Тарасевича. – Астрахань : Издательский дом «Астраханский университет», 2007. — 87 с.

УДК 621.865.8:631.145:004.896

## **НАПРАВЛЕНИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В АГРОПРОМЫШЛЕННОМ КОМПЛЕКСЕ**

***Данилович Е. С.***

*Полесский государственный университет, г. Пинск, Беларусь  
Научный руководитель: Штепа В. Н., канд. техн. наук, доцент*

За последние 10-15 лет робототехника нашла широкое применение в сельскохозяйственном производстве, особенно в прецизионных технологиях. Их применение позволило более точно определять воздействие различных факторов на рост, развитие и, в конечном итоге, на продуктивность растений и животных.

Проведенные аналитические исследования показывают, что индустрия производства роботов стала одной из ведущих в мире [1]. Это вызвано тем, что преимущества робота перед человеком значительны и не все еще изучены и использованы, если иметь в виду интеллект, который уже начал проявляться в отдельных моделях роботов ряда фирм.

Роботы нашли применение там, где требуются большие физические усилия, высокие скорости механического перемещения. Особенно существенно, что у таких механизмов отсутствует утомляемость. Действия роботов могут выполняться с очень высокой точностью, что позволило разработать на их базе прецизионные технологии в самых разных областях (производство печатных плат, 3D-принтеры, общая хирургия и др.).

Практическое отсутствие санитарно-гигиенических требований к условиям труда и затрат на социальные нужды характерно для автоматизированных производств с робототехническими системами. На таких производствах почти нет освещения, отопления, вентиляции, продукция имеет высокое качество, не зависящее от «человеческого фактора».

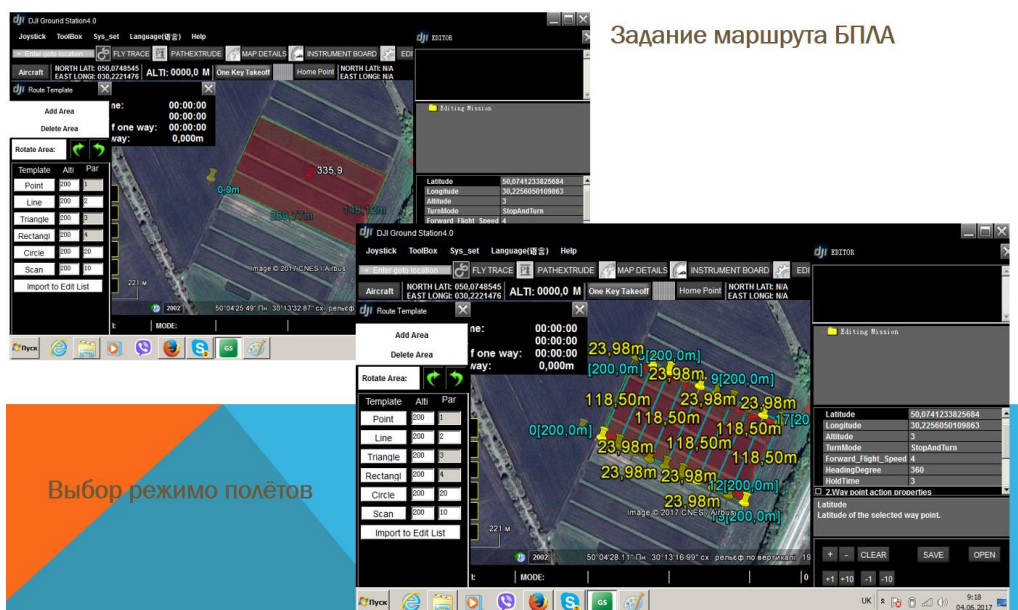
Как видно из всех перечисленных преимуществ робототехнических систем, все они могут использоваться в агропромышленном комплексе (АПК), поскольку АПК – это энер-

гозатратная отрасль, где широко используется ручной труд с тяжелыми монотонными операциями, вредными и опасными условиями. Поэтому применение робототехнических систем в сельском хозяйстве позволит достичь ряда целей: увеличение производства продовольствия, снижение энергозатрат на единицу производимой продукции при одновременном повышении урожайности сельхозкультур и продуктивности животных.

В настоящее время в АПК наиболее роботизирована сфера переработки и упаковки продовольствия. Различные автоматизированные линии производства продовольствия, разливные и упаковочные автоматы применяют в мире несколько десятков лет. Появились автоматы-теплицы, автоматы-птичники, а операции доения в молочном животноводстве разных стран выполняют несколько десятков тысяч роботов, объемы поставок доильных роботов на фермы ежегодно возрастают в 15-20 раз. Применение роботов доения [2, 3] на фермах позволяет не только повысить надои, качество продукции, снизить расход кормов и заболеваемость животных, но и решить социальные проблемы сельского населения, привлечь на село молодежь, предоставив им время для полноценного отдыха.

Так, комплексная автоматизация процессов на молочных фермах решается в настоящее время путем применения роботов-раздатчиков кормов, роботов-уборщиков навоза, роботов, поддвигающих корма. Выпускаются самоуправляемые машины для опрыскивания в садах, различные сеялки и культиваторы, комбайны для сбора ягод, роботы-дроны для наблюдения за посевами и другие робототехнические системы, автоматизированные беспилотные летательные аппараты опрыскивают сельскохозяйственные культуры, маленькие юркие дроны могут обеспечить более точную доставку опасных химикатов, чем обычные самолеты; более того, тех же дронов-опрыскивателей можно использовать и для аэрофотосъемки (рис. 1).

## ДИСТАНЦИОННОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ ПОСЕВОВ С ЦЕЛЬЮ ПРОГРАММИРОВАНИЮ УРОЖАЙНОСТИ НА БАЗЕ БПЛА



**Рисунок 1 – Внешний вид программного модуля БПЛА оценки сельхозугодий (разработчик – Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины)**

Кроме автоматических систем доения и дронов, разработаны прототипы роботов для внесения удобрений, прополки и сбора данных.

Всё больше развиваются и применяются специализированные роботы для сбора урожая: зерноуборочные комбайны существуют давно, но только сейчас, при помощи современных методов компьютерного зрения и робототехники, получилось разработать, например, робота, собирающего клубнику.

В исследовании *MarketsandMarkets Research* утверждается, что наиболее важные нововведения произойдут в таких областях, как:

- организация сбора урожая;
- картирование полей;
- управление молочными фермами;
- обработка почв;
- организация системы орошения;
- управление обрезкой ветвей;
- отслеживание погоды и прогнозы;
- инвентарный учет.

Роботы сельскохозяйственного назначения функционируют непосредственно в контакте с живыми организмами – растениями и животными. Поэтому актуальное значение имеет изучение адаптации воздействия роботов на живые организмы или их взаимодействие.

Сельскохозяйственная работа связана с риском и опасна для здоровья. Рабочие на ферме должны работать с ядовитыми веществами, находиться долгие часы на жаре и под солнцем в антисанитарных условиях. Работа в основном физическая, что увеличивает риски травм, вызванных усталостью, неблагоприятными условиями местности, плохой погодой или преклонным возрастом рабочих.

Часть фисков покрывается страховкой, часть не регулируется национальным законодательством и нормативными актами, что ставит благополучие фермера под удар. Выполнение такой работы техникой сохранит отдельным работникам здоровье или жизнь и улучшит демографическую ситуацию в целом.

### **Выводы**

1. Следует быстрее совершенствовать отечественное производство электронного оборудования и сельскохозяйственное машиностроение, без которых невозможно выпускать и применять робототехнические средства в АПК страны.

2. Тематика научных институтов и вузов должна отражать мировой опыт исследований, включая направления: разработка технологий с применением робототехнических средств и «умных» машин; совершенствование технологий точного сельского хозяйства; разработка технологий с применением альтернативных источников энергии в АПК.

3. Необходимо при вузах и НИИ в разных зонах страны создавать научно-производственные центры с набором робототехнических систем и технологиями точного земледелия.

4. Темпы роста производства и применения робототехнических систем в военной и гражданских отраслях очень высокие. Автономно работающий робот нуждается в постоянном надежном и длительном электропитании. Только энергоёмкие быстрозаряжающиеся аккумуляторы и солнечные батареи смогут обеспечить это в ближайшем будущем.

5. Современная обстановка в мире обуславливает необходимость ускорения развития отечественной электроники и сельхозмашиностроения, без которых невозможно осуществлять роботизацию и применение робототехнических средств в АПК. Это направление становится главным в конкурентной борьбе на мировом рынке.

**Список цитированных источников**

1. Рунов, Б.А. Применение робототехнических средств в АПК // С.-х. машины и технологии. – 2016. – №2. – С. 44.
2. Кормановский, Л.П. Тенденции применения доильных роботов / Л.П. Кормановский, Ю.А. Иванов, И.К. Текучев // Техника и оборудование для села. – 2008. – №8. – С. 36-38.
3. Кормановский, Л.П. Развитие роботизации доения коров // Вестник ВНИИМЖ. – 2013. – №2(10). С. 78-82.

УДК 004.896: 62-503.55

**5D-КООРДИНАТНЫЙ ФРЕЗЕРНЫЙ МОДУЛЬ  
ДЛЯ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНОГО УСТРОЙСТВА «MULTICUBE»**

**Клевец В. Э., Банза П. К.**

*Гомельский государственный технический университет  
имени П.О. Сухого, г. Гомель, Беларусь*

*Научный руководитель: Комраков В. В., канд. техн. наук, доцент*

Фрезерные станки с ЧПУ позволяют изготовить детали со сложными криволинейными поверхностями и предназначены для обработки плоских и пространственных корпусных деталей, осуществляют следующие операции: плоское, ступенчатое и контурное фрезерование с нескольких сторон и под различными углами, а так же сверление и растачивание.

При расширении степеней свободы перемещения фрезы до пяти возможности станка возрастают ещё больше. Так называемая «5-координатная обработка» означает, что к движениям фрезы по трём координатам добавляется поворот вокруг двух осей. На практике изменение угла инструмента относительно заготовки может осуществляться поворотом рабочего стола (платформы) или наклоном самого шпинделя. Соответствующее усложнение конструкции и удорожание станка компенсируется существенным расширением технологических возможностей.

При изготовлении на станках с ЧПУ наиболее сложными для обработки являются криволинейные фасонные поверхности (плоскости с прямолинейной направляющей и криволинейной образующей). В то же время в технике такие поверхности встречаются повсеместно – особенно в деталях машин и механизмов (зубчатые колёса, крыльчатки насосов, роторы компрессоров). Даже фреза самого станка (или обычное сверло бытовой дрели) содержит стружечную канавку сложного профиля, изготовление которого является очень непростой задачей. И в ряде случаев 5-координатный станок является единственным средством фрезерования «сложной» детали.

Достоинства 5-координатной обработки не ограничиваются фрезерованием сложных профилей. Порой «обычные» детали (в частности, корпусные) содержат множество конструктивных элементов: рёбра жёсткости, галтели и скругления, приливы, бобышки, а главное – большое количество отверстий. В этом случае возможность сложного взаимного перемещения фрезы и заготовки относительно пяти координат позволяет обраба-

тывать множество различных участков детали без остановки станка и перезакрепления заготовки. Это существенно экономит время на выпуск детали, а кроме того, обеспечивает высокое качество фрезерования.

Целью работы является разработка приложения для генерации файлов в формате G-code. После обзора существующего программного обеспечения по формированию файлов формата G-code принято решение о создании приложения, которое позволит генерировать G-code из файла в формате STL. В этом формате наиболее удобно хранить полигональную сетку, которая определяет поверхность обрабатываемой детали.

Координаты вершин полигонов, полученные из файла в формате STL, используются в качестве связующих координат, по которым осуществляется движение фрезы по поверхности обрабатываемой детали. Так как все полигоны имеют разные размеры, количество проходов фрезы, с одной стороны, зависит от этих размеров, с другой стороны, зависит от диаметра фрезы. Для поворота поворотного столика на нужный угол используется метод определения положения плоскости в пространстве, проходящей через каждый полигон обрабатываемой поверхности.

В качестве основы для построения программно-аппаратного комплекса используется микроконтроллер Arduino и плата Ramps 1.4.

На микроконтроллер Arduino установлена прошивка Marlin с изменениями, обеспечивающими работу 5-осевой обработки детали фрезерованием.

Программное обеспечение для управления 5D-координатным фрезерным модулем разработано на языке программирования C#, в среде разработки Visual Studio 2017 и осуществляет следующие функции:

- считывание данных из файла STL;
- осуществлять выбор диаметра фрезы;
- формирование и сохранение G-code в файл;
- отправка команд в формате gcode для управления работой многофункционального устройства «MultiCube».

Общая схема алгоритма представлена на рисунке 1.

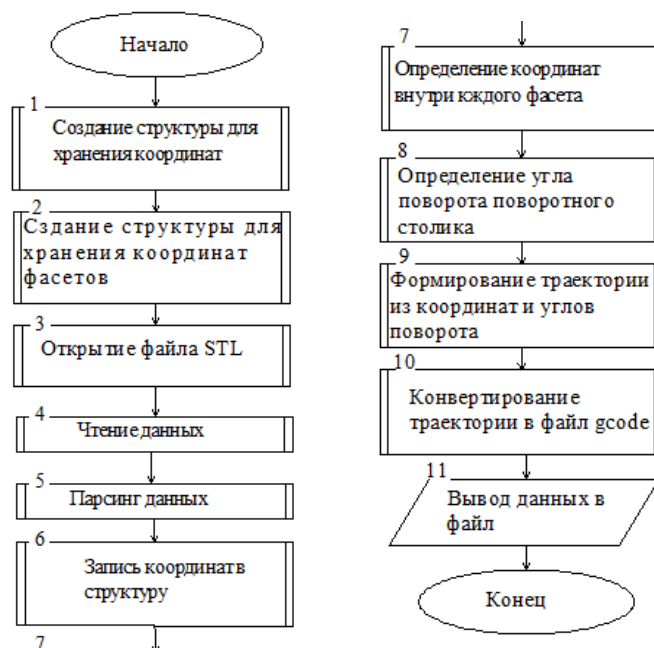


Рисунок 1 – Общая схема алгоритма

Настоящий проект имеет важную социальную значимость, так как направлен на развитие научно-исследовательской и инновационной деятельности университета и развитие творческих способностей студентов.

УДК 629.7.05

## **ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В БОРТОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

**Коваленко А. М.**

*Военная академия Республики Беларусь, г. Минск, Беларусь  
Научный руководитель: Шейников А. А., канд. техн. наук, доцент*

Анализ применения беспилотных летательных аппаратов (БЛА) в вооруженных конфликтах последнего десятилетия показывает необходимость обеспечения режима их автономной навигации в условиях радиоэлектронного противодействия противника [1]. Это связано с активным развитием систем радиоэлектронной борьбы («Красуха», «Шиповник-АЭРО», Комплекс РТР «ПЕЛЕНГ», АСП Р-934Б), которые способны «перехватывать» управление БЛА или, по крайней мере, подавлять сигналы управления и позиционирования (GPS, ГЛОНАСС, Galileo, BeiDou). Кроме этого, точность измерений спутниковой навигационной системы (СНС) зависит от состояния ионосферы и атмосферы Земли (сильная облачность и т. д.). При отсутствии сигналов СНС в бортовой инерциальной навигационной системе (ИНС) возникают ошибки определения координат, вызванные инструментальными погрешностями чувствительных элементов, а их процесс накопления имеет экспоненциальный характер, поскольку дисперсия ошибки пропорциональна кубу времени интегрирования. Поэтому инерциальные навигационные системы проблематично использовать без дополнительной коррекции в течение продолжительного времени. Наиболее эффективным решением задачи обеспечения автономной навигации является использование информации от бортовых оптико-электронных систем (ОЭС) для периодической коррекции ошибок ИНС. Основным отличием этих систем является то, что ошибки ОЭС известны и постоянны по времени. При этом актуальной становится задача разработки алгоритмов автоматического распознавания навигационных ориентиров по данным бортовой цифровой камеры.

Анализ современных разработок в области автономной навигации показал, что в наиболее эффективными являются системы, алгоритмы которых построены на технологии нейронных сетей.

Так, например, определенных успехов добилась компания NVIDIA, специализирующаяся на разработке графических процессоров. Разработанный специалистами компании БЛА имеет бортовую систему технического зрения на базе встраиваемого компьютера NVIDIA Jetson TX1 (рисунок 1). Алгоритмическое обеспечение этой системы разработано на основе технологий искусственного интеллекта с применением нейронных сетей, которые и определяют высокие требования к быстродействию бортового процессора.



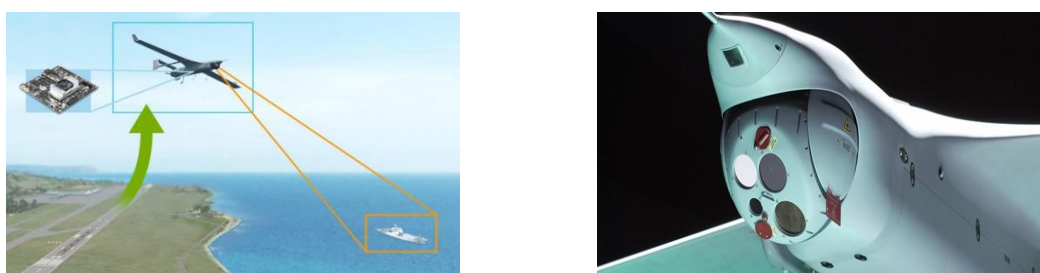


**Рисунок 1 – БЛА от NVIDIA Jetson TX1.**

Так, для распознавания объектов в цифровом видеопотоке в режиме реального времени требуется порядка 20 Tflops. Перед полетом в память системы NVIDIA загружается цифровая карта местности, составленная из снимков территории, над которой будет совершаться полет. На цифровой карте местности заранее определенные видимые ориентиры привязываются к их координатам. В полете обработка изображений производится прямо на бортовом компьютере. При обнаружении известного ориентира система выдает оценку координат в навигационную систему БЛА. В настоящее время проводятся испытательные полеты БЛА над лесными тропами.

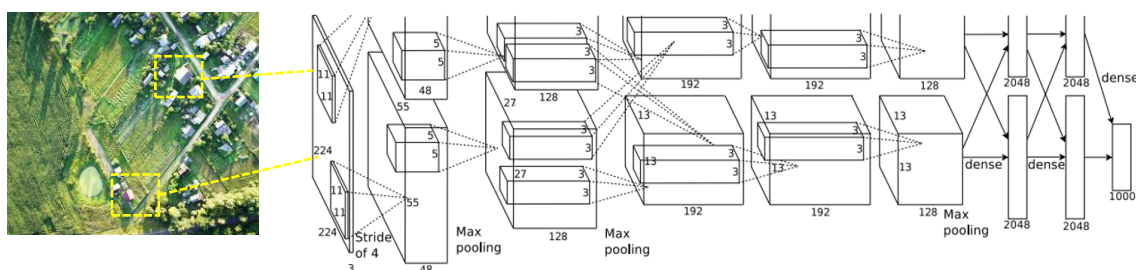
В связи с тем, что просеки являются довольно контрастными элементами, выделяющимися на фоне остальной растительности, однообразными на всем своем протяжении, у разработчиков имеется возможность значительного снижения объема данных для обучающей выборки. Очевидно, что при усложнении ландшафта объем вычислений будет нелинейно увеличиваться.

Еще одним примером является авиационная система технического зрения Airborne Computer Vision БЛА Boeing Insitu RQ-21A Blackjack, который применяется военноморскими силами США для автономного обнаружения, классификации, идентификации и определения местоположения морских судов в море (рисунок 2).



**Рисунок 2 - БЛА Boeing Insitu RQ-21A Blackjack**

Алгоритм системы позволяет осуществлять самостоятельный поиск изображений судов и классифицировать их по размеру, трехмерной форме и цвету. Для идентификации изображений используются сверточные нейронные сети. В настоящее время данный тип сетей считается лучшим по точности и скорости алгоритмов нахождения объектов на изображении. Нейронная сеть состоит из разных видов слоев: сверточные, субдискретизирующие, слой персептрона (рисунок 3).



**Рисунок 3 – Структура сверточной нейронной сети**

Помимо судов, система ACV может обнаруживать, классифицировать, идентифицировать и определять местоположение зданий, мостов, транспортных средств и людей. БЛА RQ-21 применяется в широком спектре военно-морских миссий: от составления морских карт для оперативно-стратегического командования ВМС США до ведения воздушной разведки на тактическом уровне.

Проведенный анализ существующих автономных БЛА с интеллектуальными навигационными системами позволяет сделать выводы:

1. Обеспечение автономности полета возможно при наличии в памяти БЛА цифровой карты местности, предварительно составленной из снимков территории, над которой будет совершаться полет.

2. Для составления цифровых карт целесообразно использовать спутниковые снимки местности.

3. Алгоритмическое обеспечение современных автономных навигационных систем разрабатывается на основе технологий искусственного интеллекта с применением нейронных сетей.

В качестве примера рассмотрим работу системы распознавания объектов воздушной разведки. Система предназначена для автоматизированного выделения объектов искусственного происхождения с целью упрощения составления разведывательных донесений по результатам воздушной разведки БЛА.

Данная система имеет модуль автоматической сегментации квадратных объектов (крыш домов, квадратных построек), алгоритм которого построен на базе нейронной сети U-Net [2], модифицированной под выполнение требуемых задач. Данная нейросеть обладает наилучшим качеством распознавания, применительно к данной задаче, и широко применяется при сегментации спутниковых снимков. В качестве обучающей выборки использовались изображения местности с БЛА, сделанные с высот 300, 600, 900 метров.



**Рисунок 4 – Результат работы алгоритма сегментации**

На рисунке 4-а изображен снимок населенного пункта, сделанный с БЛА с высоты 900 метров. На рисунке 4-б изображен тот же квадрат местности, сделанный со



спутника. На рисунке 4-в показан результат работы алгоритма сегментации крыш зданий. В таблице 1 представлены условия и результаты эксперимента.

Таблица 1 - Условия и результаты работы алгоритма сегментации

Условия и результаты	Значение
Библиотека компьютерного зрения	UNet
Операционная система	Windows 10
Центральный процессор (CPU)	Intel core i3-2310 (1,89 Gflops)
Графический процессор (GPU)	AMD Radeon 6300 (1,3 Tflops)
Оперативная память (RAM)	8 GB
Язык программирования	Python 3.6
Размер цифрового изображения	4000x6000 pix
Среднее время обработки одного цифрового изображения	58 сек
Среднее значение правильной сегментации	74%

Таким образом, нейронные сети показали свою высокую эффективность при решении задачи автоматической сегментации воздушных спутниковых изображений. Несомненно, при расширении тестового набора и доработке структуры нейросети можно увеличить качество сегментации до гораздо более высокого уровня. Однако производительность современных бортовых вычислительных систем составляет около 1 Tflops., а для распознавания объектов в цифровом видеопотоке в режиме реального времени требуется порядка 20 Tflops. Поэтому на данный момент реализовать все преимущества нейронных сетей на бортовых вычислителях малоразмерных БЛА достаточно затруднительно.

**Список цитированных источников**

1. Теодорович, Н.Н. Способы обнаружения и борьбы с малогабаритными беспилотными летательными аппаратами / Н.Н. Теодорович, С.М. Строганова, П.С. Абрамов// Интернет-журнал «Науковедение». – 2017. – Том 9, №1.
2. Ronneberger, O. U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation / O. Ronneberger, P. Fischer, T. Brox. – Arxiv. – Org. – 2015.

УДК 681.324:621.325

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ**

**Козловский Д. В.**

*Университет гражданской защиты МЧС Беларуси, г. Минск, Беларусь*

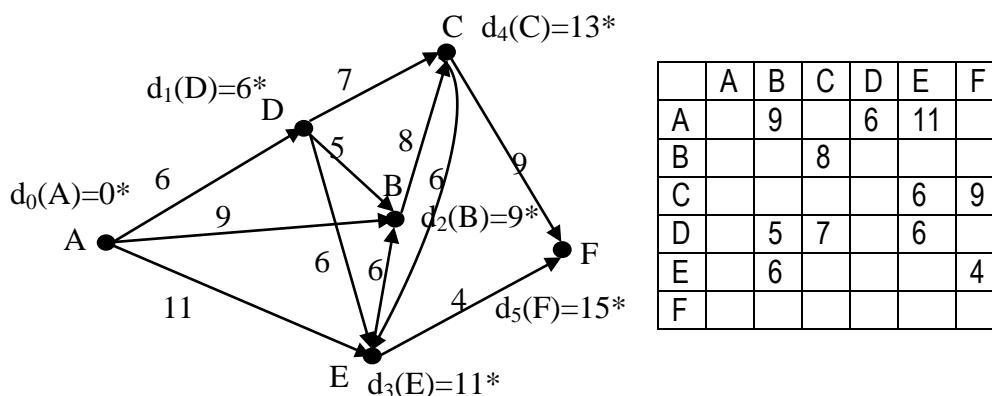
*Научный руководитель: Шамукова Н. В.,*

*канд. физ.-мат. наук, доцент*

Основная задача моделирования чрезвычайных ситуаций состоит во всестороннем изучении и описании обстановки как сложного объекта управления, выявлении его характеристик, анализ взаимодействия с внешней средой и другими факторами для достижения основной цели – ликвидации чрезвычайной ситуаций, а также в разработке моделей системы и синтезе алгоритмов управления.

Использование теории графов и теории матриц позволяет автоматизировать процесс анализа потоков информации, расчета характеристик модели, определить вычислительную сложность алгоритмов задач и их синтез. Зная суть и причины возникновения того или иного процесса, его формализованную модель можно задать с помощью графа. Теория графов позволяет оптимизировать решение задач в чрезвычайных ситуациях. Для описания связей между объектами с помощью графов следует приписать ребрам некоторые количественные значения характерных свойств или качественных признаков, называемых весами. В качестве весов могут выступать: время, расстояние, степень опасности пути для человека при эвакуации. Самым простым примером является порядковая нумерация ребер, описывающая очередность их рассмотрения, т. е. иерархия или приоритет. Вес ребра может означать напряжение или ток в электрических цепях, количество рядов движения на автодороге. Кроме того, вес можно также приписывать не только ребрам, но и вершинам. Вершины, соответствующие населенным пунктам, могут описывать пропускную способность дорог или количество мест для размещения пострадавших. Оптимизировать поиск наилучшего решения задачи позволяет алгоритм Дейкстры. Данный алгоритм выбирает пути с лучшими характеристиками, вместо равномерного исследования всех возможных путей [1].

Рассмотрим граф и его матрицу весов – передвижения спасателей МЧС из точки А - пожарной аварийно-спасательной части в точку F – место возникновения пожара (рис.1). Веса ребер графа соответствуют времени движения по участку пути. Требуется найти минимальный путь из вершины А в вершину F. Так как в данном графе есть цикл между вершинами В,С,Е, то его нельзя привести к ярусно-параллельной форме.



**Рисунок 1 – Граф и его матрица весов**

Кратчайший путь от вершины А до вершины F построен с использованием алгоритма Дейкстры, по которому рассчитаны постоянные метки вершин. Длина (вес) пути равна 15, путь образует последовательность дуг (АЕ) и (ЕF).

Таким образом, задача поиска самого короткого пути между двумя точками на графе, в которой минимизируется сумма весов ребер, составляющих путь, есть задача о кратчайшем пути. Различные практические применения данной задачи очень велики, что определяет ее значимость.

#### **Список цитированных источников**

1. Элементы теории графов: учеб. пособие / Л.Н. Домнин. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2007. – 144 с.

УДК 629.7

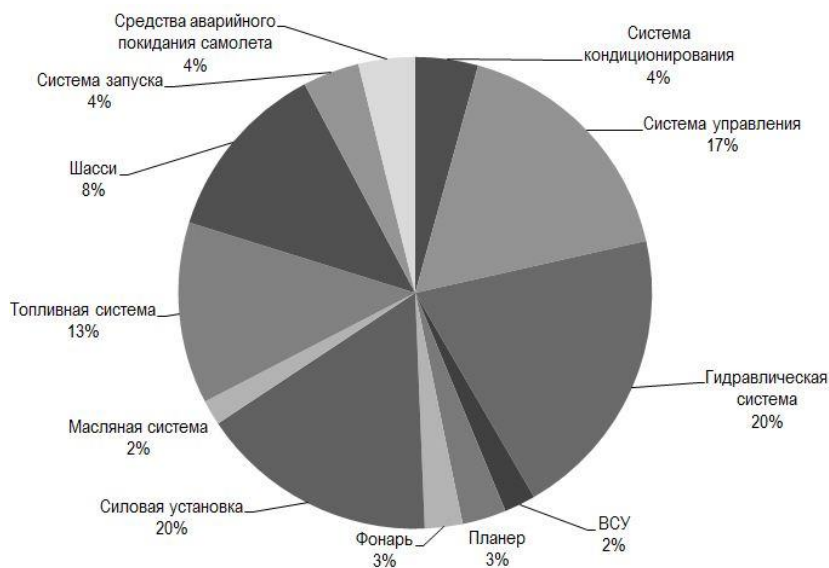
## ДИАГНОСТИКА ВРАЩАЮЩИХСЯ ЧАСТЕЙ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ И ДАННЫХ ОБЪЕКТИВНОГО КОНТРОЛЯ

**Корсун Д. А.**

Военная академия Республики Беларусь, г. Минск, Беларусь  
Научный руководитель: Шейников А. А., канд. техн. наук, доцент

Надежность работы авиационного двигателя (АД) во многом определяет безопасность полета летательного аппарата (ЛА). Двигатели ЛА не имеют резервированных деталей и узлов, и, соответственно, разрушение любого основного элемента двигателя (лопаток, камеры сгорания, опоры двигателя, подшипников и др.) ведет к потере его работоспособности, и как следствие, к авиационным инцидентам.

Анализ надежности, проведенный в авиационных частях, показывает, что отказы силовых установок ЛА составляют 20 % от общего числа отказов систем С(В)Д (рисунок 1).



**Рисунок 1 – Статистика отказов систем С(В)Д**

Надежная работа АД обеспечивается целым комплексом мероприятий, среди которых важное место отводится диагностике технического состояния. В условиях авиационных частей техническая диагностика проводится силами инженерно-технического состава технико-эксплуатационных частей (ТЭЧ) с использованием контрольно-проверочной аппаратуры (КПА). Однако КПА, находящаяся на вооружении, не позволяет в автоматизированном режиме определять отказы АД. К примеру, на самолетах 3-го поколения такой диагностический признак, как «выбег роторов», определяется вручную, путем замера времени выбега роторов с помощью секундомера, что очень неудобно с точки зрения автоматизации и накопления статистики. Хотя, в свою очередь, по статистике «выбега роторов» можно выявить тенденцию развития неисправности важных узлов АД (подшипники роторов, лопатки турбины и компрессора), прогнозировать износ опор. В целях точного измерения времени выбега роторов предлагается автоматизировать данный процесс.

Эту задачу возможно решить путем дополнительного анализа данных объективного контроля и использованием нейросетевых технологий. Использование нейронных сетей (НС) при диагностировании технического состояния АД по признаку «выбег роторов» включает в себя следующие этапы: анализ и обоснование входных данных; предварительная обработка входных данных; выбор архитектуры и структуры НС; обучение НС; оценка эффективности.

Длительность выбега роторов – временной интервал самовращения двигателя после его выключения. Определяется после останова двигателя до снижения частоты вращения каждого из роторов до значения, установленного в технической документации для конкретного типа АД. Так же из физики остывания твердого тела известно, что изменение температуры имеет вид гиперболы. Следовательно, входными данными для диагностирования технического состояния АД по признаку «выбег роторов» являются термогазодинамические параметры работающего двигателя – давление, температура, расход рабочих тел (воздуха, топливного газа), частота вращения роторов.

Информация о ключевых параметрах во время полета и при проведении газовок АД в ТЭЧ записывается в бортовые устройства регистрации (БУР) полетной информации. В таблице 1 представлены исходные данные, необходимые для оценки времени выбега роторов АД.

Таблица 1 – Исходные данные для оценки времени выбега роторов АД

Наименование параметра	Условное обозначение
Температура газов за турбиной двигателя	$T_4$
Частота вращения РНД двигателя	$N_{РНД}$
Частота вращения РВД двигателя	$N_{РВД}$
Положение ручки управления двигателя	$\delta_{руд}$

Считывание и оперативная обработка полетной информации осуществляется с помощью наземных устройств обработки (НОУ) (рисунок 2).

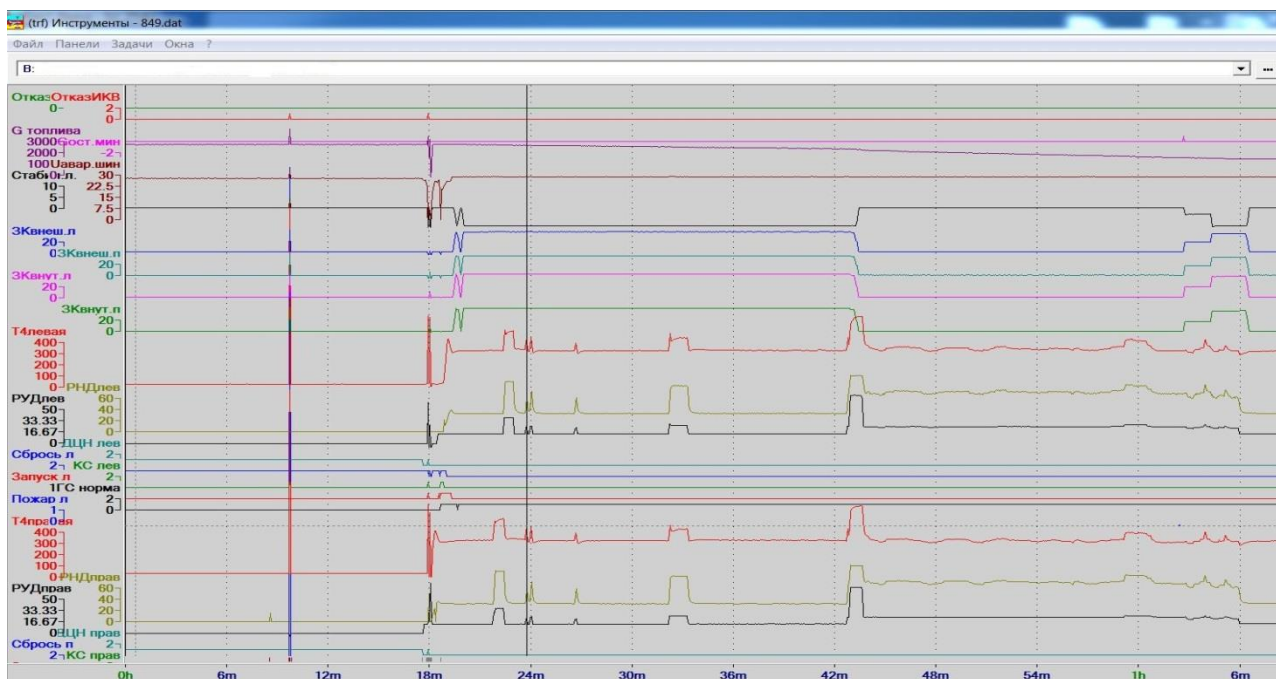


Рисунок 2 – Отображение полетной информации в НОУ

Предварительная обработка входных данных позволяет значительно повысить скорость сходимости алгоритма обучения НС, что в свою очередь снижает ошибку обучения [1]. НС представляет собой обучаемую нелинейную систему (рисунок 3).

