МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра автоматизации технологических процессов и производств

Теория автоматического управления технологическими системами. Методические указания и контрольные задания

для студентов специальности 36 01 01 «Технология машиностроения»

Брест 2002

УДК 62-52(075)

В курсе «Теория автоматического управления технологическими системами» изучаются основные понятия и математический аппарат анализа линейных систем автоматического управления (САУ). Контрольные задания включают вопросы по

а) методам преобразования структурных схем;

б) анализу устойчивости алгебраическими и частотными методами;

в) построению логарифмической амплитудной (ЛАХ) и фазовой (ЛФХ) частотных характеристик;

г) построению переходной характеристики САУ по вещественной частотной характеристике.

Все вопросы объединяются заданием на исследование характеристик САУ, заданной структурной схемой с конкретными значениями коэффициентов и постоянных времени.

Составитель: Ярошевич А.В., доцент, к.т.н.

Одобрено кафедрой АТПиП « 6 » июля 2002 г.
Протокол № 9 .

Рецензент: С.В. Мезга, главный энергетик УП «Брестоблтелеком».

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.

ТАУ технологическими системами относится к числу специализированных технических дисциплин, позволяющих описывать, анализировать и проектировать современные системы управления в машиностроении. Изучение дисциплины в первую очередь преследует цель дать знания конкретных методик и приемов анализа систем автоматического управления. Эти специальные методики ТАУ имеют существенные преимущества перед универсальными методами составления и анализа решений дифференциальных уравнений, описывающих САУ. Во-первых, эти методики значительно проще в понимании и использовании. Во-вторых, они дают возможность определять требования к звеньям САУ для обеспечения заданных технических характеристик. Наряду с достаточной строгостью определений и приемов анализа ТАУ дает практический инструмент для инженерного творчества.

Не менее важна другая, мировоззренческая сторона изучения ТАУ. Принципы отрицательной обратной связи и управление по отклонению являются основными понятиями теории управления и технической кибернетики. Управленческая деятельность специалиста с высшим образованием требует знания этих положений, которые хорошо понимаются через конкретные технические знания ТАУ.

Руководствуясь важнейшим принципом обучения – от простого к сложному – изучение ТАУ начинается с методов анализа линейных систем, которые создают понятийную базу для изучения дискретных, нелинейных и стохастических САУ. Изложение материала по разделам контрольного задания ведется по схеме: основные положения и определения –алгоритм расчета. Недостающие звенья в определении терминов и понятий и детали расчетных схем следует искать в литературе из приведенного списка, в лекциях и примерах из практических занятий. Номограммы и таблицы, необходимые для выполнения заданий, приведены в приложениях.

Литература

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М., Наука, 1972 г.
2. Теория автоматического управления. Под редакцией Воронова А.А. ч.1. Теория линейных систем автоматического управления. М., Высшая школа, 1977 г.
3. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Кн.1. Под редакцией Солодовникова В.В. М., Машиностроение, 1967 г.
4. Васильев Д.В., Чуич В.Г. Системы автоматического управления. М., Высшая школа, 1967 г.
5. Фатеев А.В., Вавилов А.А. Расчет автоматических систем. М., высшая школа, 1973 г.
6. Математические основы теории автоматического регулирования. Под редакцией Чемоданова Б.К. М., Высшая школа, 1971 г.
7. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления. Под редакцией Бесекерского В.А. М., Наука, 1969 г.
8. Задачник по теории автоматического управления. Под редакцией Шаталова А.С. М., Энергия, 1971 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМАМ КУРСА

1. Передаточные функции звеньев и систем автоматического управления.

Звено САУ. Передаточная функция звена. Последовательное, параллельное включение звеньев, элемент сравнения, обратная связь. Управляющее воздействие, возмущение. Передаточные функции разомкнутой и замкнутой системы.

Методические указания.

Физический или логический блок в структуре САУ называют элементарным звеном. Основной характеристикой элементарного звена в ТАУ является передаточная функция (ПФ). Передаточная функция определяется как отношение преобразования Лапласа двух временных функций: сигнала на выходе звена к сигналу на входе звена.

Пусть $y_i(t)$ – сигнал на выходе, $Y_i(p)=L\{y_i(t)\}$ – преобразование Лапласа выходного сигнала; $x_i(t)$ – сигнал на входе, $X_i(p)=L\{x_i(t)\}$ – преобразование Лапласа входного сигнала. Тогда передаточная функция звена

$$W_i(P) = \frac{Y_i(p)}{X_i(p)}. \qquad (1.1)$$

При последовательном соединении звеньев передаточная функция эквивалентного звена получается умножением передаточных функций.

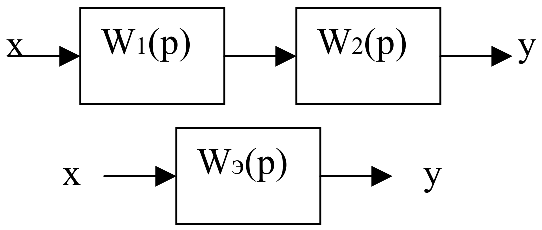
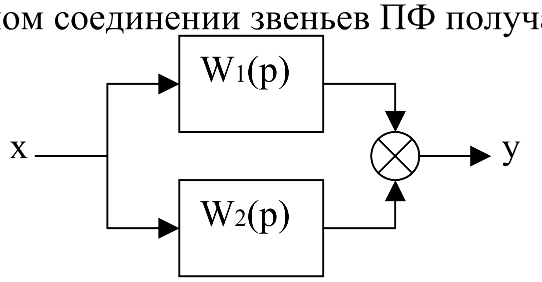