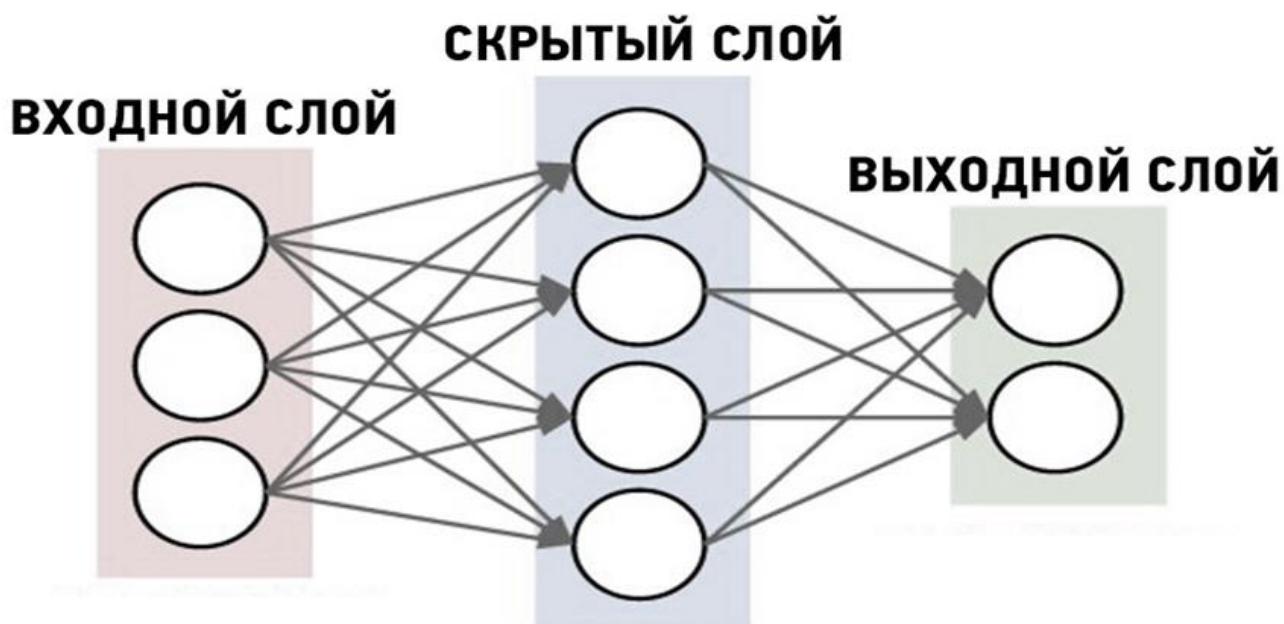


Рисунок 3 – Базовая структура НС

При росте числа разнообразных комбинаций входных параметров в результате накопления статистической информации ошибка обучения НС уменьшается по экспоненциальному закону, что обеспечивает более четкое разделение выходных множеств («время выбега ротора соответствует ТУ», «время выбега ротора не соответствует ТУ»).

В настоящее время создано большое количество НС с различными алгоритмами. Выбор наиболее подходящей сети для определения технического состояния АД по параметру «выбег роторов» осуществляется при помощи системы MATLAB с пакетом расширения «Neural Network Toolbox».

При обучении сети топология НС в основном считается неизменной, а настройке подлежат веса связей между нейронами. Выбор метода обучения зависит типа решаемых задач НС. При постановке задачи для обучения НС исходят из того, что система диагностики должна выбирать один из предполагаемых диагнозов из заданного набора на основе параметров АД, по которым производится оценка его технического состояния.

Таким образом, применение нейросетевых технологий и использование данных объективного контроля позволяет проводить оценку выбега роторов АД в автоматизированном режиме без изменения конструкции двигателя и внедрения дополнительных средств диагностирования. Достоинством использования данных объективного контроля является то, что интересующие нас параметры регистрируются в каждом полете. Это позволяет накапливать статистическую информацию.

#### Список цитированных источников

1. Царегородцев, В.Г. Оптимизация предобработки данных: константа Липшица обучающей выборки и свойства обученных НС / В.Г. Царегородцев // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. – 2003.

УДК 681.324:621.325

## **ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ В ПРИНЯТИИ УПРАВЛЕНЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ПРИ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ**

*Ляхович Д. И.*

*Университет гражданской защиты МЧС Беларуси, г. Минск, Беларусь*

*Научный руководитель: Шамукова Н. В., канд. физ.-мат. наук, доцент*

Высокий уровень оперативности и обоснованности решений в современных условиях не может быть достигнут без автоматизации управленческой деятельности. Процесс выработки решений по действиям при чрезвычайных ситуациях (ЧС) определяет характер функциональных задач управления, решаемых должностными лицами Министерства по чрезвычайным ситуациям в автоматизированном режиме.

Сетевой метод планирования позволяет планировать работу как единое, взаимосвязанное целое, логически развивающееся во времени. Для такого планирования применяются сетевые графики. Задача сетевого планирования заключается в том, чтобы составить такой план выполнения программы, который учитывает ограничения операций этой программы и при котором время выполнения комплекса работ будет минимальным [1]. Основой сетевого планирования является составление сетевого графа (логическая схема работ). Для этого необходимо проанализировать выполняемые задачи, определить время, отведенное на ликвидацию ЧС, длительность выполнения каждой операции, их последовательность, интенсивность выполнения операции (количество личного состава и технических средств, отведенных для выполнения той или иной операции), и множество непосредственно предшествующих видов работ [2].

Рассматривая инженерные обеспечения ликвидации ЧС природного характера, можно выделить следующие виды работ:

проведение инженерной разведки;

расчистка и содержание маршрутов ввода, проездов к участкам (объектам) ведения аварийно-спасательных работ;

устройство, содержание и восстановление по временным схемам путей движения, подвоза и эвакуации, дорожных сооружений;

восстановление и укрепление инженерных сооружений, необходимых для действий сил и средств ликвидации ЧС;

расчистка рабочей площадки на месте проведения АСДНР (аварийно-спасательные и другие неотложные работы);

откопка и вскрытие заваленных ЗС (защитных сооружений) и подача в них воздуха;

обрушение (укрепление) конструкций зданий, грозящих обвалом; инженерные мероприятия при ликвидации аварий на КЭС;

оборудование пунктов водоснабжения; энергообеспечение аварийно-спасательных и других неотложных работ (АСДНР);

проведение взрывных работ в интересах АСДНР;

организация и проведение работ по усилению, временному восстановлению и возведению новых защитных гидротехнических сооружений;

оборудование противоселевых, противооползневых, противолавинных сооружений;

организация инженерного обеспечения эвакуации населения, материальных и культурных ценностей в безопасные районы.

Постановка задачи сетевого планирования. Пусть имеется задача  $S$ , которая включает  $n$  видов работ:  $P_1, P_2, \dots, P_n$ . Каждый вид работ имеет ряд ограничений: продолжительность выполнения  $t_i$ , объем необходимых для его реализации ресурсов (сил и средств): интенсивность  $q_i$ , стоимость  $c_i$ , объем расходных материалов  $r_i$  и т. п.; множество  $S_i'$  непосредственно предшествующих ему видов работ.

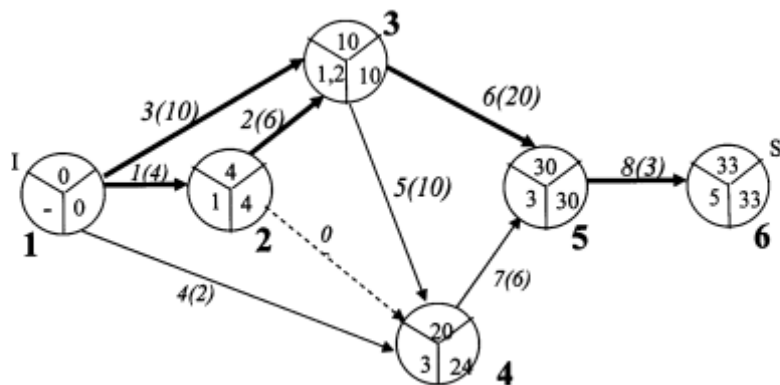


Рисунок 1 – Сетевой график выполнения работ

При вычислении ранних сроков наступления событий используется алгоритм Форда для сети с правильной нумерацией вершин.

Ранний срок наступления начального события полагаем равным нулю:  $T_1^P = 0$ . Далее для каждой вершины  $j$  в порядке возрастания номеров рассматриваем все входящие дуги  $(i, j)$  и к ранним срокам начальных вершин  $i$  прибавляем продолжительность работ  $t_{ij}$ . Максимум из указанной суммы даст величину  $T_j^P$ . Значение этой величины запишем в верхней трети вершины  $j$ , а номера предшествующих вершин, на которых осуществляется ранний срок, в левую треть круга.

Так, например,

$$T_3^P = \max_{(i,3) \in U^+(3)} (T_i^P + t_{i3}) = \max \{T_1^P + t_{13}, T_2^P + t_{23}\} = \max \{0 + 10; 4 + 6\} = 10$$

Ранний срок наступления конечного события называется критическим временем и обозначается  $T_{кр}$ . На графике  $T_{кр} = 33$ . Это минимальное время исполнения всех работ. Всякий путь из начальной вершины в конечную, имеющий критическую длину, называется критическим путем и проходит через вершины с нулевыми резервами времени. На рисунке 1 это путь 1-2-3-5-6 и путь 1-3-5-6.

При ликвидации чрезвычайной ситуации критический путь является оптимальным показателем выполнения работ, управленческое решение будет опираться на временные, числовые или другие затратные показатели этого параметра.

**Список цитированных источников**

1. Алексеев, В. М. Оптимальное управление / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. – Москва: Огни, 2008. – 125 с.
2. Зуховицкий, С. И. Математические методы сетевого планирования / С. И. Зуховицкий, И. А. Радчик – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 2010. – 296 с.



УДК 519.725;007.001.362;528.85/.87(15)

## СИСТЕМА СЖАТИЯ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ ДАННЫХ

**Перцев Д. Ю.**

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Беларусь*

*Научный руководитель: доктор техн. наук, профессор Дудкин А. А.*

Представлена система сжатия гиперспектральных данных дистанционного зондирования Земли. Рассмотрены основные этапы, которые должны быть использованы при сжатии.

*Ключевые слова:* дистанционное зондирование Земли, гиперспектральная съемка, система сжатия.

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в дистанционном зондировании Земли широко применяется гиперспектральная съемка, при которой данные фиксируются в виде непрерывного диапазона спектра с определенным шагом и представляющие собой трехмерный куб со следующими характеристиками: пространственное, спектральное и радиометрическое разрешения. Например, гиперспектральные данные AVIRIS [1], считающиеся стандартом для проведения исследований, обладают следующими техническими характеристиками:

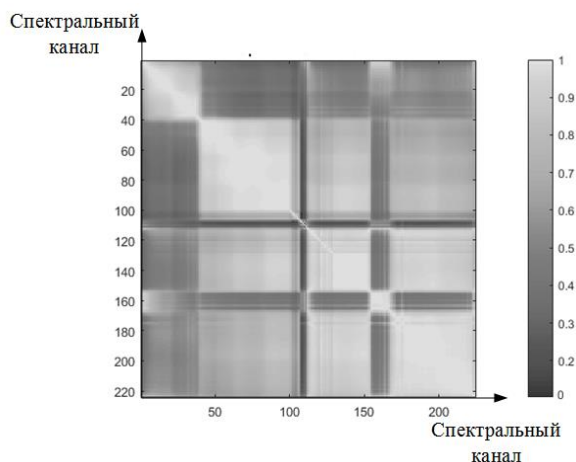
– пространственное разрешение – 512x677 пикселей (1 пиксель охватывает площадь 20x20 м);

– спектральное разрешение – 224 полосы (от 400 до 2500 нм);

– радиометрическое разрешение – 12 бит.

Отсюда следует, что размер одного куба около 110 Мб, что является достаточно большим объемом для передачи в условиях съемки из космоса.

Кроме того, анализ матрицы спектральной корреляции для гиперкуба AVIRIS Moffett Field показывает (рис. 1), что корреляция стремится к единице.



**Рисунок 1 – Матрица спектральной корреляции для гиперкуба AVIRIS Moffett Field**



## СИСТЕМА СЖАТИЯ

В результате проведенных исследований, результаты которых систематизированы в таблице 1, была разработана система сжатия гиперспектральных данных (рис.2), включающая следующие шаги:

- блок восстановления гиперспектрального куба;
- блок декорреляции в пространственной и спектральной плоскостях;
- блок выбора энтропийного кодека, на основе которого выбирается один из двух подходов к кодированию.

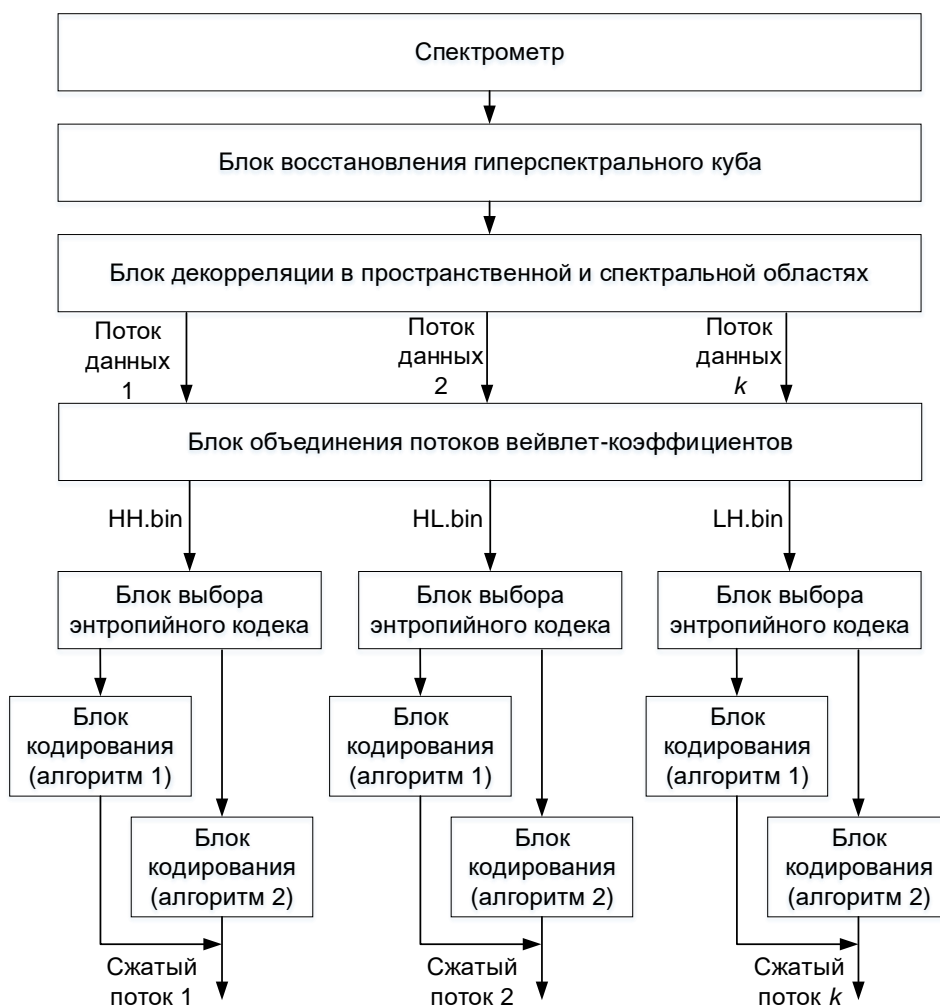


Рисунок 2 – Структура системы сжатия

Таблица 1 – Результаты оценки коэффициента сжатия

Программный кодек	Коэффициент сжатия, раз	
	AVIRIS	Фурье-интерферограмма
Полная версия алгоритма 1 [2]	1,90	1,90
Вейвлет-преобразование с кодом Голомба-Райса	2,84	4,01
Вейвлет-преобразование с арифметическим кодеком	2,65	3,79
Вейвлет-преобразование с упаковкой, без арифметического кодека	1,995	1,997
Вейвлет-преобразование с упаковкой и арифметическим кодеком	3,71	5,95
Полная версия алгоритма 2 [3]	3,99	6,16

Полученные от спектрометра данные восстанавливаются в трехмерную структуру гиперспектрального куба и подготавливаются для дальнейшего сжатия. Затем осуществляется декорреляция в пространственной и спектральной составляющей куба. Для этого выполняется разбиение каждого кадра на блоки 128x128 пикселей, к каждому из которых независимо применяются следующие операции:

- вычитание опорного кадра;
- 2D вейвлет-преобразование.

Из-за разбиения кадра на блоки образуется к потоков, осуществляющих декорреляцию. После этого выполняется объединение потоков в три новых, каждый из которых хранит строго определенный набор вейвлет-коэффициентов, каждый из которых сохраняется в отдельный бинарный файл:

- HH.bin, хранящий последовательно все HH и LL вейвлет-коэффициенты всех потоков декорреляции;
- HL.bin – все HL вейвлет-коэффициенты всех потоков декорреляции;
- LH.bin – все LH вейвлет-коэффициенты всех потоков декорреляции.

После того, как сформировались 3 бинарных файла, для каждого из них выбирается один из двух кодеков:

- энтропийный кодек с элементами контекстного моделирования (на рис.2 обозначен как алгоритм 1);
- арифметический кодек с контекстным моделированием (на рис.2 обозначен как алгоритм 2).

В разработанной системе для всех трех бинарных файлов применяется один и тот же кодек. Результатом работы блока является сжатый поток данных, который записывается в соответствующий результирующий файл.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена система сжатия является универсальной и может быть применена к гиперспектральным данным дистанционного зондирования Земли.

### Список цитированных источников

1. Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer [Электронный ресурс]. – 1998. – Официальный портал AVIRIS. – Режим доступа : <http://aviris.jpl.nasa.gov/>. – Дата доступа : 01.10.2019.
2. Перцев, Д. Ю. Блочно-субполосный вложенный алгоритм сжатия гиперспектральных данных дистанционного зондирования Земли / Д. Ю. Перцев, А. А. Дудкин // Цифровая обработка сигналов и теория кодирования : материалы научно-технического семинара, Минск, 26 апреля 2018 года. – Минск: БГУИР, 2018. – С. 78-82.
3. Pertsau, D. Compression of Earth Remote Sensing Hyperspectral Data Using Context Modeling / A. Doudkin, D. Pertsau // Pattern Recognition and Information Processing (PRIP'2019): Proceedings of the 14th International Conference (May 21-23, Minsk, Republic of Belarus). – Minsk : Bestprint, 2019. – P. 139-142.

УДК 004.78:025.4.036

## МЕТОД ШИНГЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧЕ ПОИСКА ДОКУМЕНТОВ, ПОХОЖИХ НА ДАННЫЙ

**Прицелюк Н. С.**

*Брестский государственный технический университет  
Научный руководитель: Крапивин Ю. Б., канд. техн. наук*

Несмотря на длительный период существования, проблема поиска релевантных документов по произвольному пользовательскому запросу по-прежнему актуальна. То же можно сказать и о проблеме поиска документов, похожих на данный, при котором в качестве запроса выступает некоторый документ-образец, использующийся для нахождения текстов, сходных с ним по содержанию. Решения указанной задачи имеют различные практические применения, например, поиск схожих по тематике документов, поиск дубликатов документов, установление оригинального источника документа.

Существуют различные методы ее решения, например MD5, TF, TF\*IDF, TF\*RIDF, Long Sent, Heavy Sent, Megashingles, Lex Rand, Log Shingles, Descr Words, Opt Freq, обзор которых можно найти в статье [1]. Все описанные методы основываются на создании сигнатуры документа (одна или несколько контрольных сумм (хешей) в зависимости от метода), с которой можно сравнивать целевой документ.

Для решения поставленной задачи был выбран алгоритм шинглирования, впервые описанный *A. Broder et al.* [2]. Так как изначальное описание алгоритма имело свои недостатки, с течением времени его улучшали. Для реализации использовалось описание алгоритма, предложенное в статье [3]. Алгоритм может быть представлен следующей последовательностью шагов:

1. Начало.
2. Каждый документ в коллекции проходит предобработку (токенизация, отбрасывание знаков препинания и чисел, лемматизация и т. д.).
3. Для каждого токена в преобразованном тексте вычисляется хеш с помощью хеш-функции CRC32.
4. Окном в  $N$  хешей ([1-й, 2-й, ...,  $N$ -ый хеш], [2-й, 3-й, ...,  $N+1$ -ый хеш] и т. д) собирается массив шинглов. Каждый шингл сливается в один объект и хешируется снова.
5. Конец.

Полученный на шаге 4 массив шинглов и является основой для поиска. Шинглы помещаются в инвертированный индекс, где ключом является отдельный шингл, а значением — идентификаторы всех документов, в которых он встречается. Для поиска совпадений входной текст подвергается описанной выше процедуре хеширования, и, далее, производится поиск его шинглов в инвертированном индексе, с последующим возвращением идентификаторов документов, в которых встретился определённый шингл.

Для тестирования данного подхода было разработано приложение и собрана коллекция из 540 документов со средним размером в 1500 лексем. Для каждого документа была проведена предобработка и применён алгоритм шинглирования с окном в 10 лексем. Тестирование показало, что приложение может производить поиск документов, содержащих совпадающие текстовые фрагменты, в среднем за  $\sim 0.0005$  секунды.

Несмотря на полученные результаты, можно с уверенностью сказать, что есть большой простор для улучшений, как в плане повышения скорости и качества поиска документов, так и в плане мероприятий, предшествующих ему (предобработка). Так, на получаемый результат оказывает влияние ширина окна шинглирования. Если взять слишком широкое окно, то даже незначительное изменение в пределах этого окна может привести к тому, что в процессе поиска для данного шингла не найдётся совпадения. Если же взять слишком узкое окно, то мы рискуем получить много ложноположительных результатов.

Однако одного изменения размера окна недостаточно, чтобы компенсировать такие изменения, как изменения порядка слов или использование синонимов. Для решения последней проблемы на этапе предобработки текста можно применить лексическую базу данных, чтобы привести все синонимы к одной форме.

#### **Список цитированных источников**

1. Зеленков, Ю.Г. Сравнительный анализ методов определения нечётких дубликатов для Web-документов. Ю.Г. Зеленков, И.В. Сегалович [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: [http://rcdl2007-pereslavl.ru/papers/paper\\_65\\_v1.pdf](http://rcdl2007-pereslavl.ru/papers/paper_65_v1.pdf)

2. Broder, A. Syntactic clustering of the Web. A. Broder, S. Glassman, M. Manasse and G. Zweig. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: URL: <https://www.hpl.hp.com/techreports/Compaq-DEC/SRC-TN-1997-015.pdf>

3. Ивахненко, А. Так устроен поиск заимствований в Антиплагиате. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <https://habr.com/ru/company/antiplagiat/blog/429634/>

УДК 004.89

## **МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ГЛУБОКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ**

***Хацкевич М. В.***

*Брестский государственный технический университет», г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Головки В. А., доктор техн. наук, профессор*

Свёрточные нейронные сети предназначены для распознавания визуальных образов непосредственно из пиксельных изображений с минимальной предварительной обработкой. Данные нейронные сети могут распознавать образы с крайней изменчивостью, а также с устойчивостью к искажениям и простым геометрическим преобразованиям.

Сверточная нейронная сеть состоит из разных видов слоев (рисунок 1):

1. Входной слой (Input): входное изображение, включая несколько цветовых каналов.
2. Сверточный слой (Convolution): все нейроны слоя, в отличие от персептрона, связаны только с частью нейронов предыдущего слоя.
3. Слой субдискретизации (подвыборочный) (Pooling, Subsampling): выделение наиболее значимых признаков предыдущего слоя и значительное сокращение размерности последующих слоев сети.
4. Полносвязный слой (Fully-connected): представляет собой скрытый слой искусственной нейронной сети типа персептрон.

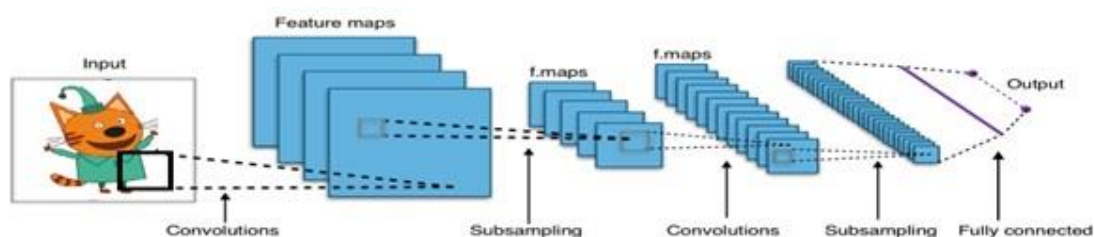


Рисунок 1 – Архитектура свёрточной нейронной сети

Хception – современная свёрточная архитектура нейронной сети. В архитектуре сети Хception используется экстремальный Inception-модуль, также известный как depthwise separable convolution. Архитектура Хception базируется на предположении о том, что пространственную информацию (корреляцию соседних точек внутри одного канала), так и межканальную информацию необходимо обрабатывать последовательно – это не влечёт потери качества работы сети. Поэтому применяется разложение обычной свёртки на pointwise convolution (которая обрабатывает только межканальную корреляцию) и spatial convolution (которая обрабатывает только пространственную корреляцию в рамках отдельного канала).

Допустим, имеется тензор размерности  $M \times M \times C_1$ , где  $M$  – ширина и высота тензора, а  $C_1$  – количество каналов и стандартный свёрточный слой с  $C_2$  фильтрами размера  $3 \times 3$ , на вход которому подается тензор размерности  $M \times M \times C_1$ . Separable Convolution выполняет последовательно два шага: 1) сворачивает исходный тензор  $1 \times 1$  свёрткой, так как это делается в блоке Inception, и получается тензор  $M \times M \times C_2$ . Данная операция называется pointwise convolution; 2) сворачивается каждый канал по отдельности  $3 \times 3$  свёрткой. После выполнения данной операции размерность не изменится, так как сворачиваем не все каналы вместе, как в обычном свёрточном слое. Данная операция называется spatial convolution. Архитектура сети Хception приведена на рисунке 2.

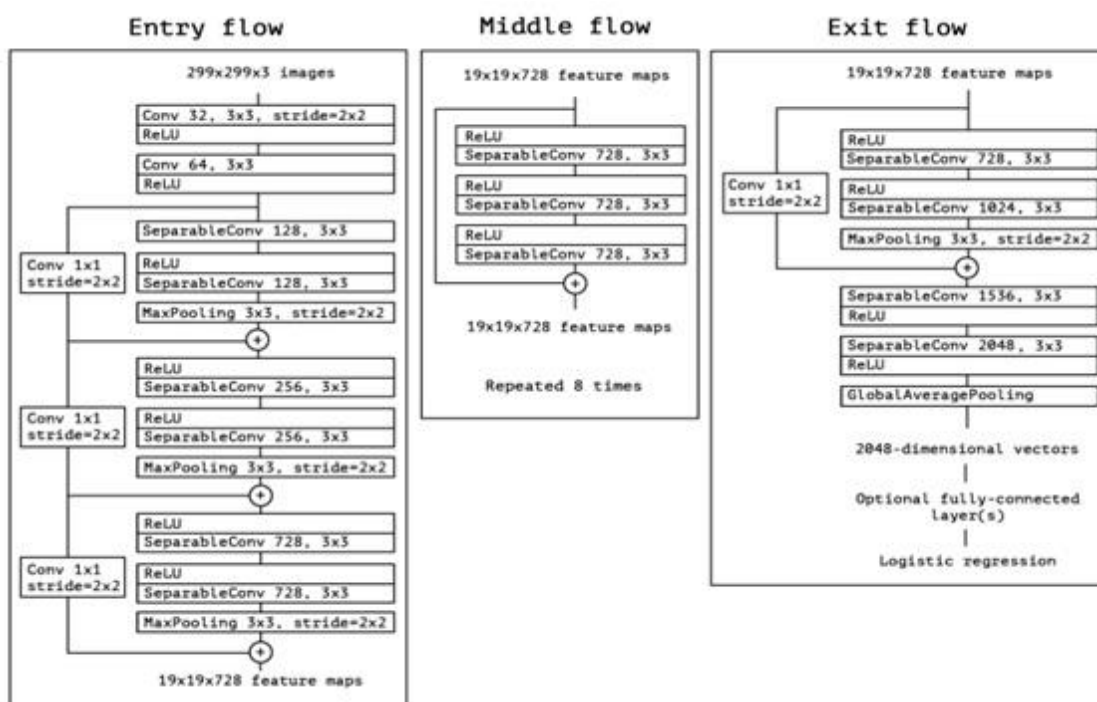
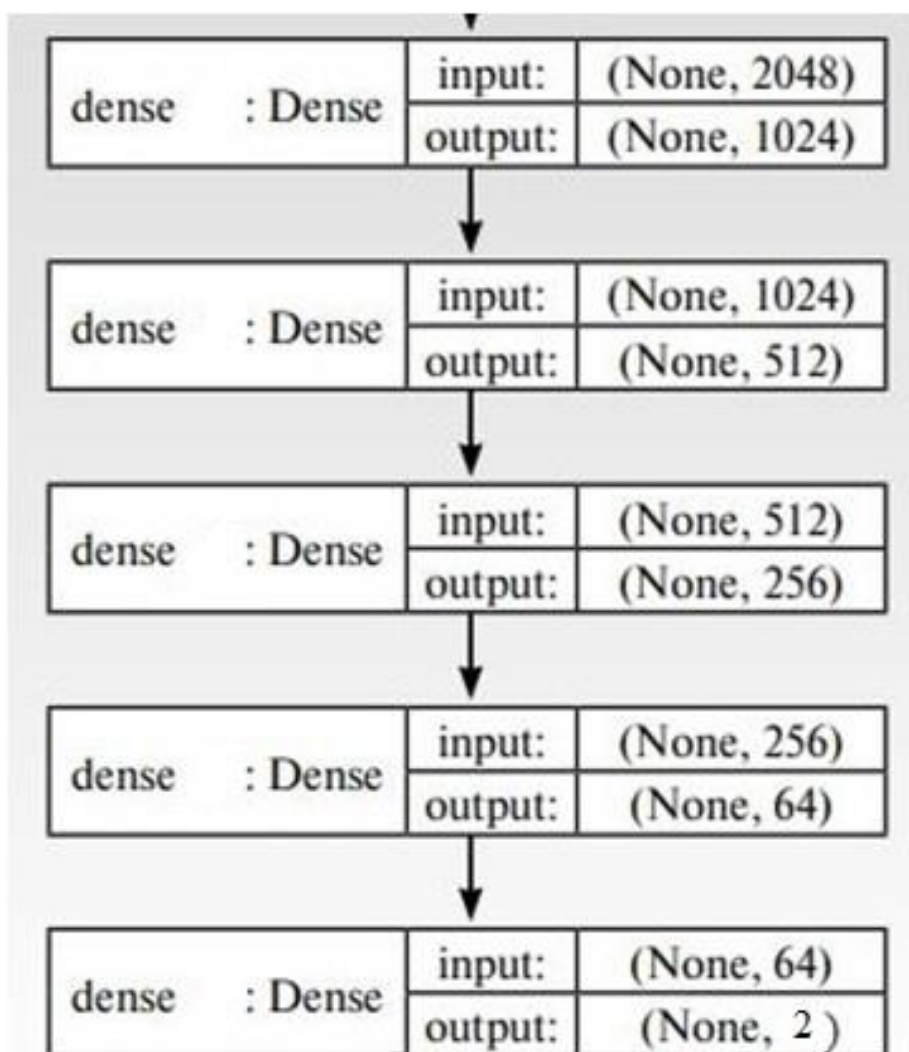


Рисунок 2 – Архитектура сети Хception

Данные сети Xception сначала проходят через входной поток, затем через средний поток, который повторяется восемь раз, и, наконец, через выходной поток (см. рисунок 2). Все слои Convolution и Separable Convolution сопровождаются пакетной нормализацией, кроме того, слой Separable Convolution использует множитель глубины 1 (без увеличения глубины). Сеть Xception – предобученная сверточная нейронная сеть изначально обучалась на базе данных ImageNet. ImageNet — набор из помеченных изображений с высоким разрешением, разделенных категорий.

Далее применим подход обучения предобученной сети Xception с использованием Transfer learning. Transfer learning выполнено методом Convent as fixed feature extractor: при инициализации предобученной сети «замораживают» веса всех слоев, за исключением последнего полносвязного слоя. Полносвязный слой заменяется на новый со случайными весами, и только он обучается.

Для полносвязного слоя выбрана следующая архитектура (см.рисунок 3).



**Рисунок 3 – Полносвязный слой**

Применим данную архитектуру сети Xception для решения задачи диагностики пневмонии. Необходимыми входными данными являются рентгенограммы человеческих

грудных клеток. Они должны быть представлены в виде помеченных изображений и необходимы для обучения нейронной сети. Такой набор данных представлен на платформе Kaggle в свободном доступе. Исходные данные разделены на 3 части: для обучения, для тестирования и для верификации.