Рис. 1.1.

$$W_э(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \qquad (1.2)$$

При параллельном соединении звеньев ПФ получается сложением



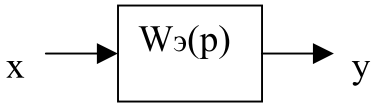
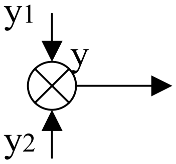
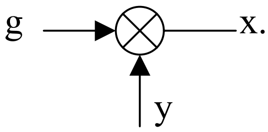


Рис.1.2.

$$W_э(p) = W_1(p) + W_2(p)$$

Символом 

обозначен элемент сравнения. В таком обозначении элемент сравнения суммирует сигналы $y = y_1 + y_2$.

Для обозначения элемента сравнения с вычитанием сигнала используется символ 

В этом случае $x = g – y$.

Передаточная функция звена или системы, охваченной отрицательной обратной связью

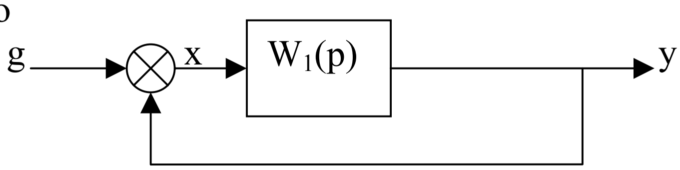
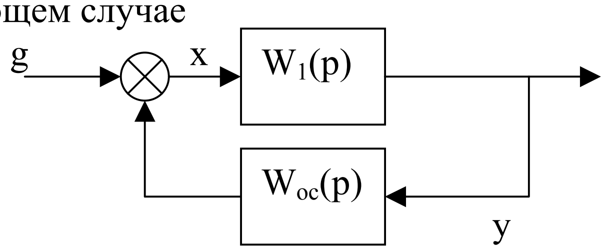


Рис.1.3.

$$\text{где } W_1(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}. \qquad (1.4)$$

$$W_э(p) = \frac{W_1(p)}{1+W_1(p)}. \qquad (1.5)$$

В более общем случае



где W_1 – ПФ прямой цепи, $W_{ос}$ – ПФ обратной связи.

Рис.1.4.

Эквивалентная ПФ

$$W_э(p) = \frac{W_1(p)}{1+W_1(p)W_{ос}(p)}. \qquad (1.6)$$

Обобщенная структурная схема одноконтурной САУ может быть представлена следующим образом

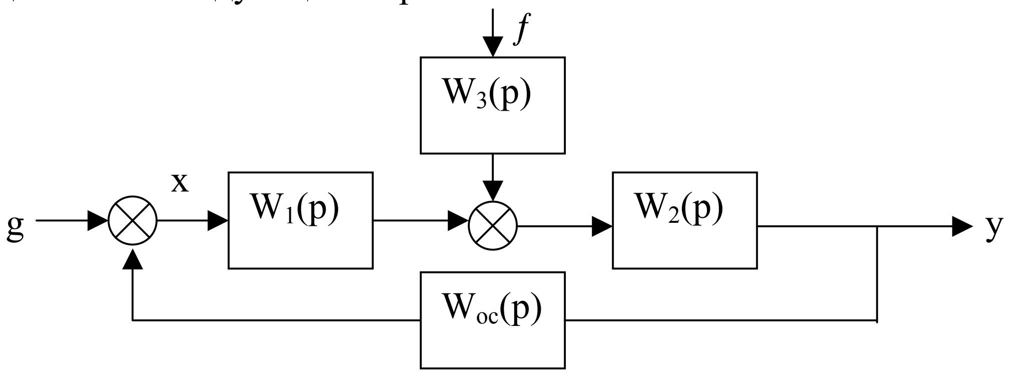


Рис.1.5.

где g – управляющее воздействие,
y – выходная величина,
f – возмущающее воздействие,
x – рассогласование.

Передаточная функция системы по управляющему воздействию формируется в предположении, что возмущение отсутствует, т.е. $f = 0$. Структурная схема в этом случае имеет вид

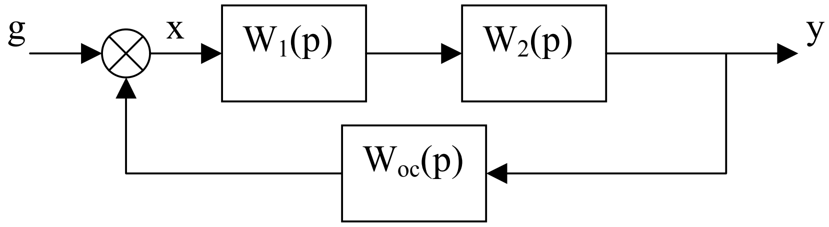


Рис.1.6.