Модификация сети Xception в данном случае заключается в добавлении Pooling – блока – к стандартной архитектуре сети Xception. Схема Pooling–блока приведена на рисунке 4.

average_pooling2d_8:	input:	(None, 5, 5, 2048)
AveragePooling2D	output:	(None, 2048)

**Рисунок 4 - Схема Pooling – блока**

Для обучения сверточной нейронной сети используется алгоритм обратного распространения ошибки, адаптированный к архитектуре свёрточной сети.

Почти всегда после операции свёртки нейронной сети следует нелинейность. Функция активации выступает в качестве нелинейности. Существуют различные функции активации: сигмоидная, гиперболический тангенс, softMax, ReLU, ELU, LReLU и др. В рамках данной работы применяются две функции активации: сигмоидная и ReLU.

Архитектура сверточной нейронной сети Xception поставляется вместе с натренированными синаптическими связями. В этом случае сверточная часть сети уже обучена и способна выявлять признаки на изображениях. Поэтому загружаем только сверточные слои без классификатора. Далее заменяем классификационные слои на свои (см. рисунок 3) и обучаем их. Перед классификационными слоями добавляем Pooling–блок (см. рисунок 4). Создается модель сети с классификационными слоями и выходным слоем всей сети с сигмоидной функцией активации. Далее объединяется сверточная часть Xception с классификационной частью, загружаются соответствующие веса и происходит дообучение всей модели на небольшом количестве эпох для завершения процесса Transfer learning. Отдельное внимание стоит уделить передаваемым в качестве параметра функциям обратного вызова (callbacks), использовали: функцию уменьшения скорости обучения, когда указанная метрика перестает улучшаться, и функцию, которая останавливает обучение, когда указанная величина перестает улучшаться. В нашем случае прерывает тренировку, когда валидационная производительность перестает улучшаться.

Наилучший результат обучения модифицированной сети Xception: на обучающей выборке – 93.2 %; на валидационной выборке – 92.7 %; на тестовой выборке – 92.1 %.

**Список цитированных источников**

1. Головкин, В.А. Нейросетевые технологии обработки данных : учеб. пособие / В. А. Головкин, В. В. Краснопрошин. – Минск: РУП «Издательский центр Белорусского государственного университета», 2017. – 263 с.
2. Шолле, Франсуа Глубокое обучение на Python / Франсуа Шолле - СПб.: Издательский дом «Питер», 2018. – 400 с.



004.93'1

## **СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТОПОЛОГИЙ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КЛАССИФИКАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ КОНФОКАЛЬНОЙ МИКРОСКОПИИ ЩИТОВИДНОЙ И ПАРАЩИТОВИДНОЙ ЖЕЛЕЗ**

***Цалко И. Н.***

*Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого, г. Гомель  
Научный руководитель: Курочка К. С., канд. техн. наук, доцент*

Осуществление автоматического анализа изображений конфокальной микроскопии с помощью нейронных сетей даст возможность уменьшить время и повысить точность диагностики, а также оценить результаты различных хирургических вмешательств и выбрать наиболее подходящее лечение для пациента.

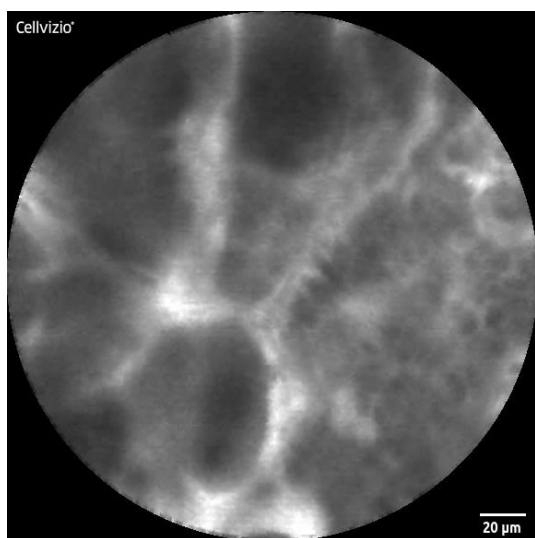
Для того, чтобы натренировать нейронную сеть требуемого качества, необходимо собрать достаточное количество данных и правильно их разметить при участии эксперта в предметной области.

Исходные данные конфокальной микроскопии находятся в видеофайлах формата avi с частотой кадров 12 кадров/сек, снятые с помощью микроскопа Cellvizio.

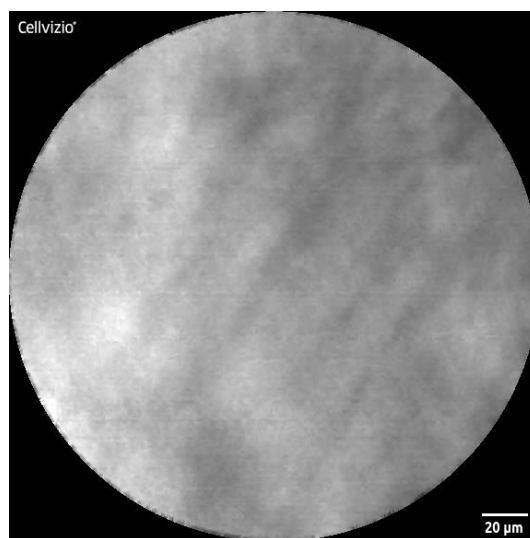
Цель исследования – выявление изображений, содержащих кровеносные сосуды, как предварительный этап анализа и предварительной фильтрации данных.

Для извлечения изображений из видео и их разметки была разработана программа, которая работает с видеофайлами любого размера и частотой кадров. С её помощью можно пометить некоторым классом как каждый кадр по отдельности, так и некоторые отрезки видео.

Разметка проводилась с разделением на два класса изображений "присутствие кровеносных сосудов" и "отсутствие кровеносных сосудов". Примеры данных изображений приведены на рисунках ниже.



***Изображение сосудов***



***Изображение без сосудов***



Всего было выбрано 5 видеофайлов для тренировочного набора данных и 1 видеофайл для тестового (каждый видеофайл был выбран из исследования отдельного пациента, чтобы исключить возможные пересечения в данных). В результате разметки было получено 2312 изображений с сосудами и 1665 изображений без сосудов в тренировочном наборе и 138 и 22 изображения в тестовом соответственно. Дисбаланс классов в наборах данных обусловлен содержанием исследуемых видеофайлов и, помимо процесса тренировки, это будет влиять на выбор метрики.

Для создания классификатора изображений были использованы следующие архитектуры:

- VGG [1]
- Inception [1]
- ResNet [1]
- DenseNet [1]

Выбор был обусловлен следующими причинами:

- VGG – является одной из первых по-настоящему глубоких сетей (имеется два варианта сети: 16 и 19 слоев), добившейся большой точности на наборе данных ImageNet

- Inception – является примером сети, в которой в отличие от сети VGG используются не просто свертки, а целые блоки, состоящие из набора сверток 1x1 и 3x3, соединенных определенным образом (такие блоки получили название Inception block). В отличие от VGG, она имеет большую точность, несмотря на то, что параметров в сети примерно в 5 раз меньше.

- ResNet – одна из первых архитектур, которая популяризовала так называемые shortcut connections или residuals, которые позволили замедлить процесс затухания градиентов при обучении сети и создать сеть с большим количеством слоев (в статье предлагается сеть с количеством слоев вплоть до 152).

- DenseNet – сеть с очень малым количеством параметров (около 7 миллионов), что в несколько раз меньше, чем у вышеупомянутых сетей, но при этом точность классификации является сопоставимой.

Тренировка сетей осуществляется не с нуля, так как набор изображений недостаточен по сравнению с количеством параметров сети. Именно поэтому используется техника переноса обучения (transfer learning). Вместо полного обучения всей сети обучается только последний слой, отвечающий за классификацию. Такая техника позволяет, во-первых, предотвратить переобучение, а во-вторых, использует признаки из более крупного набора данных ImageNet.

Несмотря на то, что обучается лишь только последний слой нейронной сети, увеличение данных может также привести к улучшению результатов классификации. Для этого используется техника раздувания данных (augmentation). Исходя из представленного набора изображений и информации из предметной области, можно заметить следующее:

- Поворот изображения на произвольный угол не изменяет его класс (то есть сосуды не могут ни появиться, ни исчезнуть)

- Горизонтальное отражение не меняет класс
- Вертикальное отражение не меняет класс
- Добавление нормально шума с небольшой дисперсией также не меняет класс

Комбинируя данные преобразования, можно увеличить набор данных для обучения и тестирования. Однако, если использовать все возможные комбинации трансформаций, время обучения увеличится экспоненциально, что является неоправданным.

Таким образом, проведя аугментацию набор аданных с двумя видами отражений, поворотами на углы, кратные 45 градусам, и добавив шум с  $\mu = 0.0$  и  $\sigma = 0.01$ , можно увеличить набор данных в 72 раза. Тренировочный набор увеличивается примерно до 286 тысяч изображений, а тестовый – до 11 тысяч, что является достаточным для эксперимента [2].

Так, сети VGG, Resnet и DenseNet требуют на вход трехканальные изображения размером 224x224 пикселя, а Inception - 299x299, то изображения из набора данных масштабируются до соответствующих размеров.

В качестве метрики был выбран показатель F1, так как он является сбалансированным показателем между точностью (precision) и откликом (recall), а также лучше отражает работу классификатора на несбалансированных наборах данных, в отличие от точности (accuracy).

F1 вычисляется по формуле:

$$F1 = 2 * \frac{precision * recall}{precision + recall}$$

В качестве функции потерь была выбрана функция кросс-энтропии [3], как самая наиболее используемая в задачах классификации.

В качестве алгоритма оптимизации был выбран стохастический градиентный спуск с моментом инерции. Параметры оптимизатора следующие  $\alpha = 0.01$  и  $\beta = 0.99$ . Кроме того, темп обучения  $\alpha$  снижается в 2 раза, если на протяжении 2 эпох обучения не наблюдается улучшения метрики на валидационном наборе данных.

Также, если метрика на валидационном наборе не улучшается в течение 5 эпох, обучение останавливается, вне зависимости от того, достигло ли оно максимального количества эпох (по-умолчанию =20).

Результаты обучения представлены в таблице.

Архитектура сети	F1 (тренировочный набор)	F1 (тестовый набор)
VGG11	0.8507	0.8623
Inception V4	0.8405	0.8307
Resnet18	0.8622	0.8648
DenseNet121	0.8878	0.8729

В ходе исследования все архитектуры показали схожие результаты, однако так как сеть DenseNet121 имеет гораздо меньшее количество параметров, то для дальнейших исследований и апробации сети на встраиваемом устройстве была выбрана данная архитектура.

#### Список цитированных источников

1. Николенко, С. Глубокое обучение / С. Николенко, А. Кадури, Е. Архангельская. – СПб.: Питер, 2019 – 480 с.: ил.
2. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – 3-е издание, исправленное и дополненное. — М.: Техносфера, 2012. — 1104 с.
3. Нейросетевые технологии обработки данных : учеб. пособие/В. А. Головкин, В. В. Краснопрошин. – Минск : БГУ, 2017. – 263 с. – (Классическое университетское издание).

## АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

УДК 004.932.2

ПРОЕКТ ИАС "КОНТРОЛЁР-КАССИР ПУНКТА ОБЩЕСТВЕННОГО ПИТАНИЯ"  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ**Гребенко В. А., Здитовецкая Д. А.**

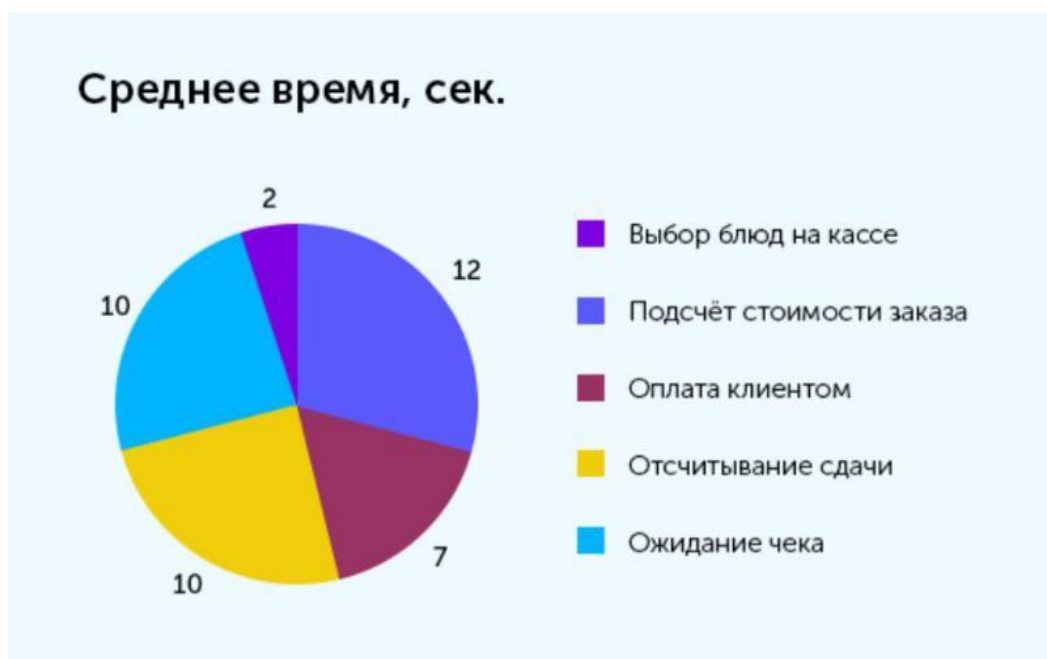
*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь*  
Научный руководитель: Кочурко П. А., преподаватель, доцент, канд. техн. наук.

Некоторое время назад наше начальство услышало глас народа и начало думать, как же оптимизировать работу столовой нашего университета так, чтобы там не скапливались толпы на переменах и, особенно, в обеденное время. В данной работе описана классическая проблема столовых – очереди в кассу – и элегантный способ ее решения. Результат: время на обслуживание одного посетителя сократится в два и более раз.

Первым делом следовало найти «бутылочное горлышко» в кассовой зоне и понять, где именно теряется больше всего времени в ходе обслуживания клиентов. Для этого несколько дней замерялось время обслуживания одного клиента.

Результаты замеров показали, что в среднем на обслуживание одного гостя уходит от 35 до 40 секунд. Это время распределялось примерно следующим образом:

Больше всего времени отнимает выбор блюд кассиром, а также расчет с клиентом, когда он ищет мелочь или ждет сдачу. Именно эти процессы было решено оптимизировать.



Распознавание еды может помочь людям легко отслеживать и анализировать свои привычки питания, делая фотографии на своих смартфонах. Было опубликовано много

работ по распознаванию пищи с использованием компьютерного зрения и методов глубокого обучения. Однако в большинстве предыдущих работ предполагалось, что одно изображение пищи содержит только один элемент питания, поэтому не может обрабатывать изображения, которые содержат несколько элементов питания. В реальных сценариях чаще встречается изображение еды с более чем одним продуктом.

Существующие методы обнаружения нескольких пищевых продуктов имеют различные ограничения: они либо требуют определенных видов дополнительных пользовательских операций (таких как рисование ограничивающих рамок на пищевых продуктах), либо все еще находятся на начальной стадии с низкой степенью точности. Современные модели обнаружения объектов обычно используют мощь сверточных нейронных сетей (CNN), которые требуют много обучающих данных с ограничивающими прямоугольниками.

Сверточная нейронная сеть предлагает современную технику для распознавания изображений. Это многослойная нейронная сеть, чьи нейроны принимают небольшие участки предыдущего слоя в качестве входных данных. Система CNN содержит слой свертки и уровень подвыборки. На уровне свертки, в отличие от обычных полностью связанных нейронных сетей, веса можно рассматривать как  $n \times n$  ( $n <$  входной размер) фильтров. Каждый вход сворачивает эти фильтры. Каждый слой имеет много фильтров, которые генерируют разные выходы. Для задачи распознавания изображений эти фильтры извлекают различные функции. Фильтры часто называются ядрами. Уровень подвыборки генерирует выходные данные путем активации прямоугольных областей.

Предполагающийся проект направлен на оптимизацию работы столовой, чтобы там не скапливались толпы людей на переменах и, особенно, в обеденное время.

Идея проекта:

Проект состоит из нескольких частей. Первая – мобильный терминал (приложение), которое позволяет выбрать себе еду и заплатить за нее, тем самым минуя ожидание в кассу. Вторая – автоматизация проверки и контроля, заказанного и оплачиваемого через мобильное приложение при помощи машинного зрения. На выходе рядом с кассой ставим терминал, который должен уметь проверять (сравнивать заказанное и оплаченное через мобильное приложение), давать возможность оплатить, если еще не оплачено (принимать карточки), либо просто просигнализировать кассиру, что у него что-то не сошлось и требуется вмешательство человека для проверки. Например, над выдачей висит несколько камер, на конечном терминале еще одна, камеры направлены на подносы и анализируют их содержимое.

Данную оптимизацию можно применить не только в университетской столовой, но и в ресторане быстрого обслуживания «Пит-стоп» г. Бреста. Человек подходит с подносом к кассиру, а тот не начинает считать все, что на подносе, а сразу говорит сумму, так как система уже все распознала и посчитала.

#### Список цитированных источников

1. Bosch, M. Combining global and local features for food identification in dietary assessment / M. Bosch, F. Zhu, N. Khanna, C. J. Boushey, and E. J. Delp. – 2011.
2. Kong, F. Dietcam: Regular shape food recognition with a camera phone. In IEEE BSN / F. Kong and J. Tan. – 2011.

УДК 621.396.931(024)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПСЕВДОСЛУЧАЙНОГО ДОСТУПА К РАДИОЭФИРУ КОНКУРИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ

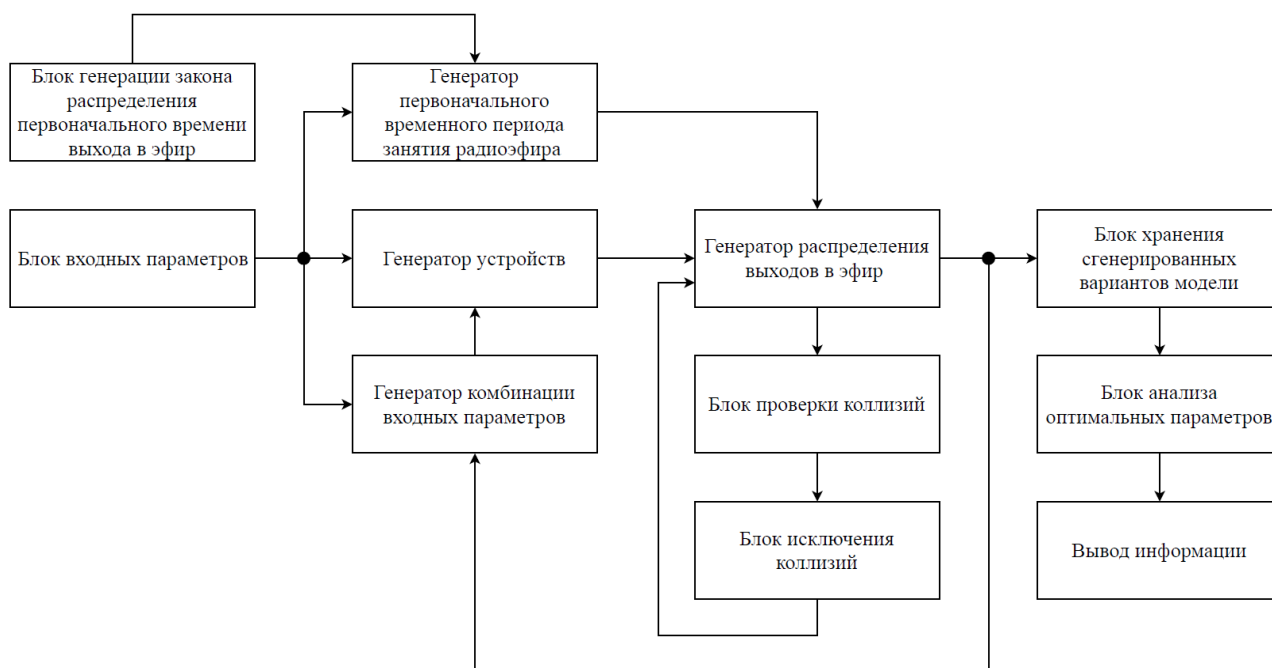
**Гузилов И. Ю.**

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,  
г. Минск, Республика Беларусь*

*Научный руководитель: Одинец Д. Н., канд. техн. наук, доцент*

В работе представлена модель псевдослучайного доступа к радиоэфиру конкурирующих устройств. Данная модель с временным разделением каналов разработана для сведения к минимуму потери информации при передаче данных от большого количества радиопередающих устройств к одному приёмнику.

Структурная схема модели представлена на рисунке 1.



**Рисунок 1 – Структурная схема модели**

Модель имеет ряд изменяемых входных параметров для оптимизации интервала времени, после которого все устройства модели будут успешно выходить в эфир.

К входным параметрам относится:

- а)  $N$  – количество конечных устройств;
- б)  $\varepsilon$  – закон распределения выходов на связь конечных устройств;
- в)  $T$  – интервал выхода на связь для каждого конечного устройства;
- г)  $T_{stat}$  – постоянное время ожидания перед повторной отправкой;
- д)  $T_{rand}$  – случайное время ожидания перед повторной отправкой;
- е)  $t$  – длительность пакета;
- ж)  $k$  – количество повторных выходов на связь при повторной отправке.

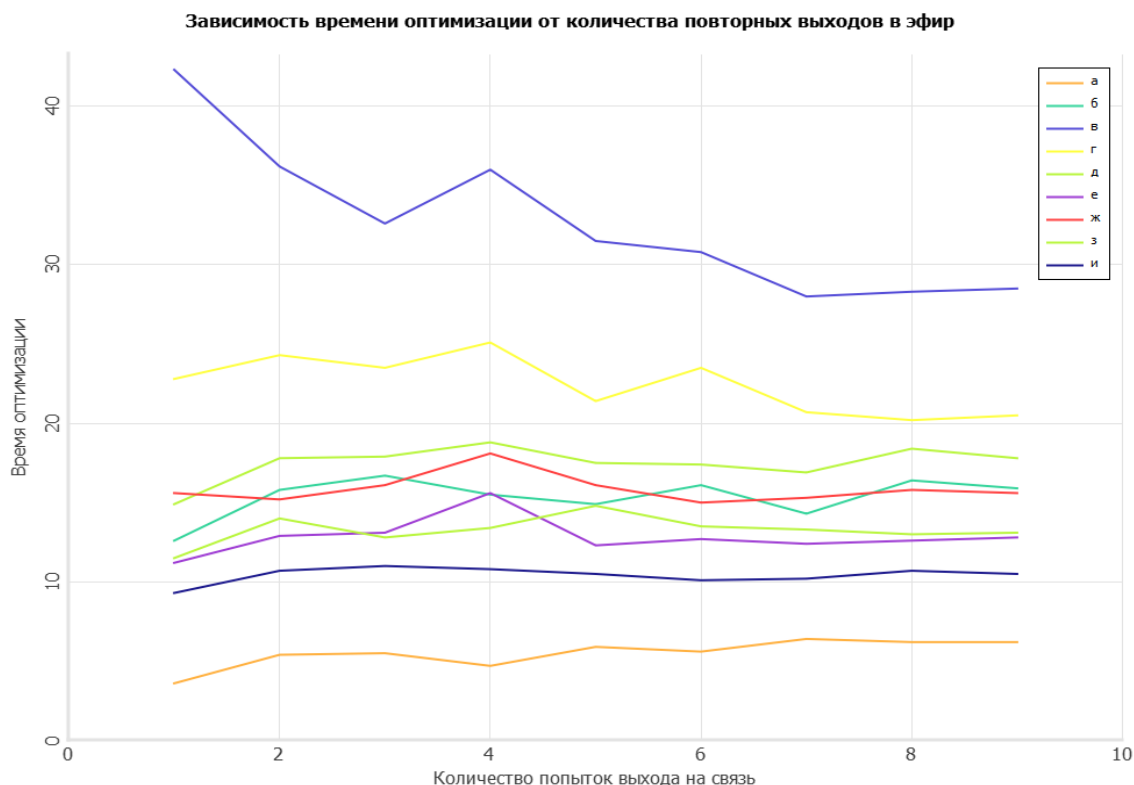
Для первой итерации генерируются, согласно с выбранным случайным законом, временные интервалы выходов на связь приёмопередатчиков. Модель размещает интервалы выходов в эфир на временной области. По окончании первой итерации начинается поиск коллизий, то есть наложений временных каналов. Если коллизии присутствуют и количество повторных выходов на связь не равно нулю, то данная итерация повторяется с учётом старых коллизий и новых временных интервалов повторных отправок. Данные действия осуществляются до тех пор, пока не обнулится счётчик повторных отправок конечных устройств. Затем модель переходит к следующей итерации, и так до тех пор, пока выполняется неравенство (1):

$$t < nT, \quad (1)$$

где  $n$  – количество периодов мнимого приёмопередатчика с отсутствием коллизий;  
 $T$  – период выхода на связь.

По окончании каждой итерации модель проверяет количество коллизий и анализирует успешность выходов эфир всех устройств.

Графики зависимости времени оптимизации модели от входных параметров представлены на рисунке 2.



**Рисунок 2 – Графики зависимости времени оптимизации от входных параметров модели**

При проведении исследования модели часть входных параметров устанавливались постоянными:

- равномерный закон распределения.
- $N = 90$
- $T = 1$  мин.

На графике представлены зависимости с различными входными параметрами:

- а)  $T_{stat} = 1$  с.,  $T_{rand} = 1$  с.,  $\tau = 100$  мс.;
- б)  $T_{stat} = 1$  с.,  $T_{rand} = 1$  с.,  $\tau = 200$  мс.;
- в)  $T_{stat} = 1$  с.,  $T_{rand} = 1$  с.,  $\tau = 300$  мс.;
- г)  $T_{stat} = 1$  с.,  $T_{rand} = 2$  с.,  $\tau = 300$  мс.;
- д)  $T_{stat} = 1$  с.,  $T_{rand} = 3$  с.,  $\tau = 300$  мс.;
- е)  $T_{stat} = 1$  с.,  $T_{rand} = 5$  с.,  $\tau = 300$  мс.;
- ж)  $T_{stat} = 2$  с.,  $T_{rand} = 2$  с.,  $\tau = 300$  мс.;
- з)  $T_{stat} = 2$  с.,  $T_{rand} = 3$  с.,  $\tau = 300$  мс.;
- и)  $T_{stat} = 2$  с.,  $T_{rand} = 5$  с.,  $\tau = 300$  мс.

Из графика видно, что время оптимизации минимально при одном повторном выходе в эфир. Однако это утверждение не справедливо для линий в, ж.

При  $T_{stat} = 1$  с.,  $T_{rand} = 1$  с.,  $\tau = 300$  мс. время оптимизации максимально, это связано с высокой длительностью пакета и малым промежутком времени повторного выхода в эфир. Однако, если изменить параметры  $T_{stat}$  и  $T_{rand}$ , можно минимизировать время оптимизации. Это видно из графика (линии д, е, ж, з, и), из этих линий минимальное время оптимизации имеет модель с  $T_{stat} = 2$  с.,  $T_{rand} = 5$  с.

С увеличением временного интервала для повторного выхода в эфир модель принимает минимально возможное время оптимизации.

Данная имитационная модель может использоваться в производстве приемопередающих радиоустройств, а также для исследования имеющихся у пользователя группировок готовых образцов.

#### Список цитированных источников

1. Вишневский, В. М. Энциклопедия WiMAX. Путь к 4G. / В. М. Вишневский, С. Л. Портной, И. В. Шахнович. – М. : Техносфера, 2009. – 472 с.
2. Берлин, А. Н. Цифровые сотовые системы связи. – М. : Эко-Трендз, 2007. – 296 с.

УДК 539.3:621.785.532

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОВЕРХНОСТНОГО ПЛАЗМЕННОГО АЗОТИРОВАНИЯ НОЖА КУТТЕРА В ANSYS

**Кондратюк В. О., Старикевич М. О.**

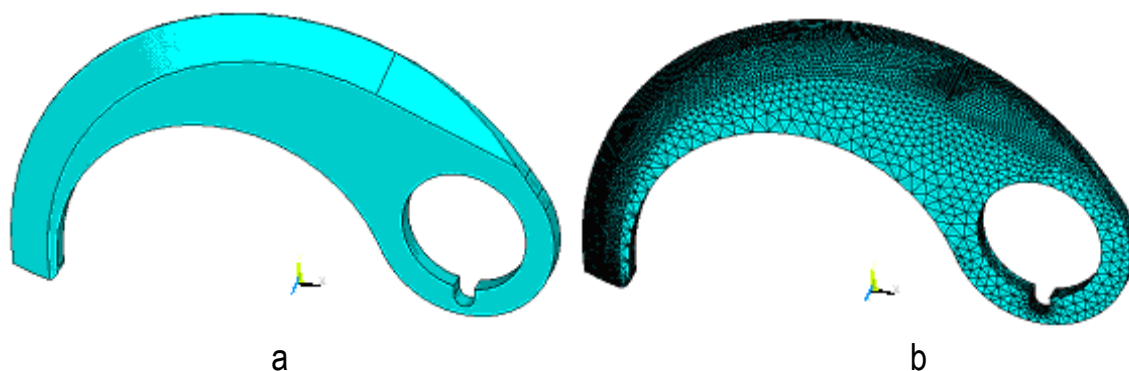
*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Веремейчик А. И., канд. физ.-мат. наук, доцент*

В перерабатывающих отраслях промышленности широкое применение получили установки для измельчения продуктов питания. Существующие технологии упрочнения режущего инструмента такого оборудования несовершенны с позиции ресурсосбережения, поэтому актуальной проблемой является комплексное повышение показателей надежности инструмента за счет разработки ресурсосберегающих технологий упрочнения. В качестве основных преимуществ поверхностного плазменного азотирования по сравнению с другими видами термической обработки следует отметить: локальность нагрева, при котором упрочняется только поверхностный слой, а сердцевина детали



остается вязкой, что обуславливает повышенное сопротивление износу и усталости; высокую твердость и износостойкость поверхности; небольшие деформации упрочняемых деталей благодаря локальности и кратковременности взаимодействия плазмы с поверхностью металла, что позволяет повысить точность их изготовления, снизить трудоемкость механической обработки.

Для определения оптимальных режимов процесса поверхностного плазменного азотирования ножа куттера для измельчения пищевых продуктов из стали 14X17H2 проведены теоретические исследования температурных полей, напряжений и деформаций, выполненные с применением конечно-элементного вычислительного комплекса ANSYS. В ходе вычислительного эксперимента разработана 3D-модель ножа, приведенная на рисунке 1.



**Рисунок 1 – Конечно-элементная 3D-модель ножа (а) и схема ее разбиения конечными элементами (б)**

При решении температурной задачи в ANSYS использовался термический конечный элемент SOLID70 (Brick 8node), который имеет одну степень свободы (температура в каждом узле), при исследовании НДС – восьмиузловой конечный элемент SOLID185 (Brick 8node). К узлам дискретной модели последовательно прикладывалась температурная нагрузка в виде конвекции в соответствии со скоростью движения плазменной струи. Во избежание оплавления максимальная температура на поверхности ножа должна быть на 3...5 % меньше температуры плавления стали. Конвекция задавалась на всех поверхностях модели с учетом того, что температура плазменной струи в центре составляет около  $T_0=6000$  °С. Согласно [2], тепловой поток плазменной струи распределяется по ширине пятна нагрева по закону, близкому к кривой вероятности Гаусса, поэтому на нагреваемой поверхности коэффициент конвекции задавался различным по ширине пятна нагрева в соответствии с законом нормального распределения. Зависимости температуры и коэффициента конвекции от координат и времени задавались в следующем виде:

$$T(x, y, t) = \frac{T_0}{10^{-3} \left[ \left( R \cdot \cos\left(\frac{v}{R}t - 0,122\right) + x \right)^2 + \left( R \cdot \sin\left(\frac{v}{R}t - 0,122\right) - y \right)^2 \right] + 1} + T_n, \quad (1)$$

$$k(x, y, t) = \frac{k_0}{10^{-3} \left[ \left( R \cdot \cos\left(\frac{v}{R}t - 0,122\right) + x \right)^2 + \left( R \cdot \sin\left(\frac{v}{R}t - 0,122\right) - y \right)^2 \right] + 1},$$

где  $R=0,13$  м – радиус кривизны траектории движения плазменной струи,  $v$  – скорость движения источника нагрева,  $T_H=20$  °С – температура окружающей среды,  $k_0=7000 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$  – коэффициент конвекции в центре плазменной струи.

Удельная теплоемкость стали 14Х17Н2 принималась зависящей от температуры и при температурах до 1400 °С находилась в интервале  $c=400...600 \frac{Дж}{кг \cdot К}$  [3]. Время движения дуги определялось в зависимости от длины режущей кромки при скорости движения плазмоторна  $v=10$  мм/с. Коэффициент теплопроводности стали 14Х17Н2 принимался равным  $\lambda=50 \frac{Вт}{К \cdot м}$ , модуль Юнга  $E=2 \cdot 10^{11}$  Па, коэффициент Пуассона  $\nu=0,28$ .

Основой температурного анализа в ANSYS является уравнение теплового баланса, которое получается из закона сохранения энергии. Конечно-элементное решение заключается в получении значений узловых температур, на основе которых вычисляются остальные термические величины. После каждого шага нагружения проводится расчет температурных полей, возникающих в расчетной модели, результаты которого записывались в файлы с расширением LS. Для получения общего решения задачи теплопроводности выполнялось совместное решение по определенному количеству LS-файлов. В результате расчетов определены поля температур в различные моменты времени.

При решении задачи термоупругости нож «закреплялся» по нижней торцевой поверхности и по поверхности шпоночного паза. Для получения общего решения задачи термоупругости выполнялось совместное решение по определенному количеству LS-файлов, соответствующее всем шагам нагружения, полученным при выполнении теплового расчета.