Передаточная функция разомкнутой системы

$$W(p) = W_1(p)W_2(p) \cdot W_{oc}(p). \qquad (1.7)$$

Передаточная функция замкнутой системы по управляющему воздействию

$$Wg(p) = \frac{W_1(p) \cdot W_2(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_{oc}(p)}. \qquad (1.8)$$

Передаточная функция системы по возмущающему воздействию формируется в предложении, что управляющий сигнал $g = 0$. Структурная схема в этом случае имеет вид

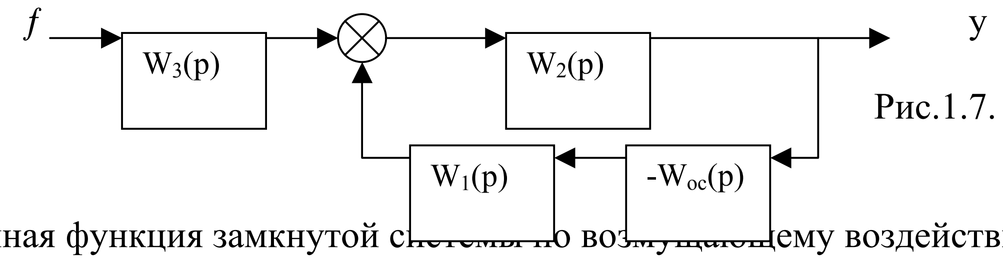


Рис.1.7.

Передаточная функция замкнутой системы по возмущающему воздействию

$$W_f(p) = \frac{W_3(p)W_2(p)}{1+W_1(p) \cdot W_2(p)W_{oc}(p)}. \qquad (1.9)$$

Каноническая форма записи передаточных функций

$$W(p) = K \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_{m-1} p + 1}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + 1}. \qquad (1.10)$$

Все коэффициенты округляются до трехзначных цифр.

2. Устойчивость САУ.

Понятие об устойчивости. Условие устойчивости САУ. Исследование устойчивости аналитическими методами и по частотным характеристикам.

Методические указания.

САУ обладает свойствами устойчивости, если траектория выходного параметра системы по истечении некоторого периода времени после приложения воздействия отличается от заданной не более, чем на малую величину δ. Условием устойчивости САУ является отрицательность вещественных частей всех корней характеристического уравнения для дифференциального уравнения, описывающего поведение системы. В ТАУ характеристическое уравнение получают, приравняв к нулю полином знаменателя передаточной функции замкнутой системы.

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + 1 = 0$$

2.1. Исследование устойчивости САУ по расположению корней характеристического уравнения на комплексной плоскости.

2.1.1. Найти корни характеристического уравнения для замкнутой системы с применением компьютерных программ.

2.1.2. На комплексной плоскости отметить точки, соответствующие корням уравнения.

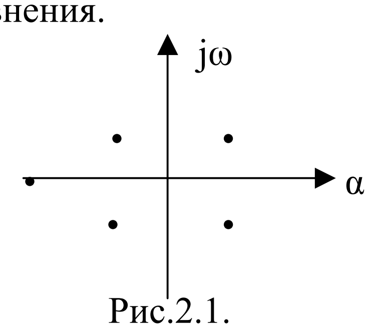


Рис.2.1.

2.1.3. Если все точки расположены в левой полуплоскости – САУ устойчива.

2.2. Исследование устойчивости по критерию Михайлова.

2.2.1. Произвести в характеристическом полиноме замкнутой системы замену $p \rightarrow j\omega$, и получить комплексную функцию частоты ω.

$$F(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + ... + a_{n-1}(j\omega) + 1. \qquad (2.1)$$

2.2.2. Представить функцию в виде $F(j\omega) = U(\omega) + j\,V(\omega)$, выделив вещественную $U(\omega)$ и мнимую $V(\omega)$ части.
2.2.3. Задавая значения ω от 0 до ∞, вычислить U(a) и $V(\omega)$ и поместить в таблицу. На начальном этапе вычислений частота задается следующим рядом значений ω = 0, 1, 10, 100, 1000, 10000, ..., затем при необходимости уточнения характера годографа могут использоваться промежуточные точки.
2.2.4. На комплексной плоскости построить годограф $F(j\omega)$ – кривую Михайлова – по данным таблицы $U(\omega)$ и $V(\omega)$.

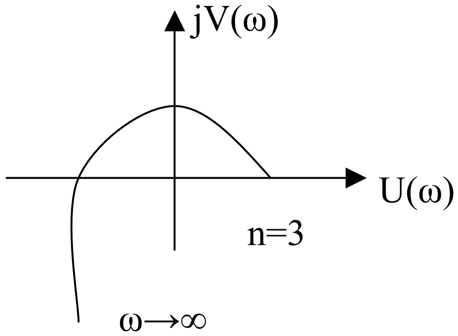


Рис.2.2

2.2.5. Если годограф, начинаясь на положительной вещественной полуоси, проходит последовательно n квадрантов, где n – порядок характеристического уравнения системы, САУ устойчива.

3. Логарифмические частотные характеристики САУ.

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ). Логарифмическая фазовая частотная характеристика (ЛФХЧ). Единицы измерения: дециБелы (дБ) и декады (дек). Правила построения логарифмических характеристик разомкнутой системы. Условие устойчивости. Запасы устойчивости.

Методические указания.

Выражение (1.7) передаточной функции разомкнутой системы в канонической форме (1.10) после подстановки $p = j\omega$ приобретает вид

$$W(j\omega) = K\,\frac{b_o(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + ... + 1}{}\,. \qquad (3.1)$$

$$a_o(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + ... + 1$$

Функция W(jω) называется частотной передаточной функцией и является комплекснозначной функцией от действительной переменной ω, называемой частотой.

Функцию W(jω) можно представить в виде

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

U(ω) – вещественная частотная функция, её график называют вещественной частотной характеристикой.

V(ω) – мнимая частотная функция, её график – мнимая частотная характеристика.

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} \quad (3.3)$$

– амплитудная частотная функция, её график – амплитудная частотная характеристика.

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \mathrm{arc\,tg}\frac{V(\omega)}{U(\omega)} + k\pi, \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, ... \qquad (3.4)$$

– фазовая частотная функция, график которой – фазовая частотная характеристика.