Некоторые результаты теоретических исследований приведены на рисунках 2–4. В результате анализа результатов определены оптимальные режимы поверхностного плазменного азотирования, что позволило значительно повысить стойкость ножей.

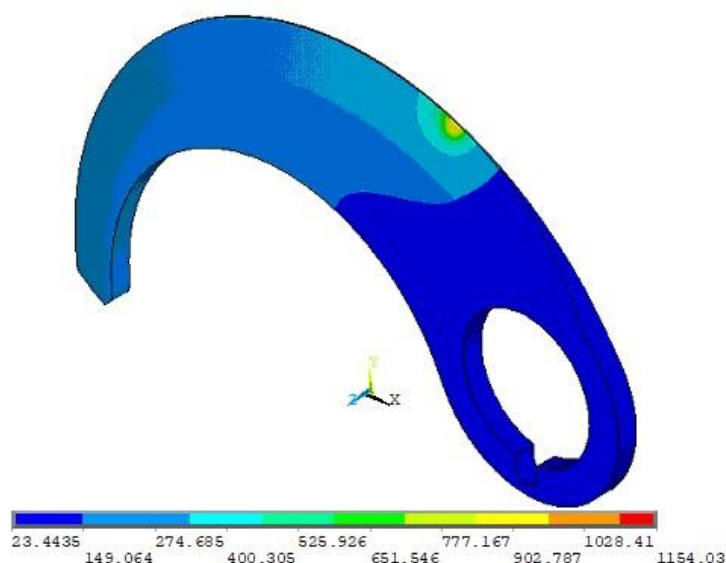
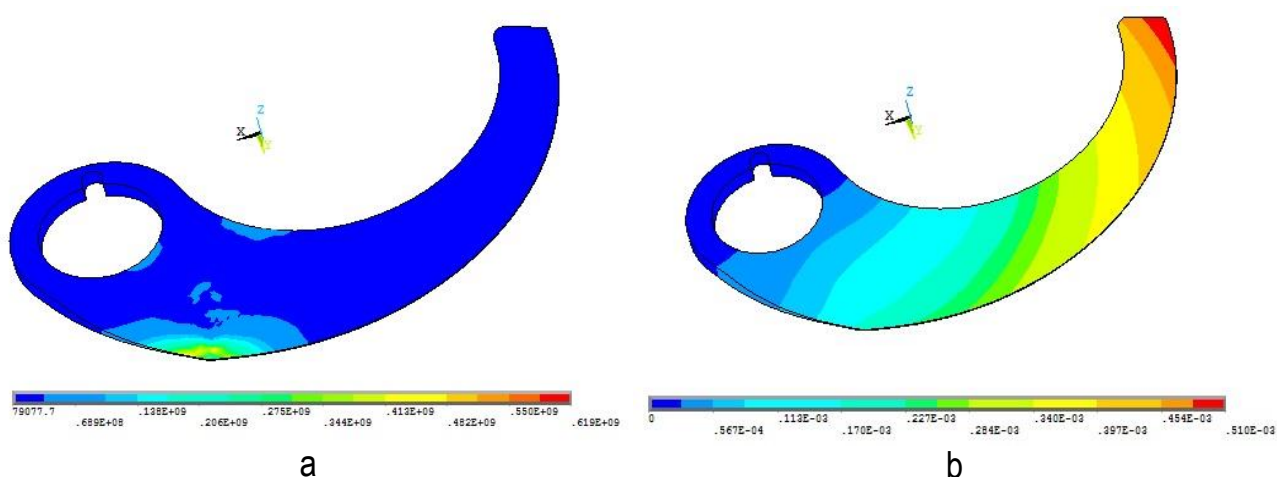
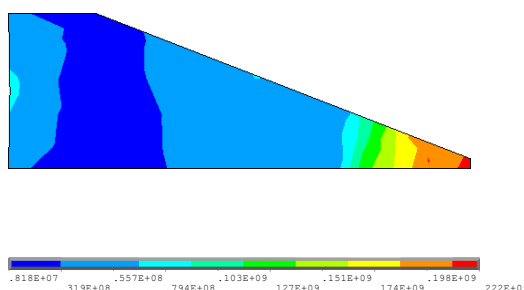


Рисунок 2 – Распределение температурных полей на верхней поверхности ножа



**Рисунок 3 – Интенсивность напряжений (а) и суммарные перемещения (b) на рабочей зоне ножа при  $t=26$  с**



**Рисунок 4 – Распределение эквивалентных напряжений в сечении в момент времени  $t=1$  с**

#### Список цитированных источников

1. Кундас, С.П. Компьютерное моделирование процессов термической обработки сталей: монография / С.П. Кундас. – Минск : Бестпринт, 2005. – 313 с.
2. Балановский, А.Е. Плазменное поверхностное упрочнение металлов / А.Е. Балановский. – Иркутск : ИргТУ, 2006. – 180 с.
3. Таблицы физических величин: справочник / Под ред. И.К. Кикоина. – М. : Атомиздат, 1976. – 1008 с.

УДК 623.462.22

## АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

**Лопухов А. В.**

*Учреждение образования «Военная академия Республики Беларусь», г. Минск*

Система управления зенитной управляемой ракетой (СУ ЗУР) есть совокупность элементов, которые обеспечивают подготовку, старт и наведение ракеты на цель (рисунок 1) [1].

СУ ЗУР состоит из:

измерительного устройства (ИУ) предназначенного для измерения координат цели и ракеты или координат ракеты относительно цели;

устройство выработки команд (УВК) является основным корректирующим устройством, предназначенным для формирования команд управления по данным, которые поступают с ИУ после их сравнения.

устройство передачи команд (УПК) предназначено для передачи команд управления в автопилот ЗУР;

система стабилизации ракеты (ССР) является скорректированным объектом управления и выполняет следующие задачи: преобразует электрические команды управления в угол поворота руля; стабилизирует изменения коэффициента усиления ракеты по нормальному ускорению; уменьшает колебательные свойства ракеты, т. е. увеличивает коэффициент демпфирования.

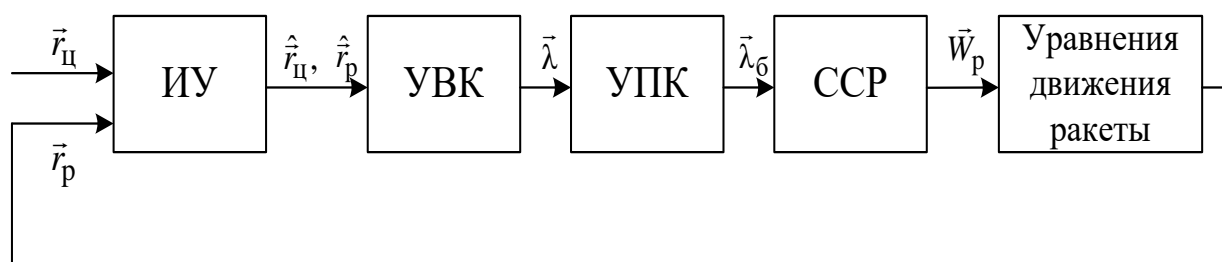


Рисунок 1 – Система управления ЗУР

СУ ЗУР решает следующие задачи [1]:  
 обеспечение требуемых условий пуска ЗУР;  
 управление ЗУР;  
 обеспечение требуемой точности наведения ЗУР на цель;  
 поражение цели.

Постоянный рост тактико-технических характеристик средств воздушно-космического нападения (СВКН) вероятного противника вынуждает повышать эффективность стрельбы зенитного ракетного комплекса (ЗРК) по высокоскоростным и высокоманевренным целям (баллистические цели, самолеты типа F/A-22F «Рэптор», F-35 JSF, Еврофайтер «Тайфун», JAS «Грипен», крылатые ракеты, сверхманевренные беспилотные летательные аппараты и др.).

Диапазон изменения динамических свойств ЗУР и небольшие значения коэффициента демпфирования ракеты не позволяют обеспечить на всей ширине боевого применения перехватчика стабильности и высоких значений динамических характеристик системы наведения в целом. Значительное уменьшение разброса таких характеристик может быть достигнуто за счет применения комбинированного способа создания сил и моментов.

Эффективность стрельбы ЗУР ЗРК по высокоскоростным и высокоманевренным целям достигается посредством синтеза СУ ЗУР.

Новая система построения СУ телеуправляемой ЗУР, которая основывается на синергетической теории управления (СТУ), позволит повысить на 150-200% эффективность стрельбы по целям, изложенным выше.

Синергетический эффект достигается посредством создания такой СУ ЗУР, находящейся вблизи границы области устойчивости. Управление такой системой наведения ЗУР в плотных слоях атмосферы требует существенно меньших управляющих сил и моментов для его высокоточного наведения на цель, придавая ей свойства сверхманевренности.

Для наведения ЗУР на высотную цель (более 20 км) требуется применение газодинамического способа создания управляющих сил и моментов. Данный способ основан

на использовании реактивных управляющих сил и моментов, которые создаются с помощью специальных газодинамических устройств. Достоинства применения такого способа: высокое быстродействие СУ ЗУР; широкие энергетические возможности; обеспечение маневренности и др.

Для обеспечения поражения современных СВКН необходимо создать такую СУ телеуправляемой ЗУР, которая будет способна уничтожать высокоскоростные и высокоманевренные цели.

Изложенные выше требования могут быть достигнуты путем использования комбинированного способа создания сил и моментов (аэродинамический и газодинамический), так как использование только аэродинамического способа недостаточно, при этом возникают следующие затруднения [2]:

на стартовом участке аэродинамические рули неэффективны, так как скорость ракеты мала;

при вертикальном старте ЗУР склонение ракеты возможно лишь с помощью газодинамического способа создания сил и моментов;

на больших высотах в сильно разреженных слоях атмосферы аэродинамические рули становятся малоэффективны, что влечет за собой промах и перерасход ЗУР;

при большом маневре аэродинамические рули не способны за минимальный промежуток времени устранить промах ракеты, из-за невозможности выдержать большие перегрузки (40-45 единиц).

Использование только газодинамического способа точно таким же образом невозможно, так как порохового запаса на весь промежуток полета и наведения ракеты на цель не хватит. Отсюда следует сделать вывод о необходимости использования комбинированного способа создания управляющих сил и моментов.

Комбинированный способ управления может быть реализован следующим способом (рисунок 2).

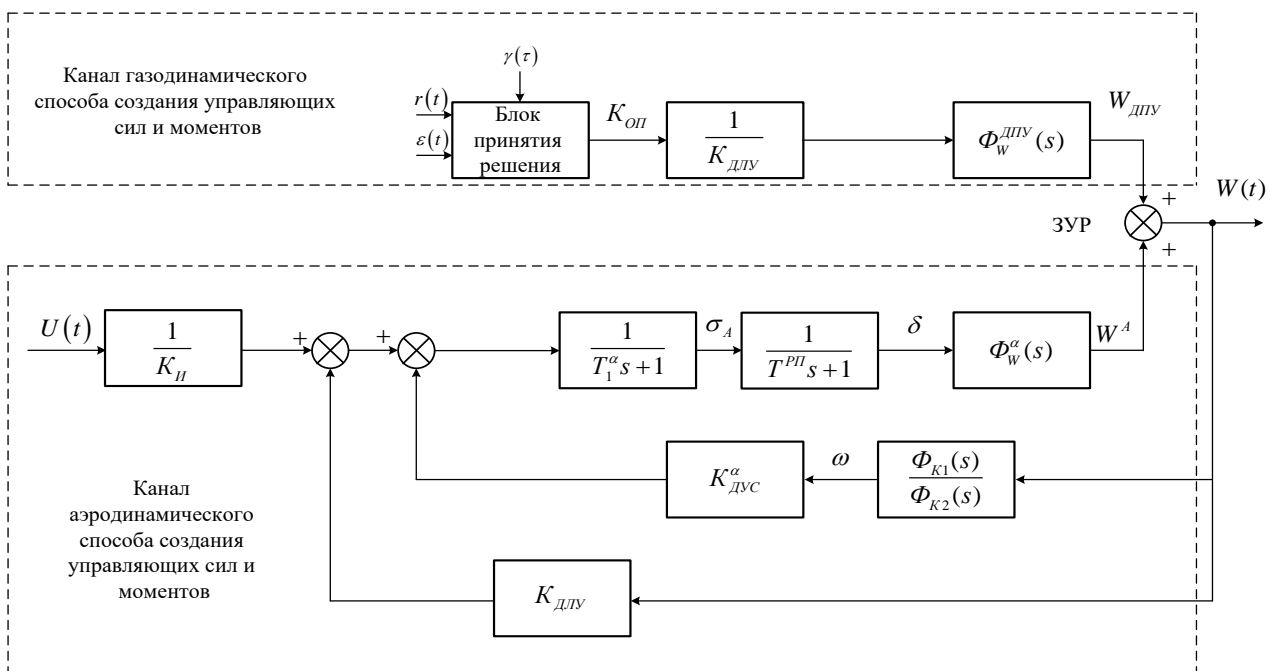


Рисунок 2 – Комбинированный способ создания сил и моментов (аэродинамический и газодинамический)

Свойства управляемости определяют такие важные для ЗУР качества, как маневренность или сверхманевренность, т. е. изменение скорости ее полета по направлению и величине (перегрузки по направлению соответствующих осей).

Комбинированный способ многократно увеличивает возможности аэродинамического способа создания сил и моментов (на 150-200 %), так как максимальная поперечная нагрузка составляет около 20 единиц.

Использование комбинированного способа позволит увеличить эффективность стрельбы ЗУР по высокоскоростным и высокоманевренным целям, что приведет к большей эффективности средств ПВО и уменьшит перерасход ракет.

#### Список цитированных источников

1. Кун, А. А. Основы построения систем управления ракетами / А. А. Кун, В. Ф. Лукьянов, С. А. Шабан. : Изд. академии, 2001. – 131 с.
2. Пупков, К.А. Высокоточные системы самонаведения. / К. А. Пупков - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 512 с.

УДК 539.171

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ПО СПИНУ ЭЛЕКТРОННО-НУКЛОННОЙ СРЕДЫ В ПРИБЛИЖЕНИИ КРАЙНЕГО ВЫРОЖДЕНИЯ

**Мотузко Д. А.**

*Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель Серый А. И., канд. физ.-мат. наук, доцент*

Дейтрон является одним из простейших атомных ядер и представляет собой связанную систему двух нуклонов – протона и нейтрона. Несмотря на это, с учетом кварковой структуры нуклонов и необходимости использования многопараметрических волновых функций (содержащих, как правило, не менее 2 десятков параметров) для точного описания всех основных характеристик дейтрона (радиуса, электрического квадрупольного момента и др.) можно отнести дейтрон к сложным системам. Публикации последних лет свидетельствуют о том, что поиски все более точных выражений для радиальных волновых функций дейтрона продолжаются и в наше время.

Мы будем использовать следующие выражения для радиальных волновых функций основного состояния дейтрона  $u(r)$  и  $w(r)$ , описывающих, соответственно,  $s$ -волну (с орбитальным моментом относительного движения нейтрона и протона  $l=0$ ) и  $d$ -волну (с орбитальным моментом относительного движения нейтрона и протона  $l=2$ ) [1, p. 3101-5])

$$u(r) = r \sum_{i=1}^{23} A_i e^{-a_i r^2}, w(r) = r \sum_{i=1}^{13} B_i e^{-b_i r^2}, \quad (1)$$

где значения коэффициентов  $A_i, B_i, a_i, b_i$  известны. Эти волновые функции соответствуют потенциалу Nijmegen93.

Несмотря на то, что в состоянии с отличным от нуля орбитальным моментом появляется также зависимость волновых функций от углов, оказывается возможным с помощью радиальных функций  $u(r)$  и  $w(r)$  (независимо от их конкретного вида) произвести расчет различных характеристик дейтрона [1, р. 3101; 2, с. 36, 37].

К примеру, выражение для радиуса дейтрона  $r_d$  имеет вид

$$r_d = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{\infty} r^2 [u^2(r) + w^2(r)] dr \right\}^{1/2}. \quad (2)$$

Электрический квадрупольный момент  $Q_d$  находится по формуле

$$Q_d = \frac{1}{20} \int_0^{\infty} r^2 w(r) [\sqrt{8}u(r) - w(r)] dr. \quad (3)$$

Выражение для магнитного момента  $\mu_d$  с учетом вклада  $D$ -состояния  $P_D$  имеет вид.

$$\mu_d = \mu_n + \mu_p - \frac{3}{2} \left( \mu_n + \mu_p - \frac{1}{2} \right) P_D, \quad P_D = \int_0^{\infty} w^2(r) dr. \quad (4)$$

При этом  $\mu_n$  и  $\mu_p$  – собственные магнитные моменты нейтрона и протона, выраженные в единицах ядерного магнетона.

Подставляя (1) в (2)–(4), после несложных преобразований получаем:

$$\begin{aligned} r_d &= \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{\infty} r^2 [u^2(r) + w^2(r)] dr \right\}^{1/2} = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{23} \sum_{j=1}^{23} A_i A_j \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{(a_i + a_j)^5}} + \sum_{i=1}^{13} \sum_{j=1}^{13} B_i B_j \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{(b_i + b_j)^5}} \right)^{1/2} = \\ &= \frac{\sqrt{3}\pi^{1/4}}{4\sqrt{2}} \left( \sum_{i=1}^{23} \sum_{j=1}^{23} A_i A_j \sqrt{\frac{1}{(a_i + a_j)^5}} + \sum_{i=1}^{13} \sum_{j=1}^{13} B_i B_j \sqrt{\frac{1}{(b_i + b_j)^5}} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (5)$$

$$Q_d = \frac{1}{20} \int_0^{\infty} (r^2 w(r) [\sqrt{8}u(r) - w(r)]) dr = \frac{3\sqrt{\pi}}{160} \left( \sqrt{8} \sum_{i=1}^{13} \sum_{j=1}^{13} B_i A_j \sqrt{\frac{1}{(b_i + a_j)^5}} - \sum_{i=1}^{13} \sum_{j=1}^{13} B_i B_j \sqrt{\frac{1}{(b_i + b_j)^5}} \right) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mu_d &= \mu_n + \mu_p - \frac{3}{2} \left( \mu_n + \mu_p - \frac{1}{2} \right) P_D = \mu_n + \mu_p - \frac{3}{2} \left( \mu_n + \mu_p - \frac{1}{2} \right) \sum_{i=1}^{13} \sum_{j=1}^{13} B_i B_j \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{(b_i + b_j)^5}} = \\ &= \mu_n + \mu_p - \frac{3\sqrt{\pi}}{8} \left( \mu_n + \mu_p - \frac{1}{2} \right) \sum_{i=1}^{13} \sum_{j=1}^{13} \frac{B_i B_j}{\sqrt{(b_i + b_j)^3}} \end{aligned} \quad (7)$$

Получаемые численные значения  $r_d = 1.97$  фм,  $Q_d = 0.27$  фм<sup>2</sup>,  $\mu_d = 0.847$  хорошо согласуются с результатами, получаемыми с использованием других потенциалов и волновых функций.



**Список цитированных источников**

1. Zhaba, V. I. Analytical Forms of the Wave Function in Coordinate Space and Tensor Polarization of the Deuteron for Potentials Nijmegen Group / V. I. Zhaba // Journal of Physical Studies – 2016. – Vol. 20, № 3. – P. 3101(10 p.).
2. Ситенко, А.Г. Лекции по теории ядра / А.Г. Ситенко, В.К. Тартаковский. – М.: Атомиздат, 1972. – 351 с.

УДК 004.4:658.512

**АВТОМАТИЗАЦИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ОПЕРАЦИЙ ИНЖЕНЕРНЫХ САЕ-СИСТЕМ****Петров А. В.***Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,  
г. Минск, Беларусь**Научный руководитель: Фролов И. И., канд. техн. наук, доцент*

В докладе рассмотрены проблемы автоматизации процессов в инженерных системах для решения задач моделирования и конструирования. Проанализированы ключевые требования, структура и особенности работы. Исследована и определена практическая необходимость упрощения визуального восприятия отдельных этапов при создании и запуске сценариев. На основе проведенного исследования авторами представлены алгоритмы использования скриптов в разрабатываемой системе, дается детальное описание их работы и полученные характеристики.

**Введение**

С развитием технического прогресса упростился процесс создания инженерных изделий и проектов. Повысилось качество продукта, количество создаваемых и выпускаемых изделий. Современные многофункциональные инженерные системы предоставляют пользователям достаточно многообразные инструменты. Однако гибкость в реализованных продуктах может требовать управления множеством настроек и параметров, требующих в свою очередь дополнительной автоматизации.

**Особенности работы САЕ-системы**

Современные системы инженерного анализа (или системы автоматизации инженерных расчетов) (САЕ – Computer-aided engineering) применяются совместно с САД-системами (САД – Computer-aided design), зачастую интегрируются в них, в этом случае получают гибридные САД/САЕ-системы [1]. САЕ-системы – это разнообразные программные продукты, позволяющие при помощи методов моделирования, численных методов, методов анализа данных (метод конечных элементов, метод конечных разностей, метод конечных объёмов) оценить, как поведёт себя компьютерная модель проектируемого изделия в реальных условиях эксплуатации; помогают убедиться в работоспособности изделия, без привлечения больших затрат времени и средств [2].

При использовании САЕ-систем инженерам приходится выполнять много монотонных и однообразных действий для выполнения даже простых, на первый взгляд, операций. Конечные пользователи предпочитают сокращать время разработки, концентрируясь на вопросах более высокого уровня, при этом используя предоставляемые макросы

и скрипты, объединяющие низкоуровневые операции для выполнения стандартных процедур проектирования.

Определенные программные пакеты не поддерживают запись макросов и работу с ними «из коробки». Такой подход характерен для коммерческих систем, не допускающих изменения исходного кода и не предоставляющих инструментов для создания «плагинов» поверх исходного программного обеспечения.

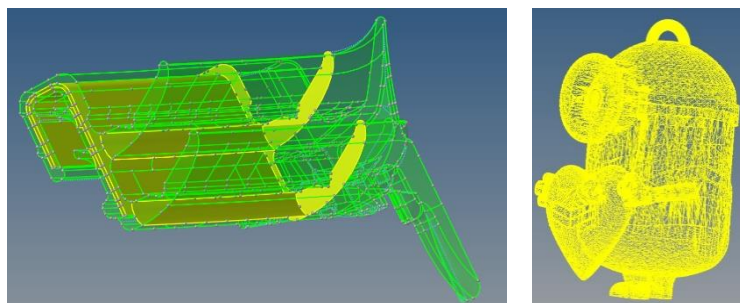
В мире проектирования и моделирования инженерных систем достаточно широкое распространение получил продукт HyperWorks. Система обладает богатыми возможностями для построения моделей и проектирования, однако в то же время не позволяет выполнять объединение элементарных операций, что определяет актуальность разработки дополнительного интеграционного слоя, решающего данную задачу.

В данной работе представлено описание разрабатываемого программного обеспечения, интегрированного с системой HyperWorks. В обсуждаемом программном обеспечении использованы скриптовые языки для решения задач объединения множества команд с последующей разработкой интеграционного слоя и UI для конечного пользователя – инженера-конструктора.

Достаточно сложным в работе САЕ-систем, так же как и других программируемых системах, является необходимость описывать в деталях фактически каждое минимальное действие.

Конечно, такой уровень детализации увеличивает гибкость и расширяет функциональность, но с другой – увеличивает время разработки, не позволяя сконцентрироваться на высокоуровневых задачах.

Одной из типовых задач является выбор смежных поверхностей для нанесения на последующих шагах проектирования Mesh-объекта (сетки), примеры сложных объектов приведены на рисунке 1:



**Рисунок 1 – Образцы сложных проектируемых объектов**

Данная операция не является тривиальной с точки зрения ее воспроизведения и описания в САЕ-системе и занимает, в зависимости от конкретного программного пакета, опыта и квалификации инженера, по разным оценкам, от 40 до 70 минут.

Автоматизированный скрипт, содержащий набор «элементарных» действий, составляющих совокупность шагов алгоритма выбора смежных поверхностей и построенных на использовании базовых циклических конструкций и условных операций, сокращают вышеуказанный временной интервал до 5-8 минут. Такой выигрыш во времени не только позволяет сократить объем рутинных операций и ускорить процесс проектирования, но и позволяет перенести основное внимание на более высокий уровень восприятия проекта в целом.

После завершения работы алгоритма поиска всех смежных плоскостей [3] в разрабатываемом проекте система может в таком же автоматизированном режиме с использованием заранее запрограммированного скрипта выполнить автоматическое нанесение сетки по заранее заданным критериям проектировщика. Более того, данные параметры могут быть также внесены в файлы с кодом скрипта и использоваться по умолчанию при нанесении сетки, либо же можно задать их явно.

Следующий скрипт выполняет последовательный проход по всей сетке в поисках «плохих» элементов, которые определяются по результатам сравнения со скриптом эталона.

В случае, если элемент не удовлетворяет заданным параметрам и имеет отклонение от нормы более определенной допустимой погрешности, то такой элемент заносится в специальный «set bad elements» с последующей обработкой.

Сам процесс проектирования адаптирован для удобной работы с использованием пользовательского интерфейса и операции инкапсулированы и связаны либо напрямую с пунктами меню, либо пользователю предоставляется возможность загрузить и использовать в системе самостоятельно написанный макрос, обобщающий требуемые операции.

### Использование макросов

Использование языков программирования C#, Python, встроенного и поддерживаемого в HyperWorks TCL/TK 8.5 позволяет снизить порог вхождения в разработку скриптов и увеличивает возможность использования системой макросов пользователями с разным набором знаний.

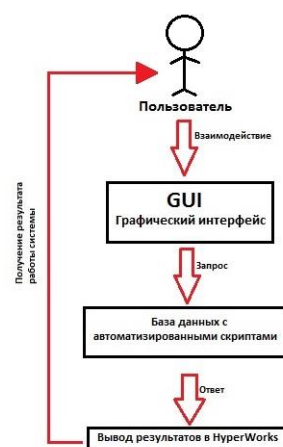
Алгоритм работы системы автоматизации заключается во взаимодействии пользователя посредством графического интерфейса с ядром комплекса, но с обновленными и оптимизированными файлами (имеют расширение .tcl), содержащими уже расширенный функционал. После запроса в базу с файлами и её отклика, пользователь получает результат. Схема работы продемонстрирована на рисунке.

### Заключение

Перспективой развития автоматизации САПР является тесная интеграция с программами смежных направлений. Основной целью создания данной системы является упрощение восприятия пользователем графического интерфейса, разгрузке от дополнительных и неиспользуемых команд, быстрой настройке нужных команд, упрощении алгоритмов и улучшением их быстродействия, настройке команд под конкретную задачу (разбиение по блокам).

### Список цитированных источников

1. Латышев, П. Н. Каталог САПР. Программы и производители: Каталогное издание / П. Н. Латышев. – Москва: ИД СОЛОН-ПРЕСС. – 2011. – С. 700–736.
2. Малюх, В. Н. Введение в современные САПР: Курс лекций / В. Н. Малюх. – Москва: ДМК Пресс. – 2010. – С. 180–188.
3. Madsen, A. D. Engineering Drawing & Design / David A. Madsen. – Clifton Park, NY: Delmar. – 2012. – P. 5–20.



УДК 524.3+537.6

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ПО СПИНУ ЭЛЕКТРОННО-НУКЛОННОЙ СРЕДЫ В ПРИБЛИЖЕНИИ КРАЙНЕГО ВЫРОЖДЕНИЯ

**Сулим А. П.**

*Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Серый А. И., канд. физ.-мат. наук, доцент*

Модели электронно-протонной, электронно-нейтронно-протонной и пионно-нейтронно-протонной сред широко распространены в астрофизике (первая – при исследовании оболочек водородных белых карликов, вторая – при исследовании взрывов Сверхновых II типа, третья – при исследовании жидких ядер нейтронных звезд). Помимо важных вопросов термодинамического характера, которые обычно исследуются, видное место занимают вопросы бета-равновесия между электронно-протонной и нейтронной составляющими, а также спиновой поляризации электронов и нуклонов. Указанные вопросы имеют важное значение для объяснения происхождения магнитных полей звезд.

Будем исследовать модель электронно-протонно-нейтронного вещества в приближении крайнего вырождения (это оправдано при высоких плотностях, когда энергия теплового движения  $kT$  мала по сравнению с энергией Ферми  $\varepsilon_F$ ). Будем учитывать следующие виды энергий: а) энергию Ферми; б) энергию междуклонного взаимодействия в контактном приближении (которое оправдано в силу малости радиуса действия ядерных сил; соответствующие константы определены в [1, с. 31]); в) обменную кулоновскую энергию для протонов; г) энергию отдельно взятого фермиона в магнитном поле, которое само обусловлено спиновой поляризацией (в силу большого значения магнетона Бора по сравнению с ядерным магнетоном можно пренебречь спиновой поляризацией электронов). Тогда запишем систему уравнений, описывающих поляризованное по спину вещество, с учетом бета-равновесия и равенства химических потенциалов нуклонов с противоположными проекциями спина ( $T_{3i}$  – проекция изоспина нуклонов,  $i = n, p$ ) [2, с. 32, 33].

Уравнение бета-равновесия имеет вид

$$E_{Fp} + E_{Fe} = E_{Fn}. \quad (1)$$

Если пренебречь спиновой поляризацией электронного газа, то химический потенциал выражается по формуле (с учетом, что электронейтральности концентрации электронов и протонов равны между собой)

$$E_{Fe} = \left( m_e^2 c^4 + (3\pi^2 \hbar^3 n_p)^{2/3} c^2 \right)^{1/2}. \quad (2)$$

Поскольку нуклонные газы считаются поляризованными по спину, то нужно учесть равенство химических потенциалов (отдельно для протонов и нейтронов) нуклонов со спинами, направленными вдоль линии индукции магнитного поля и в противоположную сторону. Соответствующие равенства в общем случае имеют вид (в случае полной поляризации оно сменяется неравенством)

$$E_{Fi}^{\uparrow} = E_{Fi}^{\downarrow} = E_{Fi}. \quad (3)$$

Более подробное выражение для каждого химического потенциала имеет вид

$$E_{Fi}^{\uparrow,\downarrow} = \frac{(6\pi^2 n_{i\pm})^{2/3} \hbar^2}{2m_i} + g_{ii} n_{i\mp} + g_{np}^{\uparrow\uparrow} n_{j\pm} + g_{np}^{\uparrow\downarrow} n_{j\mp} + \left(\frac{1}{2} + T_{3i}\right) \Lambda_{\pm} + \Delta E_{B(i)}^{\uparrow,\downarrow}. \quad (4)$$

Сделаем пояснение для некоторых слагаемых, входящих в (4), обозначая через  $p_{0i}$  степень спиновой поляризации соответствующих нуклонов, можно выразить концентрацию нуклонов с определенной проекцией спинов через полную концентрацию нуклонов соответствующего сорта  $n_i$  и их спиновую поляризацию.

$$n_{i\pm} = \frac{n_i}{2} (1 \pm p_{0i}). \quad (5)$$

Первое слагаемое в правой части (4) представляет собой энергию Ферми идеального газа. Второе слагаемое отвечает за взаимодействие нуклонов данного сорта с данной проекцией спина с нуклонами того же сорта с противоположной проекцией спинов за счет ядерного взаимодействия. Третье и четвертое слагаемые аналогичны второму, но относятся к нуклонам другого сорта (т. е. с противоположной проекцией изоспина). Пятое слагаемое относится к обменной кулоновской энергии, поэтому отлично от нуля только для протонов.

$$\Lambda_{\pm} = -\frac{e^2}{\pi} (6\pi^2 n_{p\pm})^{1/3}, T_{3p} = -T_{3n} = 1/2. \quad (6)$$

Последнее слагаемое в (4) представляет собой энергию отдельно взятого нуклона в магнитном поле, которое само обусловлено спиновой поляризацией нуклонов.

$$\Delta E_{B(i)}^{\uparrow,\downarrow} = \mp \gamma_i \mu_{\pi} \mathbf{B} = \mp 4\pi \gamma_i \mu_{\pi}^2 \sum_{j=n,p} n_j p_{0j} \gamma_j, \gamma_p = 2.79, \gamma_n = -1.91. \quad (7)$$

Решение системы уравнений (1) – (4) (с учетом пояснений (5) – (7)) при частичной поляризации нуклонов может быть найдено только численно. При  $n_p \sim 10^{31} \text{ см}^{-3}$  получаем  $p_{0p} \sim 0,9$ , а значение  $p_{0n}$  отрицательно по знаку и по абсолютной величине меньше 0,01 при  $n_n \sim 10^{32} - 10^{35} \text{ см}^{-3}$  (с ростом  $n_n$  значение  $p_{0n}$  по абсолютной величине уменьшается) при этом значение индукции магнитного поля  $B$  по порядку величины остается  $10^9 \text{ Гс}$ , что превышает характерные значения для белых карликов и уступает характерным значениям для нейтронных звезд. Открытым остается вопрос о существовании таких магнитных полей при взрыве Сверхновых II типа.

#### Список цитированных источников

1. Серый, А.И. О ферромагнетизме вырожденной нейтронно-протонной системы / А.И. Серый // Веснік Брэсцкага універсітэта. Серыя 4: «Фізіка. Матэматыка». – 2012. – № 1. – С. 30–37.
2. Серый, А.И. О некоторых поляризационных эффектах в астрофизической плазме / А.И. Серый // Веснік Брэсцкага універсітэта. Серыя 4: «Фізіка. Матэматыка». – 2014. – № 1. – С. 30 – 43.

## ЭЛЕКТРОННЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУЧНЫХ И ПРИКЛАДНЫХ РАЗРАБОТКАХ

УДК 519.673

### THE MATHEMATICS OF SUDOKU

***Rakhlei Vitalii***

*Brest State Technical University, Brest*

*Supervisor: Lebed Svetlana, Ph.D., Assistant Professor*

Sudoku is a puzzle presented on a square grid that is usually  $9 \times 9$ , but is sometimes  $16 \times 16$  or other sizes. Here will be considered only the  $9 \times 9$  case, although almost everything that is said can easily be extended to the puzzles with different dimensions. Sudoku puzzles can be found in many daily newspapers, and there are thousands of references to it on the internet.

The main purpose of an investigation is to write a program that generates sudoku with a single solution. And the first thing to start is to understand the mathematical approaches to solving sudoku. So in this article it will be considered the mathematics of sudoku.

Why sudoku is important? The curiosity sparked by the popularity of the puzzle has rendered sudoku problems relevant. Mathematician and computer scientists are pondering many questions centered on sudoku including the questions regarding how to solve the puzzle. Practical application is yet to be determined but people who have high aptitude for sudoku have earned large sums of money by participating in competitions. Popular game websites have standard sudoku as well as various variations to the game for sale on their site. This illustrates the business side of sudoku. In order for these games to be created, mathematicians, programmers, software engineers and so on must dive deep into some of the questions that we are considering in this paper. They must know how many sudoku puzzles they want to include in their game software which requires the knowledge of the number of unique puzzles that there are. They must also be aware of algorithms that solve the puzzle fairly quickly without utilizing excessive processing power (otherwise, their game will slow computers down and may not be accepted by sudoku enthusiasts). These questions are more are some of the reasons why sudoku research is important. Beyond the mathematical questions raised by sudoku and the possibility earning money from the puzzles, some believe that the concepts used by both the human solver and the computer are analogous to the concepts used in scientific research. Dr. Mano Singham, one of the proponents of this idea points out the similarities between scientific research processes and Sudoku when he said, "normal scientific research within a paradigm is largely a puzzle solving exercise in which there is an assurance that a solution exists to the problem and that it is only the ingenuity of the scientist that stands between her and a solution. The sudoku problem is like that. We know that a solution of a particular form exists and it is this belief that makes people persevere until they arrive at a solution." [1]. Sudoku is also being mentioned by health professionals as a tool for mental fitness. Like other puzzles, sudoku has been known to prevent and even reverse mental health defects such as Alzheimer's disease and other forms of dementia.

The original grid has some of the squares filled with the digits from 1 to 9 and the goal is to complete the grid so that every row, column and 3×3 sub-grid (of which there are 9) contains each of the digits exactly once. Some initial configurations admit zero solutions and others admit multiple solutions, but these are usually considered to be invalid puzzles.

In figure 1 a (relatively easy) puzzle appears on the left. If you’ve never tried to solve a sudoku puzzle, it would be very informative to try to solve this one now, and see what strategies you can come up with before you read the rest of this article. It will probably take more time than you think, and you will get much better with practice.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a			4	8					
b		9		4	6			7	
c		5					6	1	4
d	2	1		6			5		
e	5	8		7		9		4	1
f			7			8		6	9
g	3	4	5						
h		6			3	7		2	
i						4	1		

Figure 1

In figure 1 a (relatively easy) puzzle appears on the left. If you’ve never tried to solve a sudoku puzzle, it would be very informative to try to solve this one now, and see what strategies you can come up with before you read the rest of this article. It will probably take more time than you think, and you will get much better with practice.

Let us start with discussion of various solution techniques and any related mathematics along with the technique.

There is a large literature on sudoku on the internet, and as far as possible, we will try to use the same terminology in this article as that which is commonly used on the internet.

- A “square” refers to one of the 81 boxes in the sudoku grid, each of which is to be filled eventually with a digit from 1 to 9.

- A “block” refers to a 3 × 3 sub-block of the main puzzle in which all of the numbers must appear exactly once in a solution. We will refer to a block by its columns and rows. Thus block *ghi456* includes the squares *g4, g5, g6, h4, h5, h6, i4, i5* and *i6*.

- A “candidate” is a number that could possibly go into a square in the grid. Many methods we will examine will eliminate candidates one after the other until there is a unique number that can go in a square.



- Sometimes an argument will apply equally well to a row, column or block, and to keep from having to write “row, column or block” over and over, we may refer to it as a “virtual line”. A typical use of “virtual line” might be this: “If you know the values of 8 of the 9 entries in a virtual line, you can always deduce the value of the missing one.” In the 9 × 9 sudoku puzzles there are 27 such virtual lines.

- Sometimes you would like to talk about all of the squares that cannot contain the same number as a given square since they are in the same row, column, or block. These are sometimes called the “buddies” of that square. For example, you might say something like, “If two buddies of a square have only two possible candidates, then you can eliminate those as candidates for the square.”

**Resources:**

1. Mano Singham, Sudoku and Scientific Research, [http://blog.case.edu/singham/2006/02/01/sudoku\\_and\\_scientific\\_research](http://blog.case.edu/singham/2006/02/01/sudoku_and_scientific_research) February 1, 2008 Accessed November 2, 2019
2. Херон Э., Джеймс Э. Судoku для "чайников": Пер. с англ. – К.: Вильямс, 2007 – 336 с.  
23 Рейнгольд Э., Нивельгерт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. – 1980

УДК 681.3

**ОПЫТ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ САЙТОВ  
С УЧЕТОМ ОСОБЕННОСТЕЙ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ****Абрамук А. И.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Муравьев Г.Л., канд. техн. наук, доцент*

Базовые характеристики сайтов и требования к ним наряду с качеством внутреннего содержания определяют также свойство юзабилити (usability), означающее в узком смысле удобство использования сайта, эргономичность интерфейса (простоту, интуитивность, доступность, удобство навигации и т. п.), а в расширенном понимании – степень эффективности его работы. При этом если сайт разработан для получения прибыли, то характеристики посещаемости и конверсии становятся жизненно необходимыми.

Здесь рассмотрен опыт улучшения эффективности такого рода сайтов на примере интернет-витрин, -магазинов, обеспечивающих типовой набор функций по ведению и оперативной корректировке контента – информации о товарах, заказах, а также обеспечению удобного доступа и пользовательских функций по выбору и заказу товаров и т. п.

Одним из важных направлений в доработках этих сайтов является поисковая оптимизация, которая позволяет делать их более “полезными” с точки зрения поисковых систем и “видимыми” для пользователей. Здесь наряду с внутренним улучшением проводилась внешняя оптимизация, направленная на рост узнаваемости сайта, наращивание внешней ссылочной массы – улучшение ссылочного профиля сайта.

Основные этапы мероприятий:

1. Начальная оптимизация на основе анализа общей видимости сайта с учетом характеристик сайтов-конкурентов, их организации и ссылочного профиля. Оценка частот-

ности с помощью инструментов сбора поисковых запросов (типа Serpstat, Wordstat), формирование первичного ядра поисковых запросов.

2. Внутренняя оптимизация. Оптимизация контента. Корректировка продвигаемых страниц, включающих собранные ранее ключевые запросы, с учетом текущих требований поисковых систем.

3. Мероприятия по исключению ситуаций возврата пользователя обратно в поисковую выдачу, улучшение показателя отказов, увеличение длительности пребывания на страницах, адаптация сайта для мобильных устройств и т. д.

Опыт оптимизации показывает его важность в повышении эффективности сайта, улучшении коммерческих показателей. Так, при разработке ряда сайтов указанного типа – после начального анализа и проектирования семантического ядра – посредством его внутренней оптимизации, улучшения контента, характеристик конкурентной выдачи (пункт 2) был отмечен значительный прирост числа пользователей, а также подъем позиций сайта в среднем на 15-16%.

Дальнейшее улучшение сайта - внешняя оптимизация и повышение характеристик юзабилити (пункты 3) – обеспечивают рост конверсии до 14-15%, снижение отказов до 1-2%. Тем самым закладывается основа дальнейшего роста посещений и улучшения позиций сайта с увеличением срока его использования особенно в начальный период эксплуатации.

При проведении работ для анализа эффективности сайтов, изучения и учета поведенческого фактора (клиентов) использовались аналитические сервисы поисковых систем, программы технического аудита (типа screaming frog и др.), а для анализа организации и функционирования сайтов – инструменты средств веб-разработки.

В работе демонстрируются выгрузки из аналитических сервисов, результаты вносимых корректировок, в том числе – в разрезе наиболее часто используемых поисковых систем.

#### **Список цитированных источников**

1. Блог специалистов по поисковому продвижению сайтов [Электронный ресурс]. – 2019. – Режим доступа: <http://webcomme.ru/seo/seo-tehnologies-articles.html>. – Дата доступа: 11.06.2019.

УДК 004.942

## **КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАТОПЛЕНИЯ УЛИЧНО-ДОРОЖНОЙ СЕТИ**

**Бабух А. И., Бавченков А. Г.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь  
СООО "ПП Полесье", г. Кобрин, Беларусь*

*Научный руководитель: Костюк Д. А., канд. техн. наук, доцент*

Затопление улично-дорожной сети города причиняет серьезный ущерб городской собственности во время паводков и половодий, создавая массовые пробки, невозможность перемещения пешеходов и проблемы обслуживания ливневой канализации. Важ-

ной частью планирования мероприятий по противодействию данной проблеме является компьютерное моделирование затопления улично-дорожной сети, представляемой в разветвленной сети соединяющихся между собой водотоков.

В ряде случаев при решении подобного класса задач хорошо зарекомендовал себя математический аппарат клеточных автоматов [1]. Так, для решения аналогичной проблемы на юге Китая группа ученых из Гуанчжоу провели исследование и с помощью клеточных автоматов разработали двумерную модель затопления городов, которая бы эффективно уменьшала нагрузку на ливневую канализацию [2].

Клеточный автомат – это дискретная модель, представляющая собой сетку произвольной размерности, каждая клетка которой в каждый момент времени может принимать одно из конечного множества состояний, и для которой определено правило перехода клеток из одного состояния в другое. Каждая клетка является конечным автоматом, состояния которого определяются состояниями соседних клеток и, возможно, ее собственным состоянием.

В разрабатываемой модели клеточные автоматы описывают систему поведения воды на основе локальных взаимодействий ячеек. Каждая клетка содержит следующие состояния:

- Отсутствие ( $=0$ ). Состояние, при котором на данной клетке отсутствует водяной покров.
- Наличие ( $>0$ ). Состояние, при которой на данной клетке имеется водяной покров, и значение клетки обозначает уровень воды на ней.

На текущий момент в разрабатываемой модели ландшафт рассматривается как набор идеальных фрагментов, т. е. идеально ровных участков дорог размером 5x5.

В случайной точке на исследуемом участке дороги мы имеем ячейку с определенным уровнем воды.

Окрестность ячеек в основном выделяется двумя видами окрестностей: окрестность фон Неймана и окрестность Мура. К исследуемой модели наиболее подходит использование окрестности Мура [1]. Исходя из свойства текучести жидкостей, получаем, что вода из ячейки  $(x_2, y_2)$  равномерно распределится по её окрестности. Следовательно, в ячейке  $(x_2, y_2)$  и в её окрестности значения уровня воды будут равны между собой. Значение каждой ячейки модели равняется средним значением уровня воды её и окрестности данной ячейки (1).

$$d = \frac{\sum d_i}{n}, \quad (1)$$

где  $d_i$  – уровень воды ячейки,  $n$  – количество ячеек.

Так как исследуемый фрагмент модели имеет размер 5x5, то изменение состояния ячеек окрестности ячейки  $(x_2, y_2)$  приведет к дальнейшему распределению воды по всей исследуемой модели. В результате работы мы получим модель, изображенную на рисунке 1.

0	0	0	0	0	8	8	8	8	8
$x_0, y_0$	$x_1, y_0$	$x_2, y_0$	$x_3, y_0$	$x_4, y_0$	$x_0, y_0$	$x_1, y_0$	$x_2, y_0$	$x_3, y_0$	$x_4, y_0$
0	0	0	0	0	8	8	8	8	8
$x_0, y_1$	$x_1, y_1$	$x_2, y_1$	$x_3, y_1$	$x_4, y_1$	$x_0, y_1$	$x_1, y_1$	$x_2, y_1$	$x_3, y_1$	$x_4, y_1$
0	0	200	0	0	8	8	8	8	8
$x_0, y_2$	$x_1, y_2$	$x_2, y_2$	$x_3, y_2$	$x_4, y_2$	$x_0, y_2$	$x_1, y_2$	$x_2, y_2$	$x_3, y_2$	$x_4, y_2$
0	0	0	0	0	8	8	8	8	8
$x_0, y_3$	$x_1, y_3$	$x_2, y_3$	$x_3, y_3$	$x_4, y_3$	$x_0, y_3$	$x_1, y_3$	$x_2, y_3$	$x_3, y_3$	$x_4, y_3$
0	0	0	0	0	8	8	8	8	8
$x_0, y_4$	$x_1, y_4$	$x_2, y_4$	$x_3, y_4$	$x_4, y_4$	$x_0, y_4$	$x_1, y_4$	$x_2, y_4$	$x_3, y_4$	$x_4, y_4$

Рисунок 1 – Моделирование растекания воды с помощью клеточного автомата

Для решения проблемы затопления на идеально ровной дороге достаточно поместить ливневый слив в любой точке данной дороги. Но в действительности любой фрагмент дороги имеет определенный наклон, поэтому для исследования необходимо использовать две сетки. Первая сетка отображает уровень неровности дороги (в статике, то есть без учета возможности повреждения дороги в процессе моделирования). Вторая сетка отображает наличием воды и её уровень в ячейках. Примеры сеток отображены на рис. 2.

22	20	18	16	14	0	10	0	0	0
$x_0, y_0$	$x_1, y_0$	$x_2, y_0$	$x_3, y_0$	$x_4, y_0$	$x_0, y_0$	$x_1, y_0$	$x_2, y_0$	$x_3, y_0$	$x_4, y_0$
22	18	16	14	12	0	0	0	0	0
$x_0, y_1$	$x_1, y_1$	$x_2, y_1$	$x_3, y_1$	$x_4, y_1$	$x_0, y_1$	$x_1, y_1$	$x_2, y_1$	$x_3, y_1$	$x_4, y_1$
18	16	14	12	10	0	0	0	0	0
$x_0, y_2$	$x_1, y_2$	$x_2, y_2$	$x_3, y_2$	$x_4, y_2$	$x_0, y_2$	$x_1, y_2$	$x_2, y_2$	$x_3, y_2$	$x_4, y_2$
16	14	12	10	8	0	0	0	0	0
$x_0, y_3$	$x_1, y_3$	$x_2, y_3$	$x_3, y_3$	$x_4, y_3$	$x_0, y_3$	$x_1, y_3$	$x_2, y_3$	$x_3, y_3$	$x_4, y_3$
14	12	10	8	6	0	0	0	0	0
$x_0, y_4$	$x_1, y_4$	$x_2, y_4$	$x_3, y_4$	$x_4, y_4$	$x_0, y_4$	$x_1, y_4$	$x_2, y_4$	$x_3, y_4$	$x_4, y_4$

Рисунок 2 – Моделирование неровностей дороги (слева) и уровня воды (справа)

В представленной сетке дороги мы наблюдаем, что дорога имеет наклон. Для расчета поведения воды необходимо наложить сетку воды на сетку дороги, суммировав значения ячеек.

Ограничив карту до размеров окружности ячейки ( $x_1, y_0$ ), в приведенном на рис. 2 примере можно видеть, что среднее значение ячейки равняется 20,67, что меньше ячейки ( $x_0, y_0$ ), поэтому вода, находящаяся в данной ячейке, стечет в ячейки ниже. Так как состояние ячейки ( $x_0, y_0$ ) в сетке воды стремится к нулю, исключим из её расчетов. В результате получаем средний уровень воды в данном фрагменте, равный 20,4.

На карте дороги с размером 5x5 среднее значение ячейки составляет 14,4, следовательно, ячейки с большим значением будут иметь на сетке воды состояние 0. Исключим

из расчетов ячейки с значением выше 14,4, значение сетки воды распределим из ячейки  $(x_1, y_0)$  к ячейкам, состояние которых будет ближайшим к среднему. Проведя повторный расчет, исключая ячейки, состояние которых в сетке дороги более 14,4, получим среднее значение, равное 12. Следовательно, ячейки с состоянием в сетке дороги, равным 14, также исключаются из расчетов. На ячейки с состоянием, близким к среднему, распределим воду из предыдущих ячеек. Проведя следующие расчеты, исключив ячейки, которые в сетке дороги имеют состояние более 12, получим среднее значение, равное 11, тем самым исключив ячейки с состоянием в сетке дороги, равным 12.

После повторных расчетов ячеек, состояние которых в сетке дороги не более 11, получим среднее значение, равное 10,3. Среднее значение не менее максимального состояния ячейки расчетной сетки дорог, следовательно, уровень воды в ячейках, состояние которых в сетке дорог меньше среднего значения, будет равен 10,3 и данный результат является конечным для представленной модели.

Для того чтобы определить лучшую ячейку расположения ливневого слива, необходимо уменьшить общее количество воды. Уменьшив общее количество воды до значения 1, получим, что вода будет находиться строго в ячейке  $(x_4, y_4)$ , что и является лучшим расположением для данной сетки дороги.

#### **Список цитированных источников**

1. Петров, Д.О. Система расчета и визуализация зоны затопления на основе клеточного автомата / Д.О. Петров, А.А. Волчек, Д.А. Костюк, Н.Н. Шешко // Актуальные проблемы наук о Земле: использование природных ресурсов и сохранение окружающей среды: сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. году науки в Респ. Беларусь: в 2 ч., Брест, 25 – 27 сент. 2017 г. – Брест: БрГУ, 2017. – Ч. 1. – С. 145–148.

2. Liu L. et al. Developing an effective 2-D urban flood inundation model for city emergency management based on cellular automata // Natural Hazards and Earth System Sciences. – 2014. – No. 2 (3). – P. 6173–6199.

3. Азизов, Н.Ю. Использование клеточного автомата в качестве метода прогнозирования развития динамических природных явлений по данным спутниковой съемки // Международный студенческий научный вестник. – 2016. – No 2. – С. 134–136.

УДК 004.056.57

## **ФИЛЬТРАЦИЯ DNS ЗАПРОСОВ С ПОМОЩЬЮ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗОН С ПОЛИТИКОЙ ОТВЕТОВ В ОТКРЫТЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЯХ**

**Бубнов Я. В.**

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,  
г. Минск, Беларусь*

*Научный руководитель: Иванов Н. Н. канд. физ.-мат. наук, доцент*

Узлы компьютерных сетей постоянно подвергаются атакам, направленным на завладение или компрометацию ресурсов атакуемого устройства. Частными примерами подобных угроз являются вредоносные программы BernardPOS и FrameworkPOS, предназначенные для кражи информации о кредитных картах с платежных систем. Обе эти программы объединяет аналогичный подход к передаче захваченной информации уда-

ленному управляющему узлу. Передача осуществляется путем ее инкапсуляции в пакеты протокола DNS так называемым DNS туннелированием. Пример доменного имени используемого при DNS туннелировании:

```
zhmyaA-Aaahhh-Drink-mal-ein-Jgermeister-.hidemyself.org.
```

Методы обнаружения DNS-туннелирования в компьютерных сетях предложены в нескольких работах [1, 2]. Однако остается открытым вопрос распространения политики принятого решения по распределенной системе DNS-серверов.

Основным способом противодействия угрозам, исходящим с вредоносных доменов, является использование зон с политикой ответов (RPZ). Данный подход предложен консорциумом ISC и подразумевает создание зоны со списком доменов, которые подлежат блокировке. Пример такой зоны:

```
$ORIGIN RPZ.EXAMPLE.ORG
*.hidemyself.org CNAME . ; return NXDOMAIN
```

Основная проблема данного подхода в контексте блокирования DNS туннелирования заключается в принципиальной невозможности превентивного создания подобной зоны. Причина связана с динамическим характером доменных имен, используемых при DNS туннелировании. Другими словами, DNS-домены для туннелирования могут создаваться быстрее, чем файл зон будет успевать синхронизироваться с, например, открытой базой вредоносных доменов. Решение данной проблемы может быть осуществлено двумя способами.

Первый способ требует установку промежуточного кеширующего DNS-клиента, в который интегрирован один из известных детекторов DNS-туннелей. Каждый запрос клиента на разрешение DNS-имени должен быть проанализирован детектором на предмет присутствия DNS-туннеля и только потом может быть продолжен стандартный процесс разрешения доменного имени. Для уменьшения времени обработки запросов может быть использовано кеширование результатов детектирования в виде зон с политикой ответов — динамических RPZ. Преимущество данного подхода состоит в отсутствии необходимости модифицировать существующую DNS-инфраструктуру, а также синхронизировать динамические RPZ с остальными клиентами. Обобщенная схема данного подхода представлена на рисунке 1.

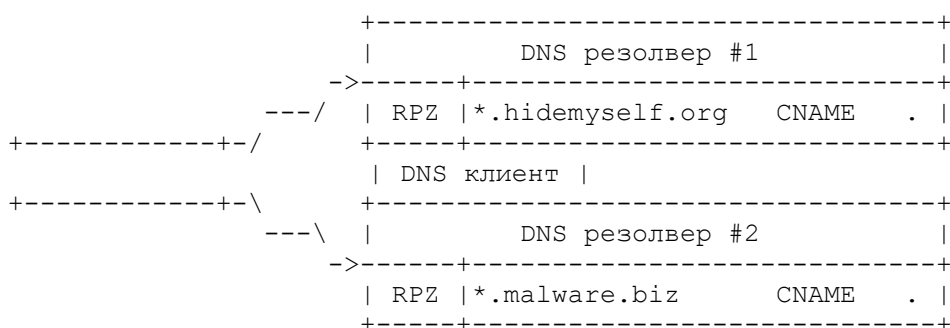
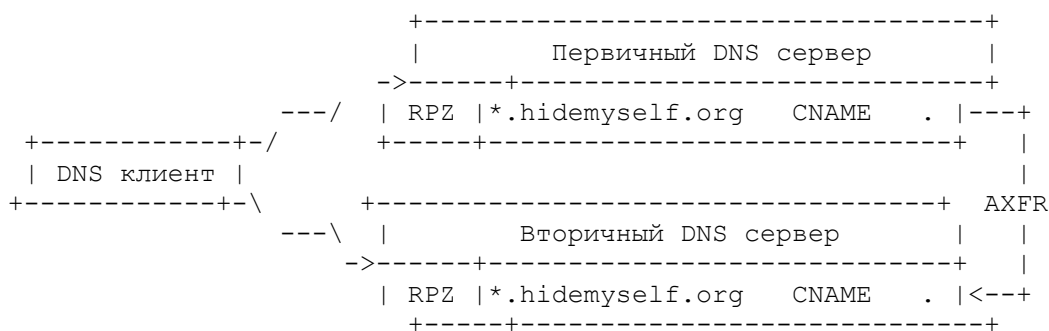


Рисунок 1 — Схема интеграции детектора в DNS-резолверы

По причине того, что ресурсные затраты на развертывание и оперирование детектора DNS-туннелей могут быть значительными, возможен иной способ интеграции. Второй

способ подразумевает интеграцию детектора DNS туннелей в первичный (авторитативный) DNS-сервер. Как и в случае с промежуточным DNS клиентом, сервер должен кэшировать вредоносные домены в динамической RPZ в течение некоторого периода времени. Однако, в отличие от первого подхода, данная динамическая RPZ-зона реплицируется на вторичные DNS-серверы с помощью стандартной схемы передачи зон AFXR. Таким образом, ресурсно-затратный детектор может быть развернут исключительно на авторитативном сервере. Схема данного подхода представлена на рисунке 2.



**Рисунок 2 — Схема интеграции детектора в первичный DNS-сервер**

В качестве дополнительной оптимизации размера зоны с политикой ответов вместо полного доменного имени предлагается сохранение подстановочной маски с доменом максимум второго уровня.

Два предложенных метода характеризуются широкими возможностями горизонтального масштабирования системы детектирования DNS-туннелирования в существующую инфраструктуру системы доменных имен. Благодаря дублированию DNS-резолверов в первом способе и наличию реплицированных вредоносных доменов на вторичных серверах во втором способе обеспечиваются гарантии высокой доступности системы в случае интеграции детекторов.

#### **Список цитированных источников**

1. Bubnov, Y. DNS Tunneling Detection Using Feedforward Neural Network / Y. Bubnov // European Journal of Engineering Research & Science. – 2018. – Vol. 3, № 11. – P. 16-19.
2. Nadler, A. Detection of Malicious and Low Throughput Data Exfiltration Over the DNS protocol / A. Nadler, A. Aminov, A. Shabtai – Negev : Ben Gurion University of the Negev, 2017.

УДК 004.65

## **ОТХОД ОТ РЕЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ В СОВРЕМЕННЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ БАЗАМИ ДАННЫХ**

**Дубицкий А. В., Матюшин Б. Н., Маркина А. А.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Костюк Д. А., канд. техн. наук, доцент*

В последние годы наблюдается возвращение интереса к нереляционным системам управления базами данных. До нынешнего роста активное использование нереляционных хранилищ наблюдалось во времена мэйнфреймов, после чего в период доминиро-



вания реляционных СУБД их роль свелась к применению в специализированных хранилищах (например, иерархических службах каталогов). Новый рост интереса к отходу от реляционной модели (и появление нереляционных СУБД нового поколения) инициирован в первую очередь потребностью в параллельных распределённых системах для высокомасштабируемых интернет-приложений, таких как поисковые системы. Также интересу к отходу от реляционной модели способствовал ряд постепенно выкристаллизовавшихся проблем традиционных SQL-СУБД:

- Ограничения по масштабированию. РСУБД более доступно вертикальное масштабирование, то есть повышение общей производительности системы за счет применения более мощных компонентов. Горизонтальное масштабирование, то есть увеличение количества серверов (или компонентов, разнесенных на отдельные серверы), выполняющих параллельную обработку, требует в их случае сложных технических решений.

- Большие данные. Сложность хранения огромных объемов данных определяется проблемой горизонтального масштабирования.

- Для реляционных СУБД характерны достаточно низкая скорость операций записи (особенно с индексами), что может быть критично в ряде задач; отказ же от индексов ускоряет запись, но сильно замедляет операции чтения данных.

- Также реляционная модель хранения данных плохо приспособлена для ситуаций, требующих оперативных изменений в схеме (структуре хранимых данных).

- Наконец, при соблюдении требований нормализации, большие схемы оказываются достаточно сложными для понимания человеком.

Разумеется, преимущества реляционных СУБД, благодаря которым они стали доминирующими на рынке систем хранения данных, по-прежнему актуальны. В первую очередь это транзакционная модель и соответствующий ей набор требований, описываемый аббревиатурой ACID (Atomicity, Consistency, Isolation, Durability – Атомарность, Согласованность, Изолированность, Надежность).

Под транзакцией понимается группа последовательных операций, которая представляет собой логическую единицу работы с данными. В рамках транзакционной модели группа команд выполняется либо полностью, либо не выполняется ни одна команда в группе (атомарность), что исключает «застревание» данных в промежуточном состоянии. При этом данные должны отражать реальность в момент получения ответа на запрос (согласованность), а параллельные транзакции не должны влиять друг на друга (изолированность). Наконец, результат выполнения транзакций не должен зависеть от сбоев аппаратного обеспечения (надежность).

Это может показаться неочевидным, но на практике отказ от реляционной СУБД обычно означает расставание с транзакционной моделью. Разработчики вынуждены обходить проблему, реализуя поддержку транзакций на уровне приложения либо закладывая издержки на неатомарность в рабочем процессе, в котором используются данные. Однако реализация транзакционной модели в СУБД остается критическим фактором, обеспечивающим реляционным базам данных уверенные позиции на рынке.

Тем не менее накопившиеся изменения в задачах, требующих применения систем хранения и доступа к данным (в плане вычислительных мощностей, параллелизма либо специфики самих обрабатываемых данных), делает отход от реляционной модели вос-

требуемым и обоснованным в ряде приложений. Взамен ACID современные нереляционные СУБД ориентируются на следующий набор требований:

- базовая доступность (basic availability), то есть гарантированное завершение всех запросов (раньше или позже, успешно или нет);
- гибкое состояние (soft state) – возможность изменения состояния системы во времени независимо от наличия или отсутствия внешних воздействий (например, из-за процессов увеличения согласованности данных);
- финальная согласованность (eventual consistency), допускающая рассогласованность данных на какое-то время при условии, что они в конечном счете придут к согласованию.

СУБД, соответствующие перечисленным положениям, на данный момент можно отнести к следующим категориям:

- баз данных на основе модели «ключ-значение» (key-value; характерный пример – СУБД Redis);
- базы данных на основе столбцов (column; характерный пример – СУБД Cassandra);
- документарная модель представления данных (document; популярный представитель данного семейства СУБД – MongoDB);
- графовые базы данных (graph; характерный пример – СУБД Neo4j);
- базы данных хранения временных рядов (time-series database; например, СУБД Prometheus).

Особенность баз данных на основе пар «ключ-значение» заложена в их названии: ключ используется для доступа к значению. Эти СУБД отличаются тем, что поддерживают высокую разделяемость данных и обеспечивают хорошее горизонтальное масштабирование. Такая система хранения хорошо подходит для изображений и кэширования различной информации, а примерами использования являются игровые и рекламные приложения. В ряде случаев одновременно с этой моделью реализуют резидентное хранение данных (in-memory database или база данных, размещаемая в ОЗУ), для задач, требующих лучшего быстродействия, чем могут предоставить традиционные СУБД (некоторые из которых, впрочем, также поддерживают опционально резидентный режим работы).

Системы на основе столбцов хранят данные в виде разреженной матрицы, строки и столбцы которой используются как ключи. Типичными областями применения таких баз являются веб-индексирование и задачи, связанные с большими данными, вынужденно допускающие меньшую согласованность.

Преимуществом документарных баз данных является то, что они позволяют разработчикам хранить и запрашивать данные с помощью той же документной модели, которую те используют в коде приложения. Гибкий, полуструктурированный, иерархический характер документов и соответствующих баз данных позволяет схеме эволюционировать в соответствии с потребностями приложения. Документная модель хорошо работает в каталогах, пользовательских профилях, системах управления контентом (где каждый документ уникален, а его схема изменяется со временем). При этом в коде приложения данные часто представлены как объект или документ в JSON-подобном формате, который поддерживается и самой СУБД.

Графовые базы данных упрощают разработку и запуск приложений, работающих с наборами сложносвязанных данных. Типичные примеры их использования – социальные сети, рекомендательные сервисы, системы выявления мошенничества, графы знаний.

Базы данных временных рядов – это специализированные СУБД для хранения проиндексированных по времени данных. Причины их появления – необходимость сбора, хранения и обработки больших массивов разных метрик (системы мониторинга), а также то, что реляционная модель в системах со сложной логикой и высокими объемами поступающих разнородных метрик – не самый практичный выбор.

Таким образом, современные нереляционные базы данных оптимизированы для приложений, которые работают с чрезвычайно большими объемами данных, нуждаются в низкой задержке или гибких моделях представления данных, что достигается ценой смягчения жестких требований к непротиворечивости и согласованности данных, характерных для реляционных СУБД, и выражается в невозможности достижения сравнимой с ними универсальности.

#### Список цитированных источников

1. Knowledge Base of Relational and NoSQL Database Management Systems. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://db-engines.com/en/> – Дата доступа: 06.11.2018.

2. Introduction to Time Series Database. Режим доступа: <https://www.linkedin.com/pulse/introduction-time-series-database-pinglei-guo/> – Дата доступа: 15.09.2019.

УДК 004.67

## ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА В ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ГЕОКООРДИНАТ

**Ковалюк П. А.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Кузьмицкий Н. Н., канд. тех. наук*

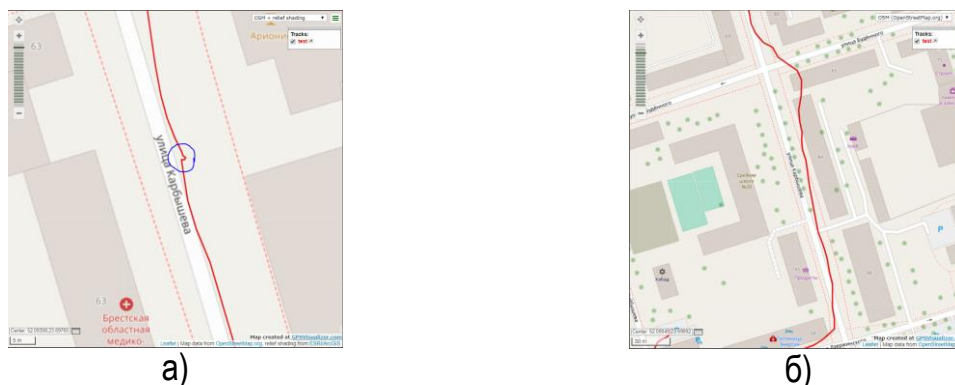
### Введение

Проблемы определения координат можно классифицировать следующим образом:

- выбросы координат;
- «блуждание» координат при нулевой или близкой к нулю скорости;
- отклонение координат вблизи высотных зданий;
- ошибка времени фиксации координат.

Под выбросами понимают ошибочные данные, не отражающие реальную ситуацию, которые были получены в результате технической ошибки аппаратуры, входящей в состав терминала или алгоритмической ошибки модуля определения координат 1.

Отклонение координат вблизи высотных зданий также наблюдается при отражении сигнала от зданий, что приводит к смещению объекта от реального местоположения.



**Рисунок 1 – Примеры проявления выброса координат (а) и отклонения координат вблизи многоэтажных зданий (б)**

### Постановка задачи

Требуется решить задачу уточнения местоположения объекта, которая заключается в восстановлении ошибочных координат, возникших в результате выбросов. В качестве входных данных, для большей наглядности, будем использовать траекторию движения по прямой. В качестве основного средства решения был выбран фильтр Калмана, который успешно применяется в задачах геопозиционирования 1.

Предположим, что требуется определить координаты транспорта, который движется равноускоренно, и его координаты изменяются по определенному закону. Однако невозможно учесть все факторы, которые влияют на объект движения (ветер, ухабы и т. д.), поэтому все неизвестные величины обобщим в одну случайную величину:

$$x_{k+1} = x_k + v_k \cdot dt + \xi_k, \quad (1)$$

где  $\xi_k$  – погрешность, выраженная случайной величиной;

$x_{k+1}$  – следующая координата;

$x_k$  – текущая координата;

$v_k \cdot dt$  – расстояние, пройденное за время  $t$ , при скорости движения  $v_k$ .