Частотные характеристики позволяют сделать оценку устойчивости и качественных характеристик процесса регулирования. Их использованию препятствуют два обстоятельства: необходимость выполнения громоздких вычислений значений частотных функций и невозможность графических построений в линейном масштабе координатных осей.

От указанных недостатков свободны частотные характеристики, построенные с использованием логарифмических шкал по координатным осям.

Функция

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| \qquad (3.5)$$

называется логарифмической амплитудной частотной функцией.

График зависимости L(ω) от логарифма частоты (lg ω) называют логариф-мической амплитудной частотной характеристикой (ЛАЧХ). При построении ЛАЧХ по оси абсцисс откладывают частоту в логарифмическом масштабе (декады), по оси ординат – L(ω) (дециБелы).

Логарифмической фазовой частотной характеристикой (ЛФЧХ) называют график зависимости фазовой частотной функции φ(ω) от логарифма частоты lg ω. Ось ординат при построении логарифмических частотных характеристик (ЛЧХ) проводят через любую точку оси абсцисс, так как при $\omega = 0$ $\lg \omega \to -\infty$, этому соответствует бесконечно удаленная точка оси частот.

При построении ЛЧХ используют понятия “элементарное звено” и “асимптотическая ЛАЧХ”. Передаточные функции основных элементарных звеньев и их асимптотические ЛАЧХ приведены ниже.

Усилительное звено

ПФ Асимптотическая ЛАЧХ

$$W(p) = k \qquad (3.6)$$

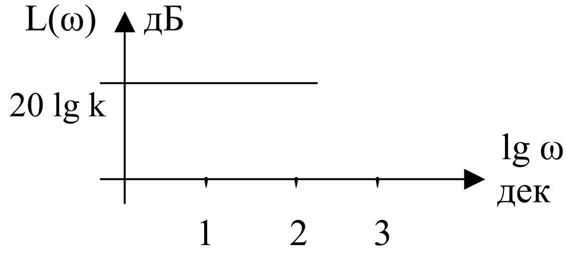


Рис. 3.1.

Интегрирующее звено

$$W(p) = \frac{k}{p} \qquad (3.7)$$

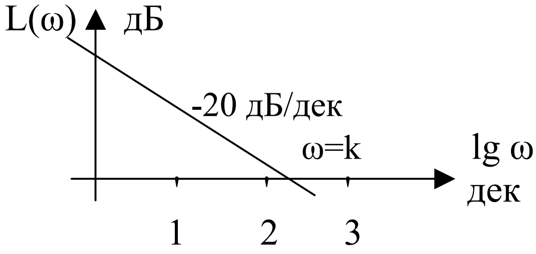


Рис. 3.2.

Апериодическое звено

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1} \qquad (3.8)$$

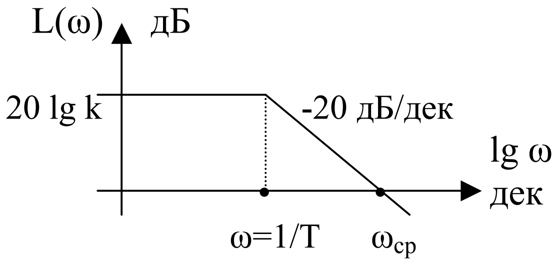


Рис. 3.3.

Колебательное звено

$$W(p) = \frac{k}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1} \qquad (3.9)$$

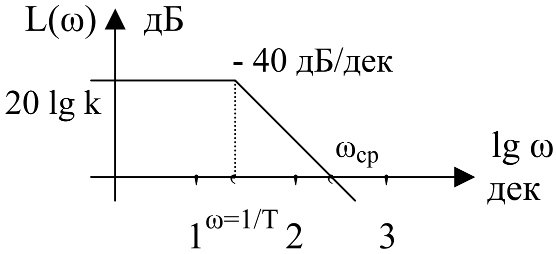


Рис. 3.4.

Форсирующее звено

$$W(p) = Tp + 1 \qquad (3.10)$$

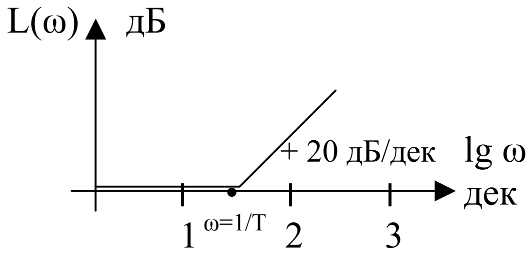


Рис. 3.5.

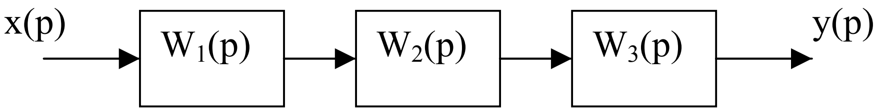
Правила построения ЛЧХ разомкнутой системы основаны на представлении передаточной функции системы произведением передаточных функций элементарных звеньев и основном свойстве логарифмов: логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей.

$$Lg\, W_1 \cdot W_2 = \lg W_1 + \lg W_2 \qquad (3.11)$$

ЛАЧХ строится как сумма асимптотических ЛАЧХ элементарных звеньев, из которых составлена ПФ системы.

3.1. Пример построения асимптотических ЛАЧХ разомкнутой астатической системы (с интегрирующим звеном).