С другой стороны, имеются координаты, полученные при помощи модуля определения геокоординат. Однако они так же неточны, ввиду присутствия погрешности:  $z_k = x_k + \eta_k$  (где  $z_k$  – координата, определяемая приемником координат,  $x_k$  – истинное значение координаты,  $\eta_k$  – ошибка определения координаты).

Величину ошибки модуля определения координат примем за 5.3 метра, что является усредненным значением ошибок определения координат GPS и ГЛОНАСС. Применение фильтра Калмана для решения данной задачи сводится к тому, чтобы найти наилучшее приближение к реальному значению, которое находится между неточным показанием координат, полученных с модуля их приема, и между расчетным значением, вычисленным, исходя из закона движения объекта.

### Предлагаемое решение

Задача фильтра Калмана в том, чтобы найти оптимальное значение между показанием модуля получения координат и расчетным значением, определенным согласно закону, которому подчиняется система.

Работу фильтра Калмана можно разделить на два этапа. Первый этап заключается в прогнозировании состояния, которое примет наблюдаемый объект. Второй этап заклю-

чается в уточнении состояния, которое производится по результату измерения. Данный фильтр имеет пошаговую природу, что позволяет в реальном времени определить состояние объекта, при этом сгладить выбросы координат вблизи многоэтажных зданий.

На языке программирования Java был разработан модуль восстановления геокоординат, выполняющий преобразование геокоординат в соответствии со схемой, представленной на рисунке 2. Для проведения экспериментальной работы была собрана выборка из 135 точек координат, полученных в реальных условиях. Период измерения координат составил одну секунду. Помимо значений геокоординат, также фиксировалось ускорение объекта движения.

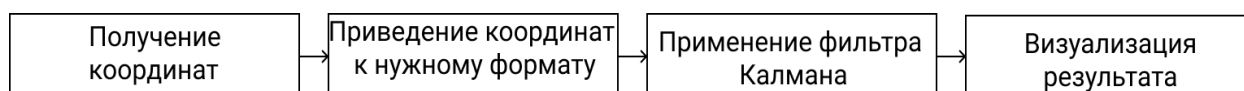


Рисунок 2 – Схема решения проблемы определения координат

Для оценки качества восстановления воспользуемся метриками MSE (Mean Squared Error) и MAPE (Mean Absolute Percentage Error):

$$MSE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n (A_t - F_t)^2; \quad (2)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right| \cdot 100, \quad (3)$$

где  $A_t$  – действительное значение;

$F_t$  – приближенное значение.

В результате вычислений получена следующая оценка метрик:  $MSE = 1,099 \cdot 10^{-6}$ ,  $MAPE = 0,00167$ , что подтверждает эффективность применения фильтра Калмана для восстановления геокоординат, полученных при движении по прямой траектории (рисунок 3).

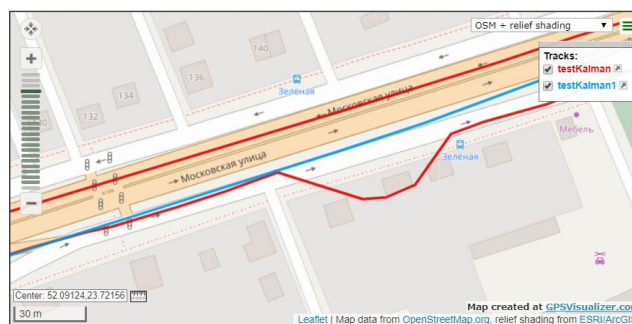


Рисунок 3 – Пример результата восстановления геокоординат

## Вывод

Таким образом, проведенное исследование показало, что фильтр Калмана решает проблему выбросов при достаточной выборке при движении по прямой траектории. В качестве направления дальнейшего продолжения исследования рассматриваются проблемы восстановления геокоординат вблизи поворотов и уточнения маршрута по более сложной траектории, для чего планируется использовать методы машинного обучения.

В настоящее время ведется работа по накоплению выборки данных для апробации этих методов.

**Список цитированных источников**

1. Хруль, С.А. Адаптивный алгоритм обработки потока навигационных данных на основе метода диагностической фильтрации / С.А. Хруль, Д. М. Соськин // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – № 5. – С. 217-222. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL. <http://cyberleninka.ru/article/n/adaptivnyy-algoritm-obrabotki-potokanavigatsionnyh-dannyh-na-osnove-metoda-diagnosticheskoy-filtratsii> – Дата доступа: 13.10.2019.
2. Testing Kalman Filter for GPS data [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://github.com/Bresiu/KalmanFilter> – Дата доступа: 15.10.2019.
3. Make an HTML Map (Google/Leaflet) from a GPS file [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.gpsvisualizer.com/> – Дата доступа: 16.10.2019.

УДК 004.2

**ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЭРГОНОМИЧНЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ  
НА УПРАВЛЕНИЕ КУРСОРОМ*****Кузьменко А. А., Маркина А. А., Рабчук А. А., Хомюк С. Г.****Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Костюк Д. А., канд. техн. наук, доцент*

Изначальный дизайн манипуляторов типа «мышь», включая как прототипы Хегох, так и абсолютное большинство моделей начала 1980-х, был четко ориентирован в первую очередь на инженерно-технические решения, а не эргономику, и по мере развития графических интерфейсов данный факт входил во все более сильное противоречие с тенденцией отказа от клавиатурного ввода в пользу указательных устройств.

Сегодня среднее время активного использования мыши превышает аналогичный параметр для клавиатуры почти в три раза [1]. Еще более важны вопросы эргономики для игровых мышей, учитывая связанные с ними периоды интенсивной эксплуатации. При использовании типичной мыши локтевая и лучевая кости руки скрещены, что создает проблемы при регулярных нагрузках.

Для нивелирования проблем, связанных с туннельным синдромом запястий, артритом и др. травмами от повторяющихся нагрузок, в конструкции ряда современных эргономичных мышей для достижения более естественного положения предусмотрен разворот кисти руки на угол, приближенный к вертикальной плоскости. Также в ряде конструкций предусмотрено ограничение движений запястья. Производители некоторых мышей предусматривают возможность регулировки формы (съёмные и/или удлиняемые опоры для запястья, опоры для большого пальца и мизинца). Подавляющее большинство эргономичных манипуляторов асимметрично, из-за чего требуется приобретать правильную модификацию изделия в зависимости от того, левая или правая рука является рабочей. Также остаются открытыми вопросы производительности работы оператора при использовании манипуляторов с перечисленными конструктивными решениями. В итоге, в сочетании с меньшими объёмами партий (а значит, более высокой отпускной ценой), это не способствуют их массовому применению.

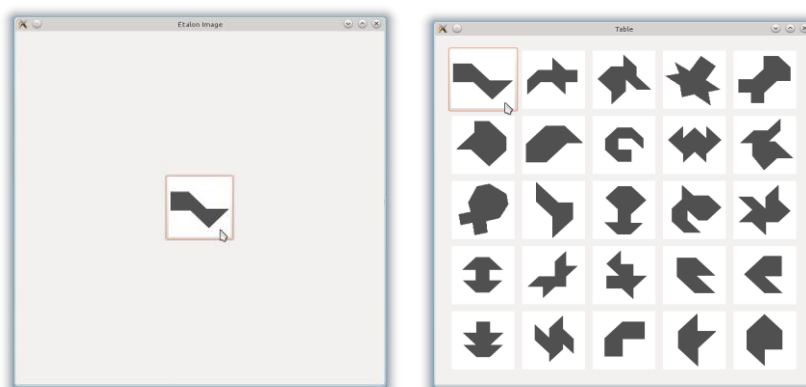
Настоящее исследование призвано оценить как субъективное восприятие пользователями эргономичных манипуляторов различной формы, так и эффективность работы оператора при выполнении типовых задач перемещения курсора.

Для исследования были отобраны четыре эргономичные мыши, представленные на рисунке 1. Как можно видеть, использовалась мышь традиционной (консервативной) конструкции, относящаяся к игровому сегменту, два вертикальных манипулятора, отличающиеся типом захвата, а также горизонтальный манипулятор, предоставляющий опоры для запястья и пальцев.



**Рисунок 1 – Использованные манипуляторы (слева направо): A4Tech Bloody Ultra Gear mouse, Anker Vertical Ergonomic Mouse, Hippius Handshoe Mouse, Anir Vertical Mouse**

Тестовое программное обеспечение для изучения особенностей управления курсором во время работы выводило на экран окна «Source» и «Destination», содержащие геометрические фигуры (рис. 2). Кнопка с фигурой в окне «Source» указывает, какую фигуру следует отыскать в матрице размером 5x5 элементов в окне «Destination». Данный этап повторялся заданное число раз со случайно выбранными фигурами и базируется на методологии исследования запоминания и распознавания фигур, выполненного Р. М. Грановской и Я. Березной [2].



**Рисунок 2 – Внешний вид окон тестового программного обеспечения**

Для изучения субъективного уровня ожиданий от работы с манипуляторами использован опросник шкалы юзабилити системы (SUS) Дж. Брука [3]. Оценка объективного уровня владения изучалась с помощью опросника по юзабилити системы (PSSUQ) [4]. Для выявления уровня удовлетворения от работы с ПП применен Microsoft Desirability Toolkit (Microsoft Reaction Card Method) [5].

В исследовании участвовало 50 студентов в возрасте 18–23 лет. В ходе эксперимента замерялось время работы, а также оценивалась с помощью биометрических измерений физическая нагрузка. В роли индикатора физической нагрузки выступала частота сердечных сокращений (ЧСС).



Сопоставление субъективного уровня ожиданий от работы с продуктом, объективного уровня владения и уровня удовлетворения от работы позволило выделить три вида выбора продукта для исследованной целевой группы (таблица 1).

Таблица 1 – Виды выбора (в процентах к количеству респондентов от всей выборки для каждой группы манипуляторов)

Манипулятор \ Вид выбора	A4Tech Ultra Gear mouse	Anker Vertical Ergonomic Mouse	Hippus Handshoe Mouse	Anir Vertical Mouse
Адекватный	54	40	28	44
Переоценивание	12	6	22	14
Недооценивание	34	54	50	42

Как можно заметить из сопоставления личных данных, при работе с Hippus Handshoe Mouse (оказавшимся наиболее продуктивным манипулятором) половина тестируемых демонстрирует выбор-недооценивание. Традиционная игровая мышь, не имеющая дополнительных упоров, показала наименьшую продуктивность – максимальную физическую нагрузку при минимальной скорости работы оператора. Заметим также, что из вертикальных манипуляторов хуже проявило себя компромиссное решение (Anker Vertical Ergonomic Mouse), сочетающее вертикальный захват с приближенным к классическому для компьютерных мышей положением ладони.

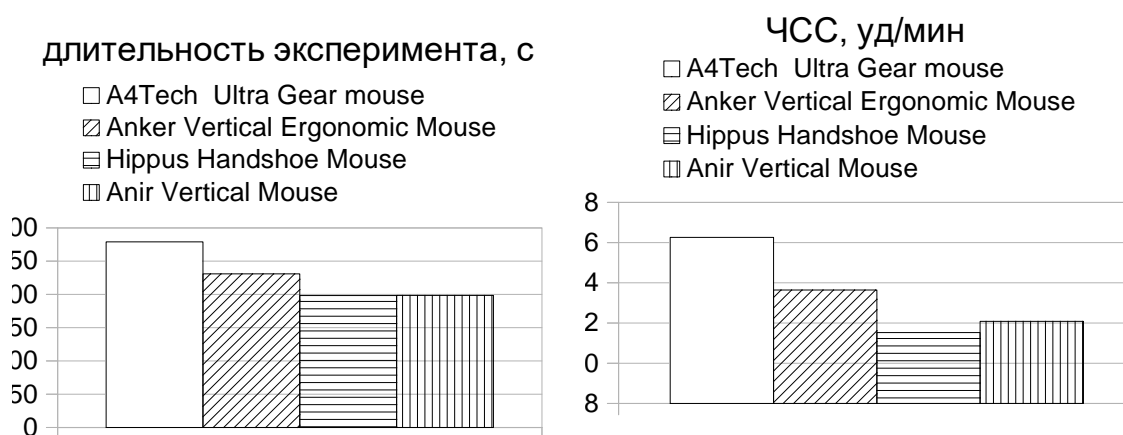


Рисунок 3 – Длительность эксперимента и средние значения ЧСС

#### Список цитированных источников

1. Odel, D. Evaluation of flat, angled, and vertical computer mice and their effects on wrist posture, pointing performance, and preference / D. Odel, P. Johnson // Work. – 2015. – Vol. 52, No. 2– P. 245–253.
2. Грановская, Р.М. Запоминание и узнавание фигур / Р.М. Грановская, И.Я. Березная. – Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1974. – 96 с.
3. Tullis, T. Measuring the User Experience Collection, Analyzing and Presenting Usability Metrics / T. Tullis, W. Albert. – Morgan Kaufmann, 2013. – 320 p.
4. Lewis, J. R. IBM computer usability satisfaction questionnaires – Psychometric evaluation and instructions for use. International Journal of Human–Computer Interaction. – 1995. – №7. – P. 57–78.
5. Lindgaard, G. What is this evasive beast we call usersatisfaction? / G. Lindgaard, C. Dudek // Interacting with computers, 2003. – Vol. 15, Iss. 3. – P. 429–452.



УДК 004.9

## АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОГО ПУТИ

*Литвинович С. С., Ковальчук А. В., Рамская Л. К.*

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь*

Логистика – это непрерывно развивающееся важнейшее звено производственной и социальной инфраструктуры Республики Беларусь. Будем рассматривать логистику как дисциплину математической логики, призванную оптимизировать движение материальных потоков во времени и в пространстве на основе экономико-математического моделирования. Признание высокой значимости математики в области логистики требует от будущих специалистов формирования навыков ведения оптимизационных расчетов и применения их результатов в профессиональной деятельности. С развитием информационных технологий и усложнением функционала программного обеспечения логистика все в большей степени требует расширения информационной среды принятия решений и автоматизации решения типовых задач [1]. Информационная и технологическая концепции предполагают глубокое вовлечение будущих специалистов в активную работу по моделированию и автоматизации бизнес-процессов логистической сферы.

Вот почему у авторов возникла идея создания приложения в электронной таблице Excel, которое упростит и автоматизирует процесс поиска оптимального пути перемещения грузов. Что позволит предприятию существенно снизить логистические издержки и максимально эффективно использовать собственные производственные ресурсы. Microsoft Excel предоставляет для этого простые в освоении и мощные в возможностях инструменты для решения прикладных задач.

Нахождение кратчайшего пути является классической задачей транспортной логистики. В рамках её решения необходимо составить оптимальный маршрут перевозки некоторой транспортно-логистической компании по территории Республики Беларусь. Данная разработка позволяет сотруднику отдела логистики автоматизировать процесс нахождения кратчайшего пути перевозки груза, то есть решает проблему доставки товара в конкретный пункт назначения с минимальными затратами.

Исходные данные отображены в виде таблицы 13 × 13, представленной на рисунке 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	
1									Пункт назначения							
2			Брест	Гродно	Барановичи	Лида	Пинск	Мозырь	Солигорск	Минск	Бобруйск	Гомель	Могилев	Орша	Витебск	
3	Брест	0	235	209	0	178	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4	Гродно	0	0	199	112	0	0	0	0	0	0	0	0	0	567	
5	Барановичи	0	0	0	112	167	0	126	147	0	0	0	0	0	0	
6	Лида	0	0	0	0	0	0	0	179	0	0	0	0	390	461	
7	Пинск	0	0	0	0	0	244	168	0	0	0	0	0	0	0	
8	Мозырь	0	0	0	0	0	0	0	0	140	135	0	0	0	0	
9	Солигорск	0	0	0	0	0	186	0	135	142	0	312	0	0	0	
10	Минск	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	199	220	0	0	
11	Бобруйск	0	0	0	0	0	0	0	0	0	158	118	0	0	0	
12	Гомель	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	176	0	0	0	
13	Могилев	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75	0	0	
14	Орша	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	82	
15	Витебск	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

**Рисунок 1 – Таблица расстояний между городами Республики Беларусь**

Задачу о нахождении кратчайшего пути удобнее всего решать в рамках теории графов [2, с. 187]. По условию необходимо попасть из Бреста в Витебск. Начальные условия данной задачи представлены в виде взвешенного ориентированного графа на рисунке 2. Каждая из дуг имеет свой вес. По условию данной задачи вес дуги – это расстояние между соответствующей парой городов Беларуси.

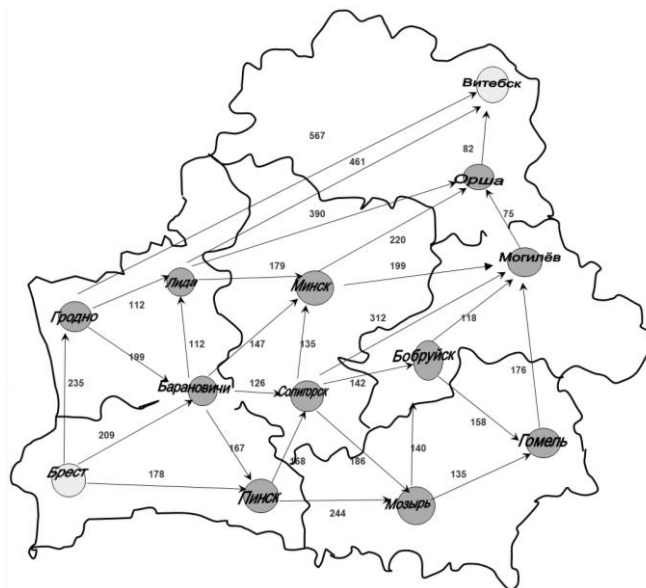


Рисунок 2 – Граф расстояний между городами Республики Беларусь

По строкам в таблице расположены города отправления, по столбцам – города назначения, а на пересечении – расстояние согласно исходной математической модели. Если же связи между городами нет, то указывается значение «0». Кратчайший путь находим, используя возможности надстройки «Поиск решения». Поскольку необходимо найти кратчайшее расстояние, то ЦФ (целевая функция) должна стремиться к минимальному значению, учитывая целый ряд ограничений, касающихся области изменяемых данных (ячейка равна нулю – машина не едет по данному маршруту, а единица означает – едет), значение ячейки, из которой машина выезжает и куда приезжает, также равно единице и т. д. Таким образом заполняются все ограничения окна «Поиск решения», представленного на рисунке 3.

В итоге, был найден оптимальный маршрут, а именно: Брест – Барановичи – Минск – Орша – Витебск, с расстоянием в 658 километров.

Оптимизировать целевую функцию:	\$D\$17
До:	<input type="radio"/> Максимум <input checked="" type="radio"/> Минимум <input type="radio"/> Значен
Изменяя ячейки переменных:	\$C\$23:\$O\$35
В соответствии с ограничениями:	$\begin{aligned} & \$P\$24:\$P\$34 = \$D\$36:\$N\$36 \\ & \$O\$36 = 1 \\ & \$C\$36:\$O\$36 \leq 1 \\ & \$C\$23:\$O\$35 = \text{бинарное} \\ & \$P\$23 = 1 \\ & \$C\$23:\$O\$35 \leq \$C\$3:\$O\$15 \\ & \$P\$23:\$P\$35 \leq 1 \end{aligned}$

Рисунок 3 – Окно «Поиска Решения»

Кроме того, в приложении предусмотрена настройка справочного листа расценок и расхода топлива, по которому с помощью комбинации функций поиска находится стоимость топлива, необходимого для осуществления грузоперевозки. При изменении цены на конкретный вид топлива в справочной таблице выполняется необходимая корректировка и стоимость маршрута автоматически пересчитывается.

Таким образом, авторы создали приложение, способное за малый промежуток времени составить оптимальный маршрут перевозки груза, тем самым значительно снизить затраты на транспортировку продукции.

Эффективность данной разработки заключается в том, что она автоматизирует процесс построения оптимального пути, тем самым сокращает её продолжительность. Данная работа, при незначительной настройке таблицы с расстояниями между конкретными населёнными пунктами, может быть успешно использована отделом логистики любой компании для снижения общих транспортных издержек. Кроме того, разработанное приложение может быть адаптировано к специфике любой компании, задачей которой является организация процесса транспортировки готовой продукции.

Внедрение в логистическую систему новейших информационных технологий и методов оптимизации логистических ресурсов позволяет предприятию улучшить эффективность управления транспортной и сбытовой деятельностью, сократить товарно-материальные запасы, снизить операционные издержки и себестоимость продукции, а также повысить степень удовлетворенности потребителей логистическим сервисом.

#### **Список цитированных источников**

1. Стерлигова, А.Н. Логистика и управление цепями поставок / А.Н. Стерлигова. – М.: Бизнес Элайнмент, 2008. – 168 с.
2. Трусов, А.Ф. Excel 2007 для менеджеров и экономистов: логистические, производственные и оптимизационные расчёты / А.Ф. Трусов. – СПб.: Питер, 2009. – 256 с.

УДК 551.50; 004.8

## **ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА В ПРОГРАММЕ DEDUCTOR**

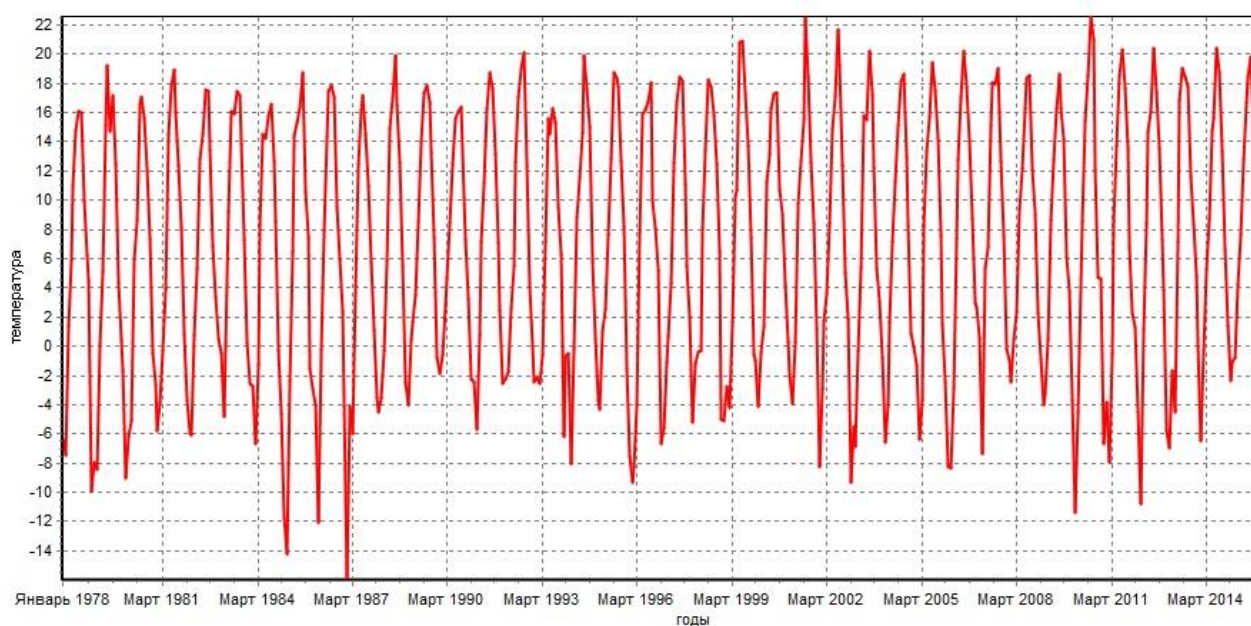
***Сидак С. В., Шикасюк Е. И.***

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь*

**Введение.** При моделировании гидрометеорологических процессов формальное описание не всегда возможно, как правило, по причине большой размерности реальных систем, зашумленности и нелинейности. Поэтому необходим поиск альтернативных методов прогноза такого рода временных рядов. Такой альтернативой традиционным методам стало прогнозирование гидрометеорологических рядов с помощью аппарата искусственных нейронных сетей (ИНС), потому что нелинейная структура ИНС позволяет строить модели, которые в достаточной точности описывают реальные процессы[1].

Цель работы – анализ возможности прогнозирования гидрометеорологических рядов с помощью аппарата искусственных нейронных сетей.

**Исходные данные.** В данной работе использованы метеорологические данные Государственного учреждения «Республиканский центр по гидрометеорологии, контролю радиоактивного загрязнения и мониторингу окружающей среды» Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь о среднемесячной температуре воздуха за период с 1978 по 2016 гг. Таким образом, общая длина временного ряда составила 468. График изменения среднемесячных температур воздуха Беларуси за рассматриваемый период представлен на рис. 1.



**Рисунок 1 – Изменение температуры воздуха в Беларуси (1978 – 2017 гг.)**

В качестве эмулятора нейронной сети использовалась программа DeductorAcademic 5.3. Для получения закономерностей временного ряда, в случае его прогнозирования, обучающая выборка может быть представлена многократным использованием в качестве входных полей одного временного ряда со смещением [2]. Для этого в программе Deductor выполнена трансформация данных к скользящему окну с глубиной погружения, равной 12.

Первый этап прогнозирования данных заключался в преобразовании временного ряда температур к таблице данных, как показано в таблице 1 ( $l=12, m=1$ ).

**Таблица 1 – Входные и выходные поля**

Вход 1	Вход 2	...	Вход l	Выход
$T_1$	$T_2$	...	$T_l$	$T_{l+m}$
$T_2$	$T_3$	...	$T_{l+1}$	$T_{l+m+1}$
...	...	...	...	...
$T_n$	$T_{n+1}$	...	$T_{l+n-1}$	$T_{l+m+n-1}$

В программе Deductor в основе обработчика «Нейросеть» лежит многослойный персептрон с двумя алгоритмами обучения – классическим BackProp и его модификацией

RProp. В данной работе использован метод Resilent Propagation (RProp) – эластичное распространение. Алгоритм использует так называемое «обучение по эпохам», когда коррекция весов происходит после предъявления сети всех примеров из обучающей выборки. Преимущество данного метода заключается в том, что он обеспечивает сходимость, а следовательно, и обучение сети в 4-5 раз быстрее, чем алгоритм обратного распространения.

Начальная конфигурация ИНС: число входов (количество входных нейронов) – 12, количество скрытых слоев – 1, число выходов – 1. В результате обучения ИНС получены значения коэффициентов детерминации и ошибок на тестовой выборке (таблица 2).

Таблица 2 – Результаты обучения ИНС

Количество нейронов в скрытом слое	Значение ошибки на тестовой выборке	Коэффициент детерминации	Количество нейронов в скрытом слое	Значение ошибки на тестовой выборке	Коэффициент детерминации
1	0,0051	0,905	6	0,0042	0,945
2	0,0049	0,928	7	0,0022	0,966
3	0,0031	0,947	8	0,0040	0,969
4	0,0040	0,946	9	0,0045	0,960
5	0,0077	0,956	10	0,0076	0,975

Для продолжения вычислительного эксперимента было взято количество искусственных нейронов, соответствующее минимальной ошибке (таблица 2) – 7, и добавлен слой с одним нейроном. Однако средние ошибки в случае использования двух слоев увеличились. Следовательно, будем считать, что оптимальная архитектура нейронной сети для решения конкретной задачи – 1 слой, 7 нейронов.

На рисунках 2 и 3 представлены графы нейросети с 12 входными нейронами, 7 нейронами в скрытом слое и прогноз температуры воздуха по этой сети на 2017-2018 гг.

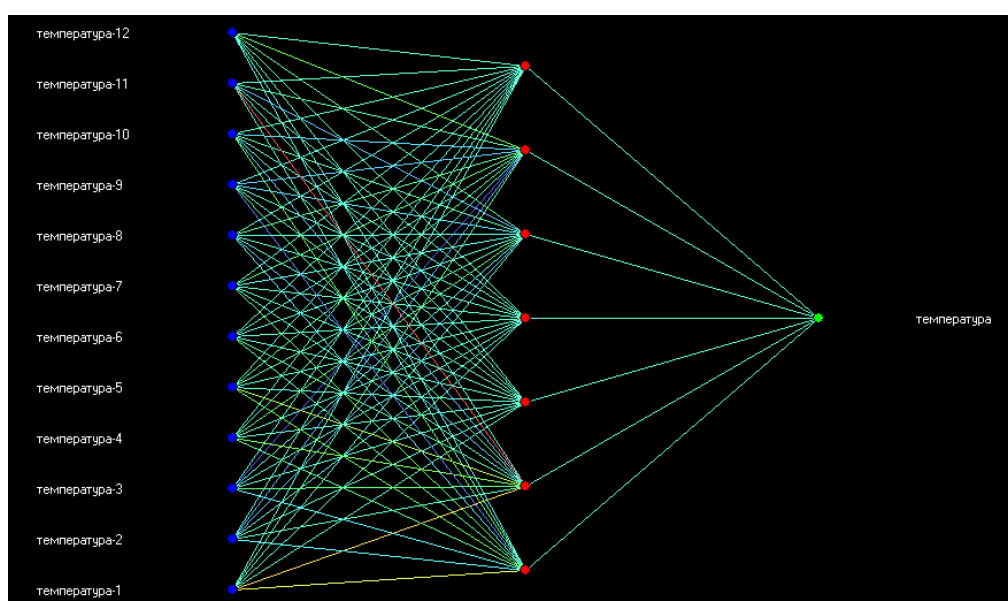
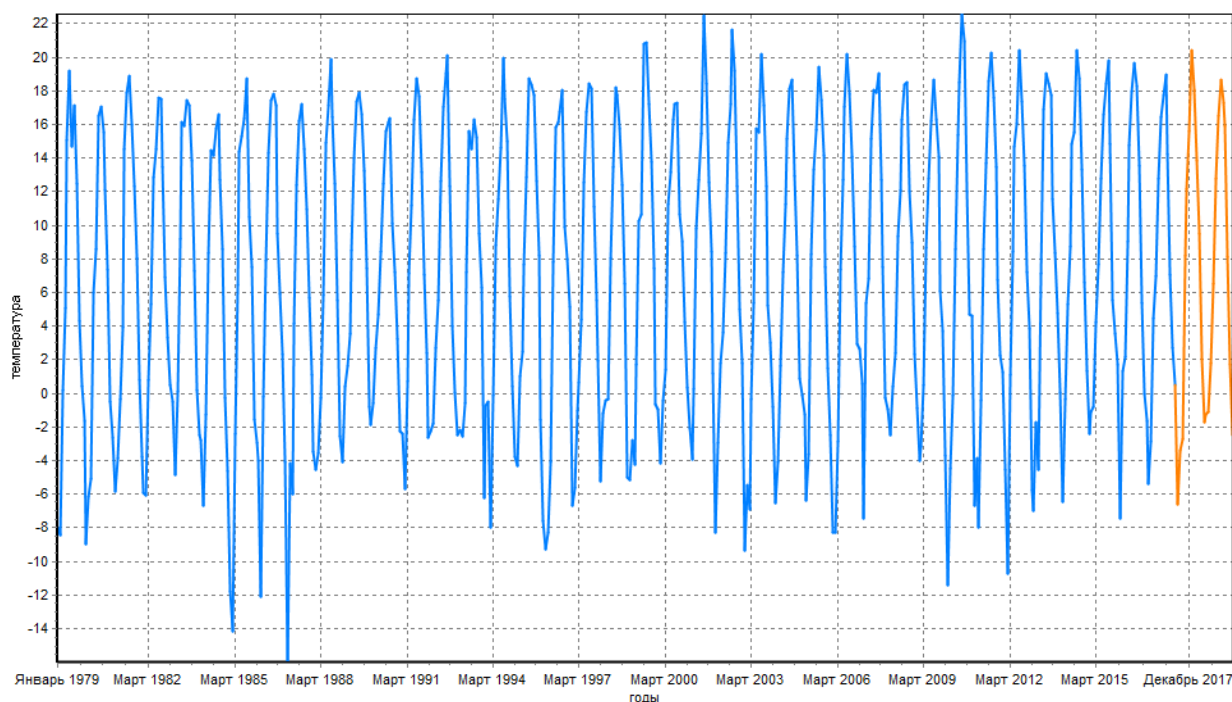


Рисунок 2 – Граф нейросети с 12 входными нейронами



**Рисунок 3 – Прогнозирование температуры воздуха на 2 года вперед**

Учитывая данные таблицы 2, можем сделать вывод о том, что программа Deductor может быть успешно применена при прогнозировании гидрометеорологических рядов данных методом искусственных нейронных сетей.

#### **Список цитированных источников**

1. Бокс, Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М.: Мир, 1974.
2. Козадаев, А.С. Прогнозирование временных рядов с помощью аппарата искусственных нейронных сетей. Краткосрочный прогноз температуры воздуха / А.С. Козадаев, А.А. Арзамасцев // Вестн. Тамб. ун-та. Сер: Естеств. и техн. науки. – Тамбов, 2006. – Т. 11, Вып. 3. С. 299-304.

УДК 681.3

## **О ПОСТРОЕНИИ СИСТЕМЫ СРЕДСТВ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ОБУЧЕНИЯ КОНСТРУИРОВАНИЮ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

**Слинко Е. В., Скарубо А. О.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Муравьев Г. Л., канд. техн. наук, доцент*

Для анализа разнообразных объектов широко используются описания систем динамического уровня. Универсальным средством их реализации служат имитационные модели, отличающиеся потенциально высокой адекватностью, точностью воспроизведения характеристик, универсальностью в экспериментах.

Формально они представляют собой наборы взаимодействующих случайных процессов, в частном случае – детерминированных. Это требует теоретических знаний и



навыков программной генерации случайных объектов и процессов с заданными вероятностными свойствами и оценки их характеристик.

Выработка указанных навыков является комплексной, трудоемкой задачей. Требуется наличие инструментов, позволяющих реализовать типовые этапы имитации процессов в ручном и автоматических режимах, отслеживать ход и результаты имитации, тестировать полученные результаты и т. п. Все указанное может быть реализовано в виде единой системы – фреймворка как набор связанных средств с возможностью многовариантного использования.

Работа является развитием комплекса средств [1]. Система обеспечивает изучение: алгоритмов программной генерации квазиравномерных чисел с использованием конгруэнтных методов (универсальный и частные квадратичный, аддитивный, композитные методы), генераторов Таусворта, Фиббоначи, Мерсенна и др.; оценку качества выборок с помощью частотных, сериальных и др. тестов, проверку гипотез о характере распределения и т. д.; изучение техник имитации случайных объектов с заданными распределениями, включая произвольные, задаваемые табличными аналогами законов распределения, интервальными рядами, выборками и т. д.; изучение алгоритмов генерации процессов, анализа их стационарности и т. д.

В основу изучения указанных процессов и построения системы положен модульный подход. Соответственно рассмотрена возможность обеспечения многовариантного применения комплекса средств (готовых функций, классов, модулей) - от применения его как набора автономных инструментов для “ручного” использования до автоматической поддержки сценариев обучения и тестирования, реализуемых в режиме “конструктора” путем коммутации соответствующей технологической цепочки из элементов системы.

Используемый теоретический аппарат: методы имитационного моделирования дискретных систем [2]; объектно-ориентированный подход, каркасное программирование, средства UML для разработки и реализации системы. Макетирование системы проведено средствами Microsoft Visual Studio.

#### **Список цитированных источников**

1. Слинко, Е.В. Электронный лабораторно-практический комплекс / Е.В. Слинко, А.О. Скарубо // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы 21 РНК студентов и аспирантов, Гомель, ГГУ им. Ф.Скорины, 19-21 марта – Гомель, 2018. - С. 298-299.

2. Кельтон, В. Имитационное моделирование. Классика CS / В. Кельтон, А. Лоу. – СПб.: Питер, 2004. – 630 с.

УДК 519.863 + 004.588

## **РАЗРАБОТКА ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИЯХ ВЕНГЕРСКИМ МЕТОДОМ**

***Ханцевич А. Э., Хомицкая Т. Г., Лизун Л. В.***

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь*

**Введение.** В реальной жизни мы часто сталкиваемся с ситуациями, когда необходимо сопоставить объекты одного типа объектам другого типа. Например, команде необходимо реализовать какой-либо проект. Проект разбивается на более

мелкие составляющие, каждая из которых требует своей реализации, отличной от других. Члены команды с разной степенью эффективности могут реализовать необходимые части проекта. Необходимо распределить каждую составляющую между всеми членами команды таким образом, чтобы выполнить проект максимально качественно. Данный тип задачи относится к задачам о назначениях [1, 2]. С целью оптимизации данного типа задач было разработано приложение, демонстрирующее работу алгоритма, предоставляя информацию об этапах и порядке выполнения решения, позволяя быстро найти решение задачи и проверить качество усвоения пользователем данного метода.

**Постановка задачи о назначениях.** Одной из фундаментальных задач оптимизации является задача о назначениях. Данный тип задач сводится к следующей формулировке:

Имеется некоторое число работ ( $A_1, A_2, \dots, A_n$ ) и некоторое число исполнителей ( $B_1, B_2, \dots, B_n$ ). Любой исполнитель может быть назначен на выполнение любой (но только одной) работы, но с *неодинаковыми* затратами. Эффективность  $i$ -го исполнителя на  $j$ -й работе определяется мерой эффективности  $c_{ij}$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, n$ . Нужно распределить работы так, чтобы выполнить работы с *минимальными* затратами.

*Примечание:* алгоритм решения задачи о назначениях предполагает *минимизацию* ее целевой функции. Если имеется задача о назначениях, целевую функцию которой нужно *максимизировать*, то перед началом решения вводят дополнительный шаг: все элементы исходной матрицы умножают на  $(-1)$ . Дальнейшее решение идентично решению задачи на минимум.

**Алгоритм решения и демонстрация работы программы.** Алгоритм состоит из предварительного этапа и не более чем  $(n-2)$  последовательно проводимых итераций, где  $n$  – размер матрицы.

Предварительный этап включает в себя поиск минимального элемента в каждом из столбцов матрицы с последующим его вычитанием. Затем аналогичное преобразование производится со строками. В результате образуется матрица, эквивалентная исходной, с неотрицательными элементами, в каждой строке и столбце которой имеется по крайней мере один нуль.

Заканчивается предварительный этап построением последовательности *независимых нулей* таким образом, что каждая строка и столбец матрицы содержат не более одного нуля, помеченного как независимый (рисунок 1).

	+	+		+		
	3	0	8	0*	0	
	0*	2	0	2	0	
	2	0*	3	3	6	
	3	0	6	4	7	
	1	0	1	3	4	

Рисунок 1 – Построение последовательности независимых нулей



Дальнейшее решение задачи сводится к проведению ряда последовательных операций, результатом которых будет увеличение числа независимых нулей на единицу (например, построение цепочки  $0^*$  и  $0'$ ) (рисунок 2).

3	2	8	$0^*$	$0'$	+
$0^*$	4	0	2	$0'$	+
$0'$	$0^*$	1	1	4	+
1	$0'$	4	2	5	+
$0'$	1	$0^*$	2	3	+

Рисунок 2 – Построение цепочки  $0^*$  и  $0'$

Задача считается решенной, когда каждая строка и столбец будут содержать  $0^*$  (рисунок 3).

3	2	8	$0^*$	0
0	4	0	2	$0^*$
$0^*$	0	1	1	4
1	$0^*$	4	2	5
0	1	$0^*$	2	3

Рисунок 3 – Результат работы программы: установка соответствия между каждой работой и её исполнителем

Затем необходимо установить соответствие между полученной матрицей и исходной. Просуммировав найденные значения, можно получить значение целевой функции и найти минимальные затраты, необходимые на выполнение всех работ (рисунок 4).

4	3	11	9	7
1	5	3	11	7
5	5	8	14	15
9	8	14	18	19
7	8	9	17	16

Рисунок 4 – Установка соответствия между полученной матрицей и исходной

В данном случае её значение равняется 38:

$$L(x) = 9 + 7 + 5 + 8 + 9 = 38.$$

**Процесс реализации приложения.** Приложение разрабатывалось на объектно-ориентированном языке программирования С#. За основу был взят шаблон разработки десктопных приложений Windows Forms, предоставляющий гибкий функционал для создания графического интерфейса приложения, а также паттерн проектирования MVC (Model-View-Controller), предполагающий разделение приложения на отдельные компоненты, такие как:

- Модель – предоставляет собой объект с некоторым набором полей для хранения текущего состояния решения задачи;
- Представление – графическая составляющая приложения. Изменяет состояние модели через контроллер;
- Контроллер – промежуточное звено, позволяющее связать модель с представлением, скрывая детали реализации алгоритма.

Выбранная структура организации приложения позволяет легко изменить (либо же полностью заменить на другие) представление/контроллер, так как модель напрямую с ними не связана.

Приложение имеет 3 режима работы. Обычный режим работы предназначен для быстрого решения искомой задачи. Режим обучения предназначен для пошагового решения задачи с объяснением пользователю каждой итерации алгоритма. Режим «контроль» предназначен для проверки, насколько хорошо пользователь усвоил данный алгоритм решения, и предполагает пошаговое решение задачи за тем исключением, что пользователю необходимо проделывать каждый шаг, а программа будет следить за правильностью его действий. Периодически появляются модальные окна с вопросами по алгоритму, на которые пользователю также необходимо ответить. По завершении данного режима предоставляется статистика, показывающая время, за которое была решена задача, а также ошибки, которые допустил пользователь.

Кроме основных функций, программа предоставляет возможность сохранить исходные данные в виде файла в выбранной директории или загрузить предварительно сохранённый файл с данными.

**Практическое применение.** Приложение можно использовать для обучения студентов по предметам «Системный анализ и исследование операций», «Дискретная математика и математическое моделирование».

#### **Список цитированных источников**

1. Иванов, Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы / Б.Н. Иванов. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 288 с.
2. Таха, Х.А. Введение в исследование операций / Х.А. Таха – М.: ИД "Вильямс", 2005. – 912 с.

## АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В МАТЕМАТИКЕ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

УДК 517.443

### FOURIER SERIES BEHAVIOR IN THE NEIGHBORHOOD OF A DISCONTINUITY

**DVORNICHENKO A., VOUCHAK K.**

*Brest state technical university, Brest, Republic of Belarus*

The fundamental theorem of Fourier series was formulated for piecewise smooth functions. According to this theorem, the series converges pointwise to the function. Possible points of discontinuity were excluded here. At these points, the series converges to the average value of the left- and right-hand limits of the function. We already noted that in a small neighborhood of a discontinuity, the series will approximate the function much slower. This had already been observed by Wilbraham in 1848, but his results fell into oblivion. In 1898 the physicist Michaelson published an article in the magazine Nature, in which he doubted the fact that 'a real discontinuity (of a function  $f$ ) can replace a sum of continuous curves' (i.e., the terms in the partial sums  $S_n(t)$ ). This is because Michaelson had constructed a machine which calculated the  $n$ th partial sum of the Fourier series of a function up to  $n = 80$ . In a small neighborhood of a discontinuity, the partial sums  $S_n(t)$  did not behave as he had expected: the sums continued to deviate and the largest deviation, the so-called *overshoot* of  $S_n(t)$  relative to  $f(t)$ , did not decrease with increasing  $n$ .

In a letter to Nature from 1899, Gibbs explained this phenomenon and showed that  $S_n(t)$  will always have an overshoot of about 9% of the magnitude of the jump at the discontinuity.

The *sine integral* is the function  $Si(x)$  defined by  $Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ .

Since  $\left| \frac{\sin t}{t} \right| \leq 1$  for all  $t \neq 0$ , the integrand is bounded and the integral well defined. The sine integral cannot be determined analytically, but there are tables containing function values. In particular one has

$$Si(\pi) = \int_0^{\pi} \frac{\sin t}{t} dt = 1,852..$$

The definition of  $Si(x)$  can also be used for negative values of  $x$ , from which it follows that  $Si(x)$  is an odd function.  $Si(x)$  converges to  $\pi/2$  for  $x \rightarrow \infty$ . Although  $Si(x)$  cannot be calculated analytically, one is able to determine its limit.

*Theorem* For the sine integral one has  $\lim_{x \rightarrow \infty} Si(x) = \int_0^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}$ .

Gibbs' phenomenon is a rather technical treatment, which does not result in any specific new insight into Fourier series. We treat Gibbs' phenomenon using the periodic block function. Since it will result in much simpler formulas, we will not start from the periodic block function, but instead from the periodic function  $f(t)$  defined on the interval  $(-T/2; T/2)$  by

$$f(t) = \begin{cases} 1/2, & \text{if } 0 < t < T/2, \\ -1/2, & \text{if } -T/2 < t < 0. \end{cases}$$

This odd function has a Fourier sine series and the partial sums  $S_n(t)$  of the Fourier series are

$$S_n(t) = \sum_{k=1}^n \frac{2}{(2k-1)\pi} \sin((2k-1)\omega_0 t).$$

Gibbs' phenomenon is clearly visible: immediately next to a discontinuity of the function  $f(t)$ , the partial sum overshoots the values of  $f(t)$ . We will now calculate the overshoot, that is, the magnitude of the maximum difference between the function and the partial sums immediately next to the discontinuity [1]. By determining the derivative of the partial sum, we can find out where the maximum difference occurs, and subsequently calculate its value. Differentiating  $S_n(t)$  gives

$$S'_n(t) = \sum_{k=1}^n \frac{2}{\pi} \omega_0 \cos((2k-1)\omega_0 t) = \sum_{k=1}^n \frac{4}{T} \cos((2k-1)\omega_0 t).$$

In order to determine the zeros of the derivative, we rewrite the last sum.

$$\cos((2k-1)\omega_0 t) = \frac{\sin 2k\omega_0 t - \sin((2k-2)\omega_0 t)}{2 \sin \omega_0 t}.$$

By substituting this into getting expression for the derivative  $S'_n(t)$  it follows that  $S'_n(t) = \frac{2 \sin 2n\omega_0 t}{T \sin \omega_0 t}$ .

The derivative is 0 if  $2n\omega_0 t = k\pi$  for  $k \in \mathbb{Z}$  and  $k \neq 0$ . We thus have extrema for  $S'_n(t)$  at  $t = \frac{k\pi}{2n\omega_0}$ . The value at the extremum can be found by substituting getting values  $t$  in  $S_n(t)$ .

This gives

$$S_n\left(\frac{\pi}{2n\omega_0}\right) = \sum_{k=1}^n \frac{2}{(2k-1)\pi} \sin\left((2k-1)\frac{\pi}{2n}\right).$$

The last sum can be rewritten as an expression which is a Riemann sum with step size  $\pi/n$  for the function  $\frac{\sin x}{x}$ :

$$S_n\left(\frac{\pi}{2n\omega_0}\right) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{n} \cdot \frac{\sin\left((2k-1)\frac{\pi}{2n}\right)}{(2k-1)\frac{\pi}{2n}}.$$

Taking the limit  $n \rightarrow \infty$ , the sums in the right-hand side converge to the integral  $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx$ . Note that for large values of  $n$  the contribution of the  $n$ th term gets smaller and smaller and will even tend to zero (since the series converges to the integral) [2]. The value of this integral was given in previous section and hence

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n\left(\frac{\pi}{2n\omega_0}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{n} \cdot \frac{\sin\left((2k-1)\frac{\pi}{2n}\right)}{(2k-1)\frac{\pi}{2n}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{1}{\pi} \cdot 1,852 = 0,589.$$

This establishes the value at the first maximum next to the jump. Since the jump has magnitude 1, the overshoot of the function value 0.5 is approximately 9% of the jump. Since the additional contribution for large values of  $n$  gets increasingly smaller, this overshoot will remain almost constant with increasing  $n$ . Furthermore we see that the value of  $t$  where the extrema is attained is getting closer and closer to the point of discontinuity.

The phenomenon occurs in a similar way for other piecewise smooth functions having points of discontinuity [3]. There is always an overshoot of the partial sums immediately to the left and to the right of the points of discontinuity, with a value approximately equal to 9% of the magnitude of the jump. As more terms are being included in the partial sums, the extrema are getting closer and closer to the point of discontinuity.

#### Список цитированных источников

1. Beerends, R.J. Fourier and Laplace Transforms / R.J. Beerends, H.G. terMorsche, J.C. van der Berg // Cambridge university press. – 2003. – 447 p.
2. Жевняк, Р.М. Высшая математика / Р.М. Жевняк, А.А. Карпук. – Минск: Выш. шк., 1996. – Ч.IV.
3. Тузик, А.И. Высшая математика. Ряды / А.И. Тузик. – Брест: Изд-во БрГТУ, 2003.

УДК 512.542

### ПРОИЗВОДНАЯ $\pi$ -ДЛИНЫ $\pi$ -РАЗРЕШИМОЙ ГРУППЫ, У КОТОРОЙ СИЛОВСКИЕ $p$ -ПОДГРУППЫ ЛИБО БИЦИКЛИЧЕСКИЕ, ЛИБО ИМЕЮТ ПОРЯДОК НЕ ВЫШЕ $p^5$

**Волк В. А.**

*Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Грицук Д. В., канд. физ.-мат. наук*

Рассматриваются только конечные группы. Все обозначения и используемые определения соответствуют [1].

Пусть  $\pi$  – некоторое множество простых чисел,  $\pi'$  – дополнение к  $\pi$ , т. е.  $\pi' = P \setminus \pi$ , где  $P$  – множество всех простых чисел.

В 2006 году В. С. Монаховым [2] было предложено понятие производной  $\pi$ -длины  $\pi$ -разрешимой группы. Пусть  $G$  –  $\pi$ -разрешимая группа. Тогда она обладает субнормальным рядом, факторы которого являются либо  $\pi'$ -группами, либо абелевыми  $\pi$ -группами. Наименьшее число абелевых  $\pi$ -факторов среди всех таких субнормальных рядов группы  $G$  называется производной  $\pi$ -длиной  $\pi$ -разрешимой группы  $G$  и обозначается через  $l_\pi^\alpha(G)$ . Если  $\pi(G) = \pi$ , то значение  $l_\pi^\alpha(G)$  совпадает со значением производной длины группы  $G$ .

Влиянию строения силовских подгрупп на производную  $\pi$ -длину конечной  $\pi$ -разрешимой группы посвящены работы Монахова В. С., Грицука Д. В., Шпырко О. А. и Трофимука А. А. В частности, в работе [3] получены оценки производной  $\pi$ -длины  $\pi$ -разрешимой группы с бициклическими силовскими  $p$ -подгруппами для всех  $p \in \pi$ . Напомним, что группа называется бициклической, если она является произведением двух циклических подгрупп.

Доказана следующая теорема

**Теорема.** Пусть  $G$  –  $\pi$ -разрешимая группа и пусть все силовские  $p$ -подгруппы либо бициклические, либо их порядок не превышает  $p^5$ , тогда если  $2 \notin \pi$ , то  $l_\pi^\alpha(G) \leq 3(1 + m)$ , где  $m$  – количество небициклических силовских  $p$ -подгрупп ( $p \in \pi$ ).

#### Список цитированных источников

1. Монахов, В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В.С. Монахов // Минск: Вышэйшая школа. – 2006. – 312 с.
2. Монахов, В.С. Конечные группы с полунормальной холловой подгруппой / В.С. Монахов // Математические заметки. – 2006. – Т. 80, № 4. – С. 573–581.
3. Грицук, Д.В. О конечных -разрешимых группах с бициклическими силовскими подгруппами / Д.В. Грицук, В.С. Монахов, О.А. Шпырко // Проблемы физики, математики и техники. – 2013. – № 1 (15). – С. 61–66.

УДК 519.6+517.983

## ОСТАНОВ ПО ПОПРАВКАМ В НЕЯВНОЙ ИТЕРАЦИОННОЙ СХЕМЕ РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

*Карват У. М.*

*Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Матусик О. В., канд. физ.-мат. наук, доцент*

**1. Постановка задачи.** В действительном гильбертовом пространстве  $H$  исследуется операторное уравнение первого рода

$$Ax = y, \quad (1)$$

где  $A$  – положительный ограниченный и несамосопряженный оператор, для которого нуль не является собственным значением, однако  $0 \in SpA$ , и, следовательно, рассматриваемая задача некорректна. Пусть  $y \in R(A)$ , т. е. при точной правой части  $y$  уравнение (1) имеет единственное решение  $x$ . Для отыскания этого решения применяется неявная итерационная схема:

$$x_{n+1} = \left( E + \alpha^2 (A^* A)^2 \right)^{-1} \left[ (E - \alpha A^* A)^2 x_n + 2\alpha A^* y \right], \quad \alpha > 0, \quad x_0 \in H. \quad (2)$$

В случае, когда правая часть  $y$  уравнения (1) известна приближённо  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ , схема (2) примет вид

$$z_{n+1} = \left( E + \alpha^2 (A^* A)^2 \right)^{-1} \left[ (E - \alpha A^* A)^2 z_n + 2\alpha A^* y_\delta \right] + \left( E + \alpha^2 (A^* A)^2 \right)^{-1} (E - \alpha A^* A)^2 u_n, \quad z_0 \in H, \quad \alpha > 0, \quad (3)$$

где  $u_n$  – ошибки в вычислении итераций, причём  $\|u_n\| \leq \beta$ . Обозначим

$C = \left( E + \alpha^2 (A^* A)^2 \right)^{-1} (E - \alpha A^* A)^2$ ,  $B = \left( E + \alpha^2 (A^* A)^2 \right)^{-1} 2\alpha A^*$ . Тогда метод (3) запишется в виде  $z_{n+1} = Cz_n + By_\delta + Cu_n$ .

**2. Останов по поправкам.** Определим момент  $m$  останова итерационного процесса (3) условием [1-2]

$$\|z_n - z_{n+1}\| > \varepsilon, \quad (n < m), \quad \|z_m - z_{m+1}\| \leq \varepsilon, \quad (4)$$

где  $\varepsilon$  – заданное до начала вычислений положительное число (уровень останова). Справедливы

**Лемма 1.** Пусть приближение  $w_n$  определяется равенствами

$$w_0 = z_0, \quad w_{n+1} = Cw_n + By + Cu_n, \quad n \geq 0.$$

Тогда верно неравенство  $\sum_{k=0}^n \|w_k - w_{k+1} + Cu_k\|^2 \leq \|w_0 - x\|^2 + \sum_{k=0}^{n-1} \|Cu_k\|^2$ .

**Лемма 2.** При любом  $w_0 \in H$  и любой последовательности ошибок  $\{u_n\}$ , удовлетворяющих условию  $\|u_n\| \leq \beta$ , выполняется неравенство

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|w_n - w_{n+1}\| \leq 2\|C\|\beta.$$

**Теорема.** Пусть уровень останова  $\varepsilon = \varepsilon(\delta, \beta)$  выбирается как функция от уровней  $\delta$  и  $\beta$  норм погрешностей  $y - y_\delta$  и  $u_n$ . Тогда выполняются следующие утверждения:

а) если  $\varepsilon(\delta, \beta) > 2\|C\|\beta$ , то момент останова  $m$  определён при любом начальном приближении  $z_0 \in H$  и любых  $y_\delta$  и  $u_n$ , удовлетворяющих условиям  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ ,  $\|u_n\| \leq \beta$ ;

б) если  $\varepsilon(\delta, \beta) > \|B\|\delta + 2\|C\|\beta$ , то справедлива оценка

$$m \leq \frac{\|z_0 - x\|^2}{(\varepsilon - \|B\|\delta)(\varepsilon - \|B\|\delta - 2\|C\|\beta)}$$

в) если, кроме того,  $\varepsilon(\delta, \beta) \rightarrow 0$ ,  $\delta, \beta \rightarrow 0$ , и  $\varepsilon(\delta, \beta) \geq d(\|B\|\delta + \|C\|\beta^p)$ ,  $d > 1$ ,  $p \in (0, 1)$ , тогда метод (3) с правилом останова (4) сходится, т. е.

$$\lim_{\delta, \beta \rightarrow 0} \|z_m - x\| = 0.$$

#### Список цитированных источников

1. Емелин, И. В. Правило останова в итерационных процедурах решения некорректных задач / И. В. Емелин, М. А. Красносельский // Автоматика и телемеханика. – 1978. – № 12. – С. 59–63.
2. Матысик, О. В. Итерационная регуляризация некорректных уравнений первого рода / О. В. Матысик // Тр. Нижегород. гос. техн. ун-та им. Р.Е. Алексеева. – 2015. – № 4 (111). – С. 52–61.

УДК 512.542

## О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА МИНИМАЛЬНЫЕ ПОДГРУППЫ

**Климчук М. С.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Монахов В. С., доктор физ.-мат. наук, профессор*

Рассматриваются только конечные группы.

Конечная группа – это группа, содержащая конечное число элементов, называемых её «порядком».

Минимальной подгруппой группы называется подгруппа простого порядка. Многие авторы исследовали структуру группы  $G$  в предположении, что все её минимальные подгруппы «хорошо расположены» в группе.

Ито доказал, что если  $G$  – группа нечетного порядка и все её минимальные подгруппы лежат в центре группы  $G$ , то  $G$  нильпотентна. Продолжением результата Ито является следующее утверждение: если для нечетного простого числа  $p$  каждая подгруппа группы  $G$  порядка  $p$  лежит в центре группы  $G$ , то группа  $G$   $p$ -нильпотентна. Если все элементы группы  $G$  порядков 2 и 4 лежат в центре группы  $G$ , то группа  $G$  2-нильпотентна.

Бакли [1] доказал, что если  $G$  – группа нечетного порядка и все её минимальные подгруппы нормальны в  $G$ , то  $G$  сверхразрешима. Напомним, что подгруппа  $H$  группы  $G$  называется  $S$ -квазинормальной в  $G$ , если  $H$  перестановочна с каждой силовской подгруппой группы  $G$ . Позднее Шаалан [2] доказал, что если  $G$  – группа и каждая её подгруппа простого порядка или порядка 4  $S$ -квазинормальна в  $G$ , то  $G$  сверхразрешима.

В работе [3] было приведено следующее понятие.

**Определение.** Подгруппа  $A$  группы  $G$  называется  $t$ сс-подгруппой в  $G$ , если она удовлетворяет следующим условиям:



- 1) в  $G$  существует подгруппа  $T$  такая, что  $G = AT$ ;
- 2) для любых  $X \leq A$  и  $Y \leq T$  существует элемент  $u \in \langle X, Y \rangle$  такой, что  $XY^u \leq G$ .

**Теорема.** Пусть  $G$  – группа. Если все ее минимальные подгруппы являются тсс-подгруппами в  $G$ , то  $G$  разрешима.

#### Список цитированных источников

1. Buckley, J. Finite Groups whose Minimal Subgroups are normal / J. Buckley // *Mathematische Zeitschrift*. – 1970. – Vol. 116. iss. 1. – P. 15–17.
2. Shaalan, A. The influence of  $\pi$ -quasinormality of some subgroups on the structure of a finite group / A. Shaalan // *Acta Mathematica Hungarica*. – 1990. – Vol. 56. iss. 3–4. – P. 287–293.
3. Трофимук, А.А. О сверхразрешимости факторизуемой группы с добавляемо-перестановочными сомножителями / А.А. Трофимук // *Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы, приложения и проблемы истории: материалы XVII Междунар. конф., посвящ. столетию со дня рождения профессора Н. И. Фельдмана и девяностолетию со дня рождения профессоров А. И. Виноградова, А. В. Малышева и Б. Ф. Скубенко*. – Тула: Тул. гос. пед. ун-т им. Л. Н. Толстого, 2019. – С. 43–45.

УДК 330.4

## ПРИМЕНЕНИЕ ТЕСТА ДАРБИНА-УОТСОНА К ОБНАРУЖЕНИЮ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ ОСТАТКОВ

**Ковальчук А. В.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь*  
*Научный руководитель: Золотухина Л. С.*

Задача анализа динамических рядов состоит в том, чтобы с помощью детерминированной компоненты предсказывать прогнозное значение ряда динамики, а с помощью случайной компоненты – величину возможного отклонения и вероятность такого отклонения. При построении эконометрической модели для экономических факторов наблюдается недостаток углубленного исследования в области приемов проверки адекватности полученной модели. Многообразие аспектов изучения экономических систем обуславливает необходимость формулирования большого числа локально-конкретизированных задач, поэтому трудно подобрать единый типовой путь их решения, однако достаточно хорошо разработанный аппарат экономико-математического моделирования позволяет успешно подобрать алгоритм, подходящий для поставленной цели.

Применение традиционных методов корреляционно-регрессионного анализа при изучении динамических рядов может привести к ряду серьезных проблем, возникающих на этапах построения, анализа и прогнозирования эконометрических моделей. Такое явление, как автокорреляция затрудняет применение метода наименьших квадратов, что приводит к ошибкам прогнозирования при использовании полученной регрессионной модели. Коэффициенты регрессии остаются несмещенными, но становятся неэффективными, и их стандартные ошибки оцениваются неправильно.

*Автокорреляция* — это взаимосвязь последовательных элементов временного или пространственного ряда данных. В эконометрических исследованиях часто возникают и

такие ситуации, когда дисперсия остатков постоянная, но наблюдается их ковариация. Это явление называют *автокорреляцией остатков*. При применении методов корреляционно-регрессионного анализа, автокорреляция должна быть исключена из каждого анализируемого ряда динамики. Однако прежде чем устранять автокорреляцию, ее необходимо обнаружить.

При изучении особенностей прогнозирования с учетом автокорреляции остатков наиболее известным критерием обнаружения автокорреляции остатков первого уровня

является критерий **Дарбина-Уотсона**. 
$$d = \frac{\sum_{i=1}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_t^2}$$

Каждый временной ряд содержит в себе четыре основные компоненты: тенденцию, сезонность, цикличность и случайную компоненту. Свойства коэффициентов регрессии существенным образом зависят от свойств случайного члена. И для того, чтобы регрессионный анализ давал наилучший результат, случайный член должен удовлетворять четырем условиям Гаусса-Маркова. Одно из условий, а именно третье, говорит о том, что наблюдаемые значения случайных отклонений должны быть независимы друг от друга. Если данное условие не выполняется, то имеет место автокорреляция остатков.

Алгоритм выявления автокорреляции остатков на основе теста Дарбина-Уотсона следующий. Выдвигаются гипотезы:  $H_0$  – в остатках нет автокорреляции,  $H_1$  – в остатках есть положительная автокорреляция,  $H_2$  – в остатках есть отрицательная автокорреляция. Далее по таблице определяются критические значения теста Дарбина-Уотсона  $d_1$  и  $d_2$  для заданного количества уровней ряда  $n$ , числа независимых переменных модели регрессии  $m$  и уровня значимости  $\alpha$ .

Полученное значение  $d$  сравнивается с критическими значениями  $d_1$  и  $d_2$ . При этом возможны следующие ситуации:

1. Если  $0 < d < d_1$ , то есть положительная автокорреляция остатков;
2. Если  $d_1 < d < d_2$  или  $(4-d_2) < d < (4-d_1)$ , то это указывает на неопределенность ситуации;
3. Если  $d_2 < d < (4-d_2)$ , то автокорреляция остатков отсутствует;
4. Если  $(4-d_1) < d < 4$ , то есть отрицательная автокорреляция остатков.

#### Анализ теста Дарбина-Уотсона

Есть положительная автокорреляция остатков. $H_0$ отклоняется. $H_1$ принимается.	Зона неопреде- ленности	Автокорреляци я остатков отсутствует. Нет оснований отклонять гипотезу $H_0$	Зона неопреде- ленности	Есть отрицательная автокорреляция остатков. $H_0$ отклоняется. $H_2$ принимается.	
0	$d_1$	$d_2$	$4-d_2$	$4-d_1$	4

При неопределенности ситуации рассчитывается коэффициент автокорреляции остатков первого уровня:

$$r_{(1)} = \frac{\sum_{t=2}^n e_t \cdot e_{t-1}}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

Автокорреляция отсутствует, если коэффициент не превышает по модулю критическое значение, если же он превышает критическое значение, то делается вывод о наличии автокорреляции в остатках: положительной, если  $r > 0$  и отрицательной, если  $r < 0$ .

На примере данных о численности населения Республики Беларусь за 2005-2019 гг. найдем значение критерия Дарбина-Уотсона.

Для этого строим расчетную таблицу 1, в которой вычисляем все значения, необходимые для нахождения уравнения линии тренда методом наименьших квадратов. Решив систему уравнений, получаем параметры линейного тренда  $a_1$  и  $a_0$ .

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t_i = \sum y_i, \\ a_0 \sum t_i + a_1 \sum t_i^2 = \sum y_i t_i. \end{cases} \begin{cases} 15a_0 = 142791,7, \\ 280a_1 = -3213,0. \end{cases}$$

$$y_t = a_0 + a_1 t$$

$$y_t = -11,154t + 9519,447 \text{ - уравнение линии тренда.}$$

Таблица 1 – Расчетная таблица

Год	Всего, тыс.чел. $y_t$	$t_i$	$t \cdot y_i$	$t^2$
2005	9697,5	-7	-67882,5	49
2006	9630,4	-6	-57782,4	36
2007	9579,5	-5	-47897,5	25
2008	9542,4	-4	-38169,6	16
2009	9513,6	-3	-28540,8	9
2010	9500,0	-2	-19000,0	4
2011	9481,2	-1	-9481,2	1
2012	9465,2	0	0,0	0
2013	9463,8	1	9463,8	1
2014	9468,1	2	18936,2	4
2015	9481,0	3	28443,0	9
2016	9498,0	4	37992,0	16
2017	9505,0	5	47525,0	25
2018	9491,0	6	56946,0	36
2019	9475,0	7	66325,0	49
$\Sigma$	142791,7	0	-3123,0	280

Используя уравнение линии тренда, рассчитываем теоретические значения уровней ряда и находим остатки, а также вычисляем все необходимые для дальнейших расчетов данные.

Таблица 2 – Расчетная таблица

Год	Всего, тыс.чел. $y_t$	$y_t^*$	$e_t = y_t - y_t^*$	$e_{t-1}$	$e^2$	$(e_t - e_{t-1})^2$	$e_{t-1} \cdot e_t$
2005	9697,5	9597,5	99,98		9995,00		
2006	9630,4	9586,4	44,03	99,98	1938,55	3130,51	4402,02
2007	9579,5	9575,2	4,28	44,03	18,34	1579,82	188,58
2008	9542,4	9564,1	-21,66	4,28	469,29	673,04	-92,72
2009	9513,6	9552,9	-39,31	-21,66	1545,20	311,49	851,43
2010	9500,0	9541,8	-41,76	-39,31	1743,48	5,98	1641,39
2011	9481,2	9530,6	-49,40	-41,76	2440,46	58,38	2062,99
2012	9465,2	9519,4	-54,25	-49,4	2942,74	23,49	2679,80
2013	9463,8	9508,3	-44,49	-54,25	1979,63	95,20	2413,75
2014	9468,1	9497,1	-29,04	-44,49	843,26	238,73	1291,95
2015	9481,0	9486,0	-4,99	-29,04	24,85	578,64	144,76
2016	9498,0	9474,8	23,17	-4,99	536,80	792,93	-115,61
2017	9505,0	9463,7	41,32	23,17	1707,59	329,53	957,45
2018	9491,0	9452,5	38,48	41,32	1480,48	8,08	1589,87
2019	9475,0	9441,4	33,63	38,48	1131,04	23,51	1294,12
$\Sigma$	142791,7			-33,64	28796,71	7849,35	19309,78

Возвращаясь к нашему примеру, подставляем данные из таблицы 2 в формулу и находим значение критерия Дарбина-Уотсона.

$$d = \frac{7849,35}{28796,71} = 0,2726.$$

Далее по таблице находим критические значения критерия Дарбина-Уотсона для  $n=15$  и  $k=1$  при уровне значимости  $\alpha=0,05$ :  $d_1 = 1,08$  и  $d_2 = 1,36$ , и на основе этого составляем шкалу для нашего примера.

### Анализ полученных результатов

Есть положительная автокорреляция остатков. Н <sub>0</sub> отклоняется. Н <sub>1</sub> принимается. <b>d = 0,2726</b>	Зона неопреде- ленности	Автокорреляци я остатков отсутствует. Нет оснований отклонять гипотезу Н <sub>0</sub>	Зона неопреде- ленности	Есть отрицательная автокорреляция остатков. Н <sub>0</sub> отклоняется. Н <sub>1</sub> принимается.	
0	1,08	1,36	2,64	2,92	4

Таким образом, с вероятностью 95% можно говорить о наличии положительной автокорреляции остатков.