3.1.1. Выделяются звенья ПФ разомкнутой системы



$$W_1(p) = \frac{k_1}{p} \qquad W_2(p) = \frac{k_2}{T_1 p + 1} \qquad W_3 = \frac{k_3}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1}$$

$$W(p) = \frac{k_1 k_2 k_3}{p(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1)}$$

3.1.2. Определяются значения сопрягающих частот

$$\omega_1 = 1/T_1 \quad , \qquad \omega_2 = 1/T_2$$

3.1.3. Строится прямоугольная система координат с осями $L(\omega)$ в дециБелах и частоты ω в логарифмическом масштабе в декадах

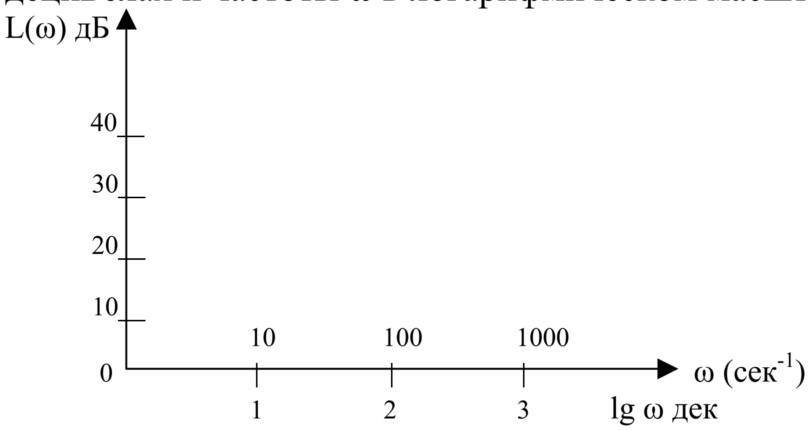


Рис. 3.6.

3.1.4. Через точку $\omega_k = k_1k_2k_3$ на оси частот провести прямую с наклоном - 20 дБ/дек до первой (меньшей) частоты сопряжения.

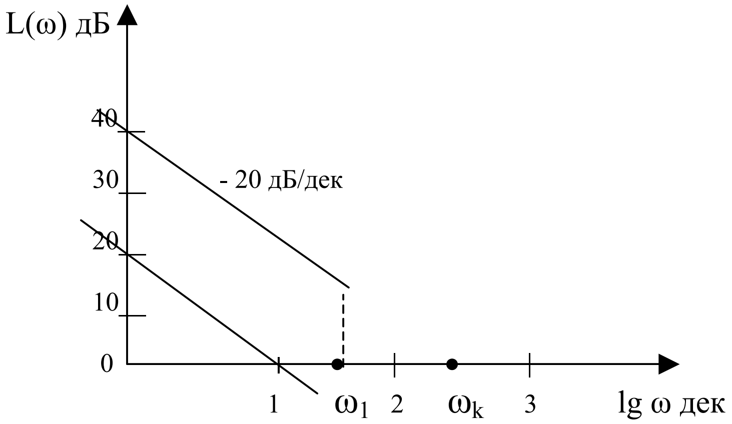


Рис. 3.7.

3.1.5. Если наименьшая частота сопряжения соответствует апериодическому звену, то в точке ЛАЧХ, соответствующей ω_1, наклон характеристики изменяется на - 20 дБ/дек. Провести асимптоту от ω_1 до ω_2 под наклоном - 40 дБ/дек.

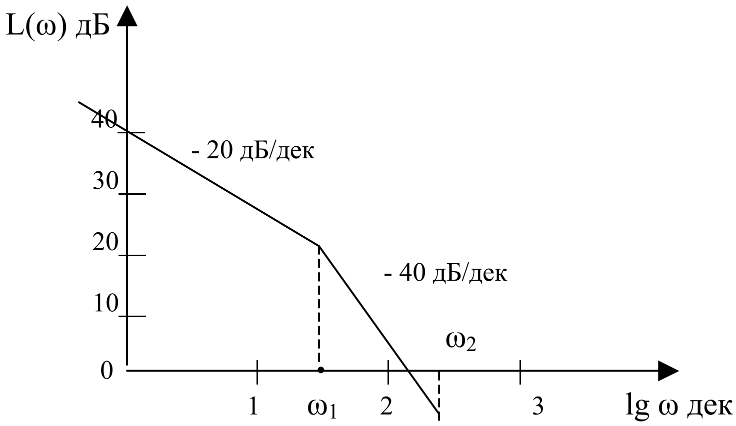


Рис. 3.8.

3.1.6. Если наименьшая частота сопряжения соответствует колебательному звену, то в точке ЛАЧХ, соответствующей ω_2, наклон характеристики изменяется на - 40 дБ/дек. Провести асимптоту от ω_1 до ω_2 под наклоном – 60 дБ/дек.

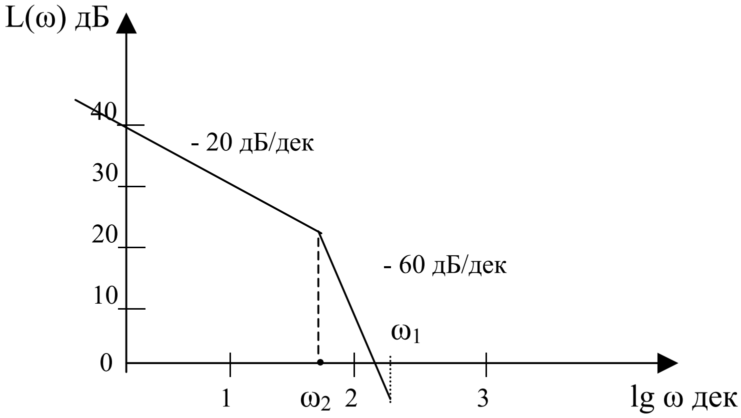


Рис. 3.9.