Обнаружение автокорреляции позволяет определить структуру временного ряда, выявить наличие тенденции либо циклических колебаний, а также понять, насколько уровни ряда определяются действием случайной компоненты. Автокорреляцию в рядах динамики можно установить, коррелируя не сами уровни, а так называемые остаточные величины. Самым распространенным методом является тест Дарбина-Уотсона. Он позволяет определить наличие либо отсутствие автокорреляции остатков модели регрессии. Однако этот критерий применим только для выявления автокорреляции первого уровня остатков, и он дает достоверные результаты для больших выборок.

**Список цитированных источников**

1. Эконометрика и экономико-математические методы и модели: учеб. пособие / Г. О. Читая [и др.] ; под ред. Г. О. Читая, С.Ф. Миксюк. – Минск : БГЭУ, 2018. – 511 с.
2. Выявление автокорреляции в динамических рядах / А.В. Ковальчук, Л.С. Золотухина // Математические и физические методы исследования: научный и методический аспекты.: сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 25-26 апр. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина; под общ. ред. Н.Н. Сендера. – Брест: БрГУ, 2019. – С. 65-68.

УДК 519.6+517.983

**АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ В МЕТОДЕ ИТЕРАЦИЙ НЕЯВНОГО ТИПА РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**Саващук Т. А.**

*Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Матысик О. В., канд. физ.-мат. наук, доцент*

В гильбертовом пространстве  $H$  решается линейное уравнение

$$Ax = y, \tag{1}$$

где  $A$  – ограниченный положительный самосопряженный оператор. Предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора  $A$ , но не является его собственным значением [1].

Будем искать решение уравнения (1), используя неявную схему метода итераций, которая при приближенной правой части уравнения (1)  $y_\delta, \|y - y_\delta\| \leq \delta$  имеет вид

$$(E + \alpha A^2)x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} + \alpha Ay_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0. \tag{2}$$

Изучим сходимость метода (2) в энергетической норме гильбертова пространства  $\|x\|_A = \sqrt{(Ax, x)}$ , где  $x \in H$ . При этом, как обычно, число итераций  $n$  нужно выбирать в зависимости от уровня погрешности  $\delta$ . Полагаем  $x_{0,\delta} = 0$  и рассмотрим разность  $x - x_{n,\delta} = (x - x_n) + (x_n - x_{n,\delta})$ . С помощью интегрального представления самосопряжённого оператора  $A$  получим

$$\|x - x_n\|_A^2 = \int_0^M \lambda \frac{1}{(1 + \alpha\lambda^2)^{2n}} d(E_\lambda x, x) \quad \text{и}$$

$$\|x_n - x_{n,\delta}\|_A^2 = \int_0^M \lambda^{-1} \left[ 1 - \frac{1}{(1 + \alpha\lambda^2)^n} \right]^2 d(E_\lambda (y - y_\delta), y - y_\delta), \quad \text{где } M = \|A\|. \quad \text{Оценив}$$

подынтегральные функции, получим при условии  $\alpha > 0$  оценку погрешности для неявного итерационного метода (2) в энергетической норме

$$\|x - x_{n,\delta}\|_A \leq (8n\alpha)^{-1/4} \|x\| + 2^{1/2} (n\alpha)^{1/4} \delta, \quad n \geq 1. \quad \text{Следовательно, если в процессе (2) вы-}$$

бирать число итераций  $n = n(\delta)$ , зависящим от  $\delta$  так, чтобы  $n^{1/4}\delta \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ , то получим метод, обеспечивающий сходимость к точному решению в энергетической норме. Итак, справедлива

**Теорема.** При условии  $\alpha > 0$  итерационный метод (2) сходится в энергетической норме гильбертова пространства, если число итераций  $n$  выбирать из условия  $n^{1/4}\delta \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ . Для метода итераций (2) справедлива оценка погрешности  $\|x - x_{n,\delta}\|_A \leq (8n\alpha)^{-1/4} \|x\| + 2^{1/2} (n\alpha)^{1/4} \delta$ ,  $n \geq 1$ .

Для минимизации оценки погрешности вычислим ее правую часть в точке, в которой производная от нее равна нулю; в результате получим  $\|x - x_{n,\delta}\|_A^{\text{опт}} \leq 2^{7/8} \delta^{1/2} \|x\|^{1/2}$  и  $n_{\text{опт}} = 2^{-5/2} \alpha^{-1} \delta^{-2} \|x\|^2$ .

Отметим тот факт, что для сходимости метода (2) в энергетической норме достаточно выбирать число итераций  $n = n(\delta)$  так, чтобы  $n^{1/4}\delta \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ . Однако  $n_{\text{опт}} = O(\delta^{-2})$ , т. е.  $n_{\text{опт}}$  относительно  $\delta$  имеет порядок  $\delta^{-2}$ , и такой порядок обеспечивает сходимость метода (2).

Таким образом, использование энергетической нормы позволило получить априорную оценку погрешности для метода (2) и априорный момент останова  $n_{\text{опт}}$  без дополнительного требования истокообразной представимости точного решения, что делает метод (2) эффективным и тогда, когда нет сведений об истокопредставимости точного решения  $x$  уравнения (1).

#### Список цитированных источников

1. Савчук, В. Ф. Регуляризация операторных уравнений в гильбертовом пространстве / В. Ф. Савчук, О. В. Матысик. – Брест: Брест. гос. ун-т. – 2008. – 196 с.

УДК 512.622.28

## О РАЗРЕШИМОСТИ В РАДИКАЛАХ ОДНОГО КЛАССА АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

**Чернявский М. М., Жгиров В. С.**

*Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, г. Витебск, Беларусь*  
Научный руководитель: Трубников Ю. В., доктор физ.-мат. наук, профессор

Исследование задач о представимости алгебраических полиномов различных степеней в виде суперпозиции двух других полиномов насчитывает почти полувековую историю. В настоящее время известно несколько общих алгоритмов для проверки данной представимости [1]. Наличие суперпозиции полинома позволяет упростить поиск его корней в символьном виде и может выступать критерием разрешимости алгебраического уравнения в радикалах, а также давать более удобные алгоритмы для вычисления

его корней [2]. Тем не менее, на практике зачастую необходимы конкретные условия проверки, является ли исследуемый полином суперпозицией двух других полиномов с заданными свойствами.

В настоящей работе установлены и доказаны необходимые и достаточные условия представимости полинома комплексного аргумента восьмой степени вида

$$P_8(z) = z^8 + c_1z^7 + c_2z^6 + c_3z^5 + c_4z^4 + c_5z^3 + c_6z^2 + c_7z + c_8 \quad (1)$$

в виде суперпозиции

$$P_8(z) = T[Q(x)], \quad (2)$$

где

$$T(z) = z^4 - z^2 + \frac{1}{8}, \quad Q(z) = z^2 + a_1z + a_2. \quad (3)$$

Отметим, что полином  $T(z) = \frac{1}{8}T_4(z)$ , где  $T_4(z)$  – полином Чебышева первого рода четвертой степени [3, с. 116].

**Т е о р е м а.** Необходимыми и достаточными условиями представления полинома (1) в виде суперпозиции (2) являются равенства

$$\begin{aligned} c_3 &= -c_1(7c_1^2 - 24c_2) / 32; \\ c_4 &= -\frac{7}{512}c_1^4 - \frac{3}{32}c_1^2c_2 + \frac{3}{8}c_2^2 - 1; \\ c_5 &= c_1(21c_1^4 - 128c_1^2c_2 + 192c_2^2 - 512) / 1024; \\ c_6 &= \frac{9}{1024}c_1^4c_2 - \frac{3}{64}c_1^2c_2^2 + \frac{1}{8}c_1^2 + \frac{1}{16}c_2^3 - \frac{1}{2}c_2 \quad (4) \\ c_7 &= -c_1(3c_1^2 - 8c_2)(9c_1^4 - 48c_1^2c_2 + 64c_2^2 - 512) / 32768; \\ c_8 &= \frac{1}{8} + \frac{81}{1048576}c_1^8 - \frac{27}{32768}c_1^6c_2 + \frac{27}{8192}c_1^4c_2^2 - \\ &\quad - \frac{3}{512}c_1^2c_2^3 + \frac{1}{256}c_2^4 - \frac{9}{1024}c_1^4 + \frac{3}{64}c_1^2c_2 - \frac{1}{16}c_2^2, \end{aligned}$$

выражающие связь между коэффициентами полинома  $P_8(z)$ , при этом  $a_1 = \frac{c_1}{4}$ ,

$$a_2 = -\frac{3c_1^2}{32} + \frac{c_2}{4}.$$

**Доказательство.** Правая часть равенства (2) имеет вид

$$\begin{aligned} T[Q(x)] &= z^8 + 4a_1z^7 + 2(3a_1^2 + 2a_2)z^6 + 4a_1(a_1^2 + 3a_2)z^5 + (a_1^4 + 12a_1^2a_2 + 6a_2^2 - \\ &\quad - 1)z^4 + 2a_1(2a_1^2a_2 + 6a_2^2 - 1)z^3 + ((6a_2^2 - 1)a_1^2 + 4a_2^3 - 2a_2)z^2 + 2a_1(2a_2^3 - a_2)z + \\ &\quad + 1/8 + a_2^4 - a_2^2. \quad (5) \end{aligned}$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $z$  полинома (1) и правой части равенства (5), получим систему уравнений (6):

$$\begin{aligned}
 4a_1 &= c_1; \\
 2(3a_1^2 + 2a_2) &= c_2; \\
 4a_1(a_1^2 + 3a_2) &= c_3; \\
 a_1^4 + 12a_1^2a_2 + 6a_2^2 - 1 &= c_4; \\
 2a_1(2a_1^2a_2 + 6a_2^2 - 1) &= c_5; \\
 (6a_2^2 - 1)a_1^2 + 4a_2^3 - 2a_2 &= c_6; \\
 2a_1(2a_2^3 - a_2) &= c_7; \\
 1/8 + a_2^4 - a_2^2 &= c_8.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Выражая  $a_1 = c_1 / 4$  из первого уравнения данной системы и подставляя его во второе уравнение, находим  $a_2 = -3c_1^2 / 32 + c_2 / 4$ . Подставляем данные значения в оставшиеся уравнения системы и получаем в точности выражения из системы (5), которые являются необходимыми условиями представления полинома (1) в виде суперпозиции (2).

Для доказательства достаточности условий теоремы необходимо все значения коэффициентов  $c_j$  ( $j=1, \dots, 8$ ) подставить в исходный полином (1) и получим тождество

$$P_8(z) \equiv (z^2 + a_1z + a_2)^4 - (z^2 + a_1z + a_2)^2 + \frac{1}{8}.$$

Стоит отметить, что корни полиномов Чебышева всегда известны и имеют удобное представление в радикалах, поэтому и корни суперпозиционного полинома (2) также несложным образом выражаются в радикалах и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 z_1 &= -\frac{a_1}{2} + \frac{\sqrt{a_1^2 + 2\sqrt{2 + \sqrt{2}} - 4a_2}}{2}; & z_2 &= -\frac{a_1}{2} - \frac{\sqrt{a_1^2 + 2\sqrt{2 + \sqrt{2}} - 4a_2}}{2}; \\
 z_3 &= -\frac{a_1}{2} + \frac{\sqrt{a_1^2 - 2\sqrt{2 + \sqrt{2}} - 4a_2}}{2}; & z_4 &= -\frac{a_1}{2} - \frac{\sqrt{a_1^2 - 2\sqrt{2 + \sqrt{2}} - 4a_2}}{2}; \\
 z_5 &= -\frac{a_1}{2} + \frac{\sqrt{a_1^2 + 2\sqrt{2 - \sqrt{2}} - 4a_2}}{2}; & z_6 &= -\frac{a_1}{2} - \frac{\sqrt{a_1^2 + 2\sqrt{2 - \sqrt{2}} - 4a_2}}{2}; \\
 z_7 &= -\frac{a_1}{2} + \frac{\sqrt{a_1^2 - 2\sqrt{2 - \sqrt{2}} - 4a_2}}{2}; & z_8 &= -\frac{a_1}{2} - \frac{\sqrt{a_1^2 - 2\sqrt{2 - \sqrt{2}} - 4a_2}}{2}
 \end{aligned}$$

#### Список цитированных источников

1. Перминова, М.Ю. Алгоритм декомпозиции полиномов, основанный на разбиениях / М.Ю. Перминова, В.В. Кручинин, Д.В. Кручинин // Доклады ТУСУРа. – 2015. – № 4(38). – С. 102–107.
2. Астапов, И.С. Алгоритмы символьного решения алгебраических уравнений / И.С. Астапов, Н.С. Астапов // Программная инженерия. – 2017. – Т. 8, № 9. – С. 422–432.
3. Прасолов, В.В. Многочлены / В.В. Прасолов. – 4-е изд., испр. – М.: МЦНМО, 2014. – 336 с.



УДК 512.542

**ПРОИЗВОДНАЯ  $\pi$ -ДЛИНА  $\pi$ -РАЗРЕШИМОЙ ГРУППЫ  
С БИПРИМАРНОЙ  $\pi$ -ХОЛЛОВОЙ ПОДГРУППОЙ,  
ПОРЯДОК КОТОРОЙ СВОБОДЕН ОТ ПЯТЫХ СТЕПЕНЕЙ**

**Шагун Д. С.**

*Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Грицук Д. В., канд. физ.-мат. наук*

Рассматриваются только конечные группы. Все обозначения и используемые определения соответствуют [1].

Группа  $G$  называется  $\pi$ -разрешимой, если она обладает субнормальным рядом.

$$1 = G_0 \subseteq G_1 \subseteq G_2 \subseteq \dots \subseteq G_m = G, \quad (1)$$

факторы которого являются либо  $\pi$ -группами, либо  $\pi'$ -группами. Каждая  $\pi$ -разрешимая группа обладает субнормальным рядом (1), факторы которого являются либо  $\pi$ -группами, либо абелевыми  $\pi$ -группами. Наименьшее число абелевых  $\pi$ -факторов, среди всех таких субнормальных рядов (1) группы  $G$  называется производной  $\pi$ -длиной  $\pi$ -разрешимой группы и обозначается через  $l_\pi^a(G)$ . Данное понятие предложил в 2006 году В. С. Монахов [2].

Оценкам производной  $\pi$ -длины конечной  $\pi$ -разрешимой группы в зависимости от строения  $\pi$ -холловой подгруппы посвящены работы Монахова В. С., Грицука Д. В., Шпырко О. А. и Трофимука А. А. В частности, в работе [2] получены оценки производной  $\pi$ -длины  $\pi$ -разрешимой группы,  $\pi$ -холлова подгруппа которой является абелевой или метабелевой.

Напомним, что число  $n$  свободно от  $m$ -х степеней, если  $p^m$  не делит  $n$  для всех простых  $p$ . В частности, при  $m=2$  говорят, что  $n$  свободно от квадратов, при  $m=3$  – свободно от кубов.

**Теорема.** Пусть  $G$  –  $\pi$ -разрешимая группа с бипримарной  $\pi$ -холловой подгруппой, порядок которой свободен от пятых степеней. Тогда  $l_\pi^a(G) \leq 6$ .

**Список цитированных источников**

1. Монахов, В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В.С. Монахов // Минск: Вышэйшая школа. – 2006. – 312 с.
2. Монахов, В.С. Конечные группы с полунормальной холловой подгруппой / В.С. Монахов // Математические заметки. – 2006. – Т. 80, № 4. – Р. 573–581.
3. Грицук, Д.В. О производной  $\pi$ -длине  $\pi$ -разрешимой группы / Д.В. Грицук, В.С. Монахов, О.А. Шпырко // Вестник БГУ. Сер. 1. – 2012. – № 3. – С. 90–95.

УДК 519.6+517.983

## ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ В НЕЯВНОЙ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЕ РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Шлойда К. С.***Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест, Беларусь  
Научный руководитель: Матысик О. В., канд. физ.-мат. наук, доцент*

Для решения уравнения  $Ax = y$  с положительным ограниченным самосопряжённым оператором  $A$ , для которого нуль является точкой спектра, предлагается использовать неявный итерационный метод

$$(E + \alpha A)x_{n+1} = (E - \alpha A)x_n + 2\alpha y, x_0 = 0. \quad (1)$$

Он является аналогом метода второго порядка  $y_{m+1} - y_m = \frac{h}{2} (y'_{m+1} + y'_m)$  для обыкновенного дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$  [1]. В случае приближённой правой части  $y_\delta : \|y - y_\delta\| \leq \delta$ , метод (1) примет вид

$$(E + \alpha A)x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A)x_{n,\delta} + 2\alpha y_\delta, x_{0,\delta} = 0. \quad (2)$$

Справедливы

Теорема 1. *Итерационный процесс (1) при условии  $\alpha > 0$  сходится.*Теорема 2. *Если выбирать число итераций  $n$  в зависимости от уровня погрешности  $\delta$  так, чтобы  $n\delta \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ , то при условии  $\alpha > 0$  итерационный процесс (2) сходится.*Теорема 3. *Если решение уравнения  $Ax = y$  истокопредставимо ( $x = A^s z$ ,  $s > 0$ ), то при условии  $\alpha > 0$  для метода итераций (2) справедлива оценка погрешности*

$$\|x - x_{n,\delta}\| \leq \max \left\{ s^s (4n\alpha)^{-s}, M^s \left( \frac{\alpha M - 1}{\alpha M + 1} \right)^n \right\} \|z\| + 2n\alpha\delta. \quad (3)$$

Очевидно, при  $n \rightarrow \infty$  величина  $M^s \left( \frac{\alpha M - 1}{\alpha M + 1} \right)^n$ , убывающая как геометрическаяпрогрессия, станет меньше величины  $s^s (4n\alpha)^{-s}$ , убывающей как  $\frac{1}{n^s}$ . Следовательно,для достаточно больших  $n$  в оценке (3) будет фигурировать величина  $s^s (4n\alpha)^{-s} \|z\|$ .Рассмотрим погрешность метода (2) при счёте с округлением. Пусть  $x_{n,\delta}$  – точное значение, получаемое по формуле (2), а  $z_n$  – значение с учётом вычислительной погрешности, т. е.

$$z_{n+1} = (E + \alpha A)^{-1} [(E - \alpha A)z_n + 2\alpha y_\delta] + \alpha \gamma_n, z_0 = 0. \quad (4)$$

Обозначим  $\varepsilon_n = z_n - x_{n,\delta}$  и вычтем из (4) равенство (2), получим  $\varepsilon_{n+1} = (E + \alpha A)^{-1}(E - \alpha A)\varepsilon_n + \alpha\gamma_n$ ,  $\varepsilon_0 = 0$ . Так как нулевые приближения равны ну-

лю, то  $\gamma_0 = 0$ . По индукции получаем  $\varepsilon_n = \sum_{k=0}^{n-1} (E + \alpha A)^{-(n-1-k)} (E - \alpha A)^{n-1-k} \alpha\gamma_k$ .

В силу  $\alpha > 0$  и принадлежности нуля спектру оператора  $A$   $\|(E + \alpha A)^{-1}(E - \alpha A)\| \leq 1$ , поэтому  $\|\varepsilon_n\| \leq n\alpha\gamma$ ,  $\gamma = \sup_k |\gamma_k|$ .

Таким образом, с учётом вычислительной погрешности для метода (2) справедлива следующая оценка

$$\|x - z_n\| \leq \|x - x_{n,\delta}\| + \|x_{n,\delta} - z_n\| \leq \max \left\{ s^s (4n\alpha)^{-s}, M^s \left( \frac{\alpha M - 1}{\alpha M + 1} \right)^n \right\} \|z\| + 2n\alpha\delta + n\alpha\gamma.$$

**Список цитированных источников**

1. Крылов, В. И. Вычислительные методы высшей математики: учеб. пособие : в 2 т. / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырский. – Минск : Вышэйш. шк., 1975. – Т. 2. – 672 с.

УДК 519.6+517.983

**РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ  
В СЛУЧАЕ АПОСТЕРИОРНОГО ВЫБОРА ЧИСЛА ИТЕРАЦИЙ**

**Шостакович И. О.,**

*Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест, Беларусь*

*Научный руководитель: Матысик О. В., канд. физ.-мат. наук, доцент*

В гильбертовом пространстве  $H$  решается уравнение I рода  $Ax = y$  с положительным ограниченным самосопряжённым оператором  $A$ , для которого нуль не является собственным значением, но  $0 \in Sp A$  (поэтому рассматриваемая задача некорректна). Используется явный итерационный метод

$$x_n = (E - \alpha A)^2 x_{n-1} + 2\alpha y - \alpha^2 Ay, \quad x_0 = 0, \tag{1}$$

Предполагая существование единственного точного решения  $x$  уравнения  $Ax = y$  при точной правой части  $y$ , ищем его приближение  $x_{n,\delta}$  при приближённой правой части  $y_\delta$ ,  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ . В этом случае метод примет вид

$$x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A)^2 x_{n,\delta} + 2\alpha y_\delta - \alpha^2 Ay_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0. \tag{2}$$

Здесь  $0 < \alpha \leq \frac{5}{4\|A\|}$ . В случае, когда неизвестна истокпредставимость точного решения, т. е. что  $x = A^s z$ ,  $s > 0$ , метод (2) можно сделать эффективным, если восполь-

зоваться правилом останова по невязке [1-2]: зададим уровень останова  $\varepsilon > 0$  и момент  $m$  останова итерационного метода определим условиями

$$\|Ax_{n,\delta} - y_\delta\| > \varepsilon, (n < m), \|Ax_{m,\delta} - y_\delta\| \leq \varepsilon, \varepsilon = b\delta, b > 1. \quad (3)$$

Покажем возможность применения правила (3) к методу (2). Справедливы

**Лемма 1.** Пусть  $A = A^* \geq 0, \|A\| \leq M$ . Тогда для  $\forall w \in H$  выполняется  $(E - Ag_n(A))w \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ .

**Лемма 2.** Пусть  $A = A^* \geq 0, \|A\| \leq M$ . Тогда  $\forall v \in \overline{R(A)}$  имеет место соотношение  $n^s \|A^s (E - Ag_n(A))v\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty, 0 \leq s < \infty$ .

**Лемма 3.** Пусть  $A = A^* \geq 0, \|A\| \leq M$ . Если для некоторого  $n_k < \bar{n} = \text{const}$  и  $v_0 \in \overline{R(A)}$  при  $k \rightarrow \infty$  имеем  $\omega_k = A(E - Ag_{n_k}(A))v_0 \rightarrow 0$ , то  $v_k = (E - Ag_{n_k}(A))v_0 \rightarrow 0$ .

Имеют место

**Теорема 1.** Пусть  $A = A^* \geq 0, \|A\| \leq M$  и пусть момент останова  $m = m(\delta)$  в методе (2) выбирается по правилу (3). Тогда  $x_{m,\delta} \rightarrow x$  при  $\delta \rightarrow 0$ .

**Теорема 2.** Пусть выполнены условия теоремы 1 и пусть  $x = A^s z, s > 0$ , тогда

справедливы оценки  $m(\delta) \leq 1 + \frac{s+1}{2\alpha e} \left[ \frac{\|z\|}{(b-1)\delta} \right]^{\frac{1}{s+1}}$ ,

$$\|x_{m(\delta),\delta} - x\| \leq [(b+1)\delta]^{\frac{s}{s+1}} \|z\|^{\frac{1}{s+1}} + 2\alpha \left\{ 1 + \frac{s+1}{2\alpha e} \left[ \frac{\|z\|}{(b-1)\delta} \right]^{\frac{1}{s+1}} \right\} \delta. \quad (4)$$

**Замечание 1.** Порядок оценки (4) есть  $O\left(\delta^{\frac{s}{s+1}}\right)$ , и он оптимален в классе задач с

истокорпредставимыми решениями [1].

**Замечание 2.** Используемое в формулировке теоремы 2 предположение, что порядок истокорпредставимости точного решения равен  $s > 0$ , не требуется на практике, так как при останове по невязке автоматически делается число итераций, нужное для получения оптимального по порядку приближенного решения. Но даже если истокорпредставимость точного решения отсутствует, останов по невязке (4), как показывает теорема 1, обеспечивает сходимость метода, т. е. его регуляризующие свойства.

#### Список цитированных источников

1. Вайникко, Г. М. Итерационные процедуры в некорректных задачах / Г. М. Вайникко, А. Ю. Веретенников. – М.: Наука, 1986. – 178 с.
2. Матысик, О.В. Итерационная регуляризация некорректных задач / О.В. Матысик. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 188 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ.  
СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ РОБОТОТЕХНИКИ

<b>Аваков С. М., Воронов А. А., Ганченко В. В., Дудкин А. А., Инютин А. В., Марушко Е. Е., Дедков А. И., Шоломицкий В. Г.</b> Программное обеспечение комплекса управления оборудованием контроля критических размеров на базе систем машинного зрения.....	3
<b>Байко С. Л. (Научн. рук. Крапивин Ю. Б., канд. техн. наук)</b> Нейросетевой метод автоматической идентификации языка текста .....	4
<b>Банза П. К. (Научн. рук. Комраков В. В., канд. техн. наук, доцент)</b> Робототехнический комплекс для проведения трибологических испытаний .....	7
<b>Ганченко В. В., Дудкин А. А.</b> Сверточные сети для классификации состояния сельскохозяйственных полей .....	10
<b>Гладкий И. И., Будяков В. В., Чикалов Б. И., Юхимук Т. Ю.</b> <b>(Научн. рук. Махнист Л. П., канд. техн. наук, доцент)</b> О скорости сходимости и выборе шага обучения искусственных нейронных сетей прямого распространения .....	11
<b>Давидюк Ю. И. (Научн. рук. Кочурко П. А., канд. техн. наук, доцент)</b> Решение задач оптимизации с применением Эволюционного программирования .....	14
<b>Данилович Е. С. (Научн. рук. Штепа В. Н., канд. техн. наук, доцент)</b> Направления использования робототехнических систем в агропромышленном комплексе .....	17
<b>Клевец В. Э., Банза П. К. (Научн. рук. Комраков В. В., канд. техн. наук, доцент)</b> 5D-координатный фрезерный модуль для многофункционального устройства «MultiCube».....	20
<b>Коваленко А. М. (Научн. рук. Шейников А. А., канд. техн. наук, доцент)</b> Применение нейронных сетей в бортовых навигационных системах беспилотных летательных аппаратов .....	22
<b>Козловский Д. В. (Научн. рук. Шамукова Н. В., канд. физ.-мат. наук, доцент)</b> Применение математического моделирования для оптимизации действий при чрезвычайных ситуациях .....	25
<b>Корсун Д. А. (Научн. рук. Шейников А. А., канд. техн. наук, доцент)</b> Диагностика вращающихся частей авиационных двигателей с использованием нейронных сетей и данных объективного контроля .....	27
<b>Ляхович Д. И. (Научн. рук. Шамукова Н. В., канд. физ.-мат. наук, доцент)</b> Применение задачи сетевого планирования в принятии управленческого решения при чрезвычайных ситуациях .....	30
<b>Перцев Д. Ю. (Научн. рук. Дудкин А. А., д-р техн. наук, профессор)</b> Система сжатия гиперспектральных данных .....	32

<b>Прицелюк Н. С. (Научн. рук. Крапивин Ю. Б., канд. техн. наук)</b> Метод шинглирования в задаче поиска документов, похожих на данный .....	35
<b>Хацкевич М. В. (Научн. рук. Головки В. А., д-р техн. наук, профессор)</b> Методы построения глубоких нейронных сетей для распознавания образов .....	36
<b>Цалко И. Н. (Научн. рук. Курочка К. С., канд. техн. наук, доцент)</b> Сравнительный анализ топологий нейронных сетей глубокого обучения для решения задач классификации изображений конфокальной микроскопии щитовидной и паращитовидной желез.....	40

### АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

<b>Гребенко В. А., Здитовецкая Д. А. (Научн. рук. Кочурко П. А., канд. техн. наук, доцент)</b> Проект ИАС "Контролёр-кассир пункта общественного питания" с использованием компьютерного зрения .....	43
<b>Гузиков И. Ю. (Научн. рук. Одинец Д. Н., канд. техн. наук, доцент)</b> Исследование псевдослучайного доступа к радиозэфире конкурирующих устройств .....	45
<b>Кондратюк В. О., Старикевич М. О. (Научн. рук. Веремейчик А. И., канд. физ.-мат. наук, доцент)</b> Моделирование процесса поверхностного плазменного азотирования ножа куттера в ANSYS.....	47
<b>Лопухов А. В.</b> Анализ и моделирование сложных динамических систем автоматического регулирования .....	50
<b>Мотузко Д. А. (Научн. рук. Серый А. И., канд. физ.-мат. наук, доцент)</b> Моделирование поляризованной по спине электронно-нуклонной среды в приближении крайнего вырождения.....	53
<b>Петров А. В. (Научн. рук. Фролов И. И., канд. техн. наук, доцент)</b> Автоматизация комплексных операций инженерных САЕ-систем .....	55
<b>Сулим А. П. (Научн. рук. Серый А. И., канд. физ.-мат. наук, доцент)</b> Моделирование поляризованной по спине электронно-нуклонной среды в приближении крайнего вырождения.....	58

### ЭЛЕКТРОННЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУЧНЫХ И ПРИКЛАДНЫХ РАЗРАБОТКАХ

<b>Rakhlei Vitalii (Supervisor Lebed Svetlana, Ph.D., Assistant Professor)</b> The Mathematics of Sudoku.....	60
<b>Абрамук А. И. (Научн. рук. Муравьев Г. Л., канд. техн. наук, доцент)</b> Опыт повышения эффективности сайтов с учетом особенностей их применения .....	62
<b>Бабух А. И., Бавченков А. Г. (Научн. рук. Костюк Д. А., канд. техн. наук, доцент)</b> Клеточный автомат для моделирования затопления улично-дорожной сети .....	63
<b>Бубнов Я. В. (Научн. рук. Иванов Н. Н., канд. физ.-мат. наук, доцент)</b> Фильтрация DNS запросов с помощью динамических зон с политикой ответов в открытых компьютерных сетях.....	66
<b>Дубицкий А. В., Матюшин Б. Н., Маркина А. А. (Научн. рук. Костюк Д. А., канд. техн. наук, доцент)</b> Отход от реляционной модели в современных систем управления базами данных.....	68

**Ковалюк П.А. (Науч. рук. Кузьмицкий Н.Н., канд. техн. наук)**  
Применение фильтра Калмана в задаче восстановления геокоординат ..... 71

**Кузьменко А. А., Маркина А. А., Рабчук А. А., Хомюк С. Г.**  
(Научн. рук. Костюк Д. А., канд. техн. наук, доцент)  
Оценка влияния эргономичных манипуляторов на управление курсором ..... 74

**Литвинович С. С., Ковальчук А. В., Рамская Л. К.**  
Автоматизация процесса поиска оптимального пути ..... 77

**Сидак С. В., Шикасюк Е. И.**  
Прогнозирование температуры воздуха в программе Deductor ..... 79

**Слинко Е. В., Скарубо А. О. (Научн. рук. Муравьев Г. Л., канд. техн. наук, доцент)**  
О построении системы средств для целей обучения конструированию динамических моделей ..... 82

**Ханцевич А. Э., Хомицкая Т. Г., Лизун Л. В.**  
Разработка приложения для решения задачи о назначениях венгерским методом ..... 83

#### АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В МАТЕМАТИКЕ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

**Dvornichenko A., Vouchak K.**  
Fourier series behavior in the neighborhood of a discontinuity ..... 87

**Волк В. А. (Научн. рук. Грицук Д. В., канд. физ.-мат. наук)**  
Производная  $\pi$ -длины  $\pi$ -разрешимой группы, у которой силовские  
 $p$ -подгруппы либо бициклические, либо имеют порядок не выше  $p^5$  ..... 89

**Карват У. М. (Научн. рук. Матысик О. В., канд. физ.-мат. наук, доцент)**  
Останов по поправкам в неявной итерационной схеме решения операторных уравнений ..... 90

**Климчук М. С. (Научн. рук. Монахов В. С., д-р физ.-мат. наук, профессор)**  
О конечных группах с ограничениями на минимальные подгруппы ..... 92

**Ковальчук А.В. (Науч. рук. Золотухина Л.С.)**  
Применение теста Дарбина-Уотсона к обнаружению автокорреляции остатков ..... 93

**Саващук Т. А. (Научн. рук. Матысик О. В., канд. физ.-мат. наук, доцент)**  
Априорные оценки погрешности в методе итераций неявного типа решения некорректных уравнений ..... 97

**Чернявский М. М., Жгиров В. С. (Научн. рук. Трубников Ю. В., д-р физ.-мат. наук, профессор)**  
О разрешимости в радикалах одного класса алгебраических уравнений ..... 98

**Шагун Д. С. (Научн. рук. Грицук Д. В., канд. физ.-мат. наук)**  
Производная  $\pi$ -длина  $\pi$ -разрешимой группы с бипримарной  $\pi$ -холловой подгруппой,  
порядок которой свободен от 5-х степеней ..... 101

**Шлойда К. С. (Науч. рук. Матысик О. В., канд. физ.-мат. наук, доцент)**  
Оценки погрешности в неявной итерационной процедуре решения операторных уравнений ..... 102

**Шостакович И. О. (Научн. рук. Матысик О. В., канд. физ.-мат. наук, доцент)**  
Регуляризация некорректных задач в случае апостериорного выбора числа итераций ..... 103

Научное издание

# СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Сборник материалов  
XI Республиканской научной конференции  
молодых учёных и студентов

*21–22 ноября 2019 года*

Ответственный за выпуск: Махнист Л.П.  
Редактор: Боровикова Е.А.  
Компьютерная вёрстка: Соколюк А.П.  
Корректор: Никитчик Е.В.

ISBN 978-985-493-476-1



Издательство БрГТУ.  
Свидетельство о государственной регистрации  
издателя, изготовителя, распространителя  
печатных изданий № 1/235 от 24.03.2014 г.,  
№ 3/1569 от 16.10.2017 г.  
Подписано в печать 11.11.2019 г. Формат 60x84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Бумага «Performer». Гарнитура «Arial Narrow».  
Усл. печ. л. 6,27. Уч. изд. л. 6,75.  
Заказ № 1518. Тираж 40 экз.  
Отпечатано на ризографе Учреждения  
образования «Брестский государственный  
технический университет».  
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.