3.1.7. В точке соответствующей второй частоте, изменение наклона характеристики определяется типом элементарного звена, которому соответствует эта частота. Для колебательного звена наклон меняется на
- 40 дБ/дек, для апериодического на - 20 дБ/дек.

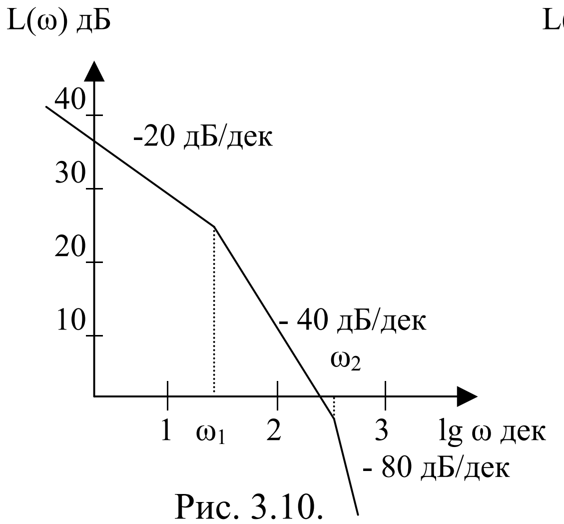


Рис. 3.10.

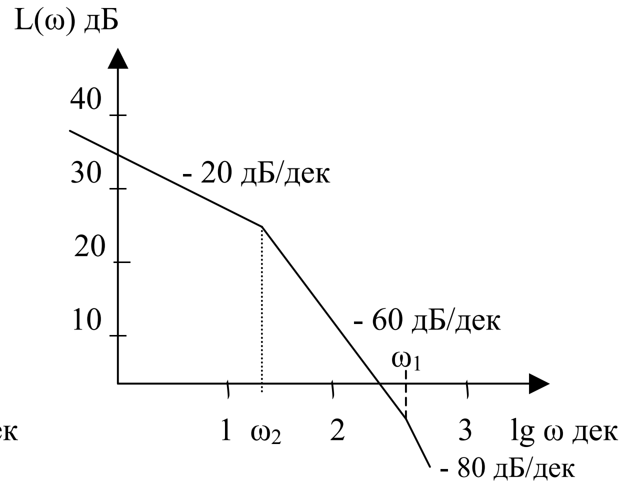


Рис. 3.11.

Построенная характеристика является асимптотической ЛАЧХ разомкнутой системы.

3.2. Пример построения логарифмической фазовой частотной характеристики.

3.2.1. Выделяются звенья ПФ разомкнутой системы (аналогично 3.1.1.).

3.2.2. Записать выражение для суммарной ЛФЧХ.

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \varphi_3(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \mathrm{arc\,tg}\,\omega T_1 - \mathrm{arc\,tg}\,\frac{2\xi T_2\omega}{1-T_2^2\omega} \qquad (3.12)$$

3.2.3. Построить прямоугольную систему координат с общей для ЛАЧХ и ЛФЧХ осью частот в логарифмическом масштабе и осью угла фаз в градусах.

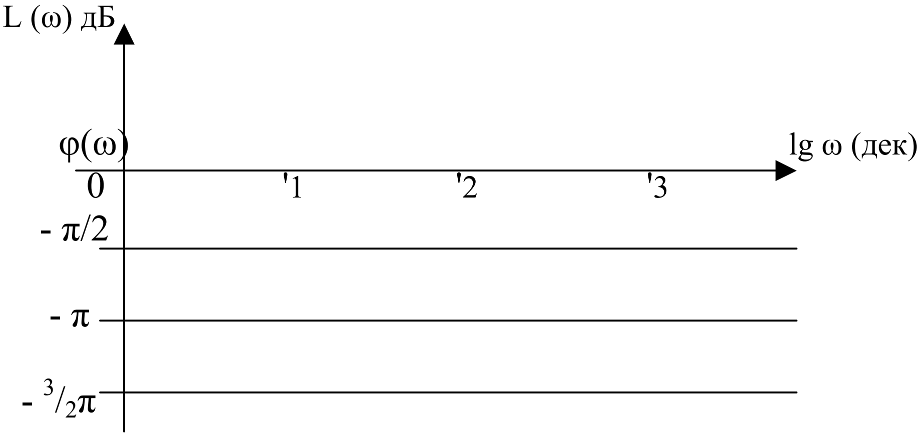


Рис. 3.12.

3.2.4. В диапазоне частот $0 < \omega < \infty$ построить ФЧХ отдельных звеньев, по номограммам (Приложение 1) или по вычисленным координатам точек характеристик в соответствии с выражением (3.12).

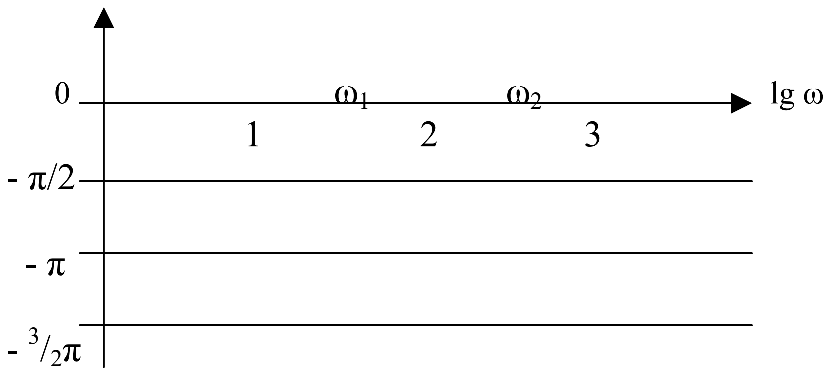


Рис. 3.13.

3.2.5. Произвести графическое сложение ординат ЛФЧХ отдельных звеньев.

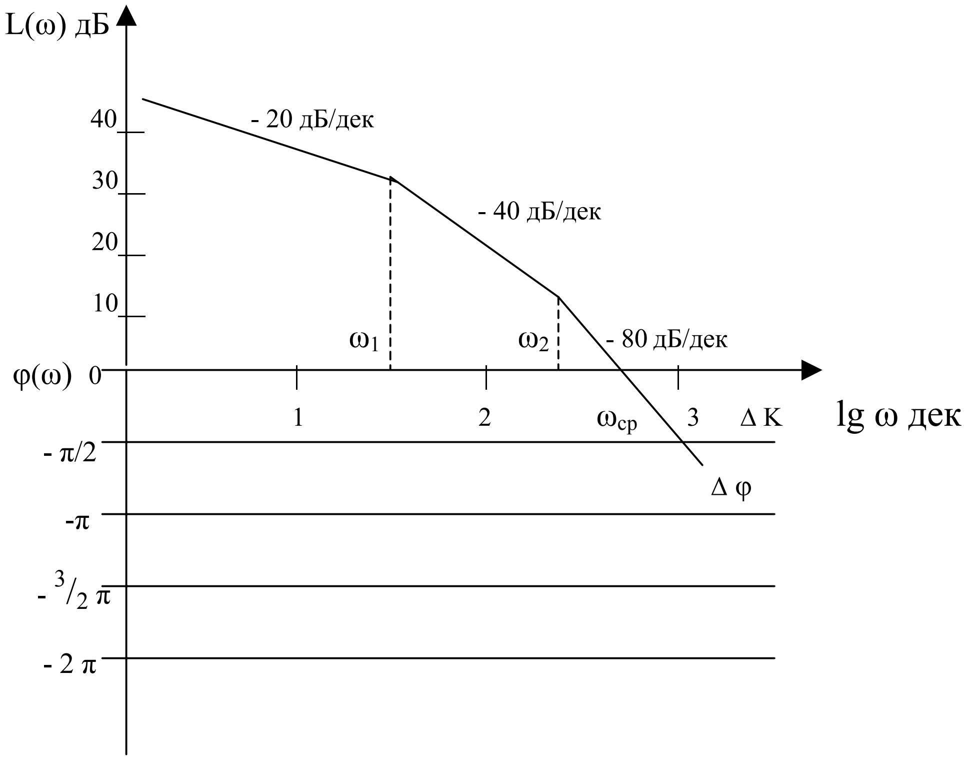


Рис. 3.14.

Устойчивость системы на основе АЧХ разомкнутой системы определяется значением ЛФЧХ на частоте среза $\omega_{ср}$. Если на частоте среза $\varphi(\omega) > -\pi$, то система устойчива (рис.3.14).

$\Delta\ \varphi$ – запас устойчивости системы по фазе;

Δ K – запас устойчивости системы по амплитуде (усилению).

4. Определение качества регулирования по переходной характеристике системы.

Показатели качества процесса регулирования.

Переходная характеристика САУ. Аппроксимация вещественной частотной характеристики трапециями. Единичная трапеция. Приближенное построение переходной характеристики по вещественной частотной характеристике.

Методические указания.

Основными показателями качества регулирования являются быстродействие, колебательность и перерегулирование, характеризующие точность и плавность протекания процесса. Эти показатели оценивают по переходной характеристике системы, являющейся графиком переходной функции h(t). Переходная функция описывает изменение выходной величины системы, когда на ее выход подается единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях.

$$1(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \qquad (4.1.)$$

Переходная функция системы h(t) определяется через вещественную частотную характеристику замкнутой системы.

$$h(t) = 2/\pi \int_0^\infty P(\omega)/\omega \sin \omega t \, d\omega \qquad (4.2.)$$

Если частотную передаточную функцию замкнутой системы представить в виде

$$W(j\omega) = \frac{u_1(\omega) + jv_1(\omega)}{u_2(\omega) + jv_2(\omega)} \qquad (4.3.),$$

то

$$P(\omega) = \frac{u_1 u_2 + v_1 v_2}{u_2^2 + v_2^2}$$

График P(ω) называют вещественной частотной характеристикой системы.

4.1. Построение переходной характеристики по вещественной частотной характеристике методом трапеций.

4.1.1. Понятие единичной трапеции и соответствующей ей переходной характеристики.

Единичная трапеция показана на рис. 4.1а.

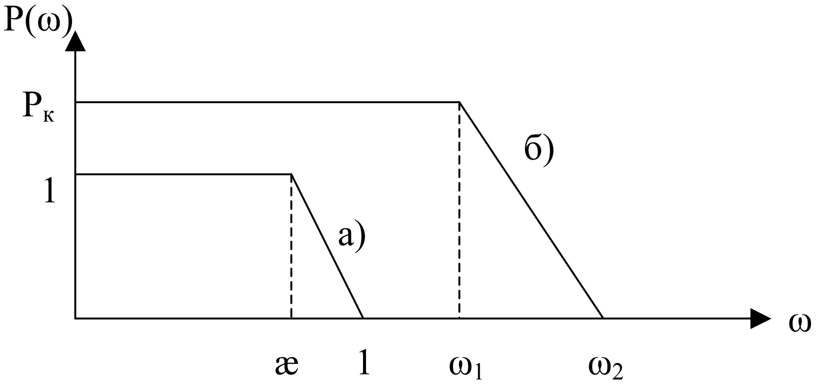


Рис. 4.1.

Наклонная сторона трапеции имеет коэффициент $æ = \omega_1/\omega_2$.

Если принять каждую единичную трапецию за некоторую вещественную частотную характеристику, то ей соответствует нормированная переходная $h(\tau)$ функция, значения которой для различных коэффициентов æ приведены в таблице (Приложение 2).

Для трапеции с другой высотой $P_к$, основанием ω_2 и точкой $\omega_1 = æ\omega_2$ (рис. 4.1б.) точки переходной функции вычисляются по формуле (4.4.)

$$x_к(t) = P_к \cdot h(\tau/\omega_2) \qquad (4.4.),$$

где $t = \tau/\omega_2$.

4.1.2. Замена фигуры, ограниченной кривой вещественной характеристики, суммой трапеций.

Характеристику P(ω) аппроксимируют отрезками прямых линий с

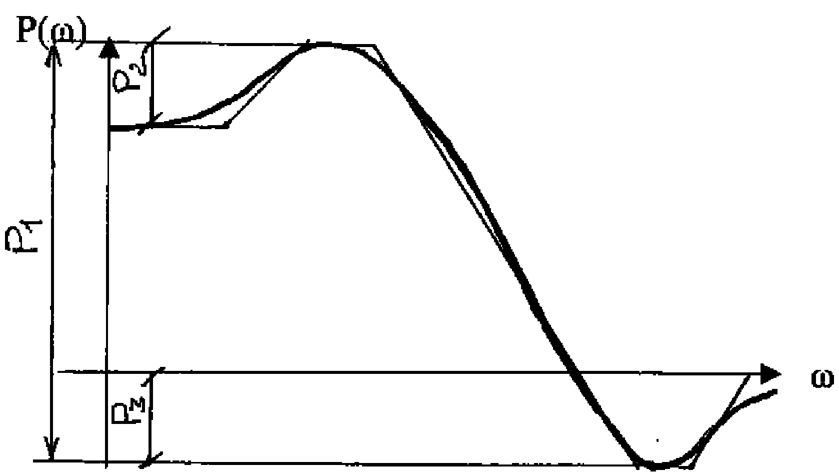


Рис. 4.2.

таким расчетом, чтобы горизонтальные участки чередовались с наклонными. Такая замена позволяет представить вещественную частотную характеристику алгебраической суммой трапеций (рис. 4.2.). для построения переходной характеристики трапеции переносятся на другой рисунок таким образом, чтобы основание каждой трапеции совместить с осью абсцисс ω (рис. 4.3.).

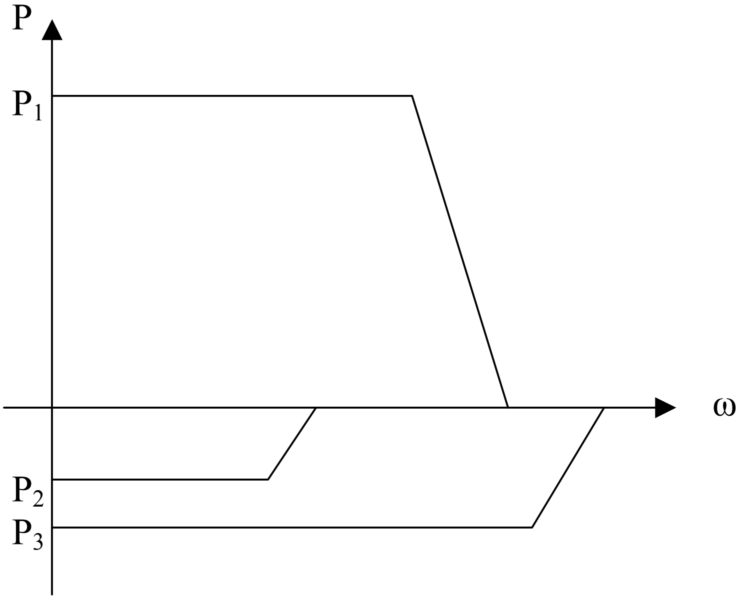


Рис. 4.3.

4.1.4. Построение переходной характеристики. Для каждой из трапеций определяют коэффициент $æ_i = \omega_{1i} / \omega_{2i}$. По коэффициенту выбирают из таблицы нормированную переходную функцию $h_i(\tau)$. Затем по выражению (4.4.) вычисляют переходную функцию $h_i(t)$, соответствующую каждой из трапеций. Суммирующая переходная характеристика получается графическим сложением координат кривых, соответствующих каждой из переходных функций $h_i(t)$.

4.1.5. Определение показателей качества регулирования.

Переходная характеристика типового вида системы автоматического управления представлена на рис. 4.4.

Основные оценки качества регулирования:

а) t_p – время регулирования. Минимальное время, по истечении которого регулируемая величина не будет отклоняться от установленного значения больше, чем на заданную точность δ;

б) перерегулирование σ. Максимальное отклонение переходной характеристики от установившегося значения, выраженное в долях или процентах

$$\sigma = \frac{h_m - h_y}{h_y}$$

в) число колебаний n, которое имеет переходная характеристика за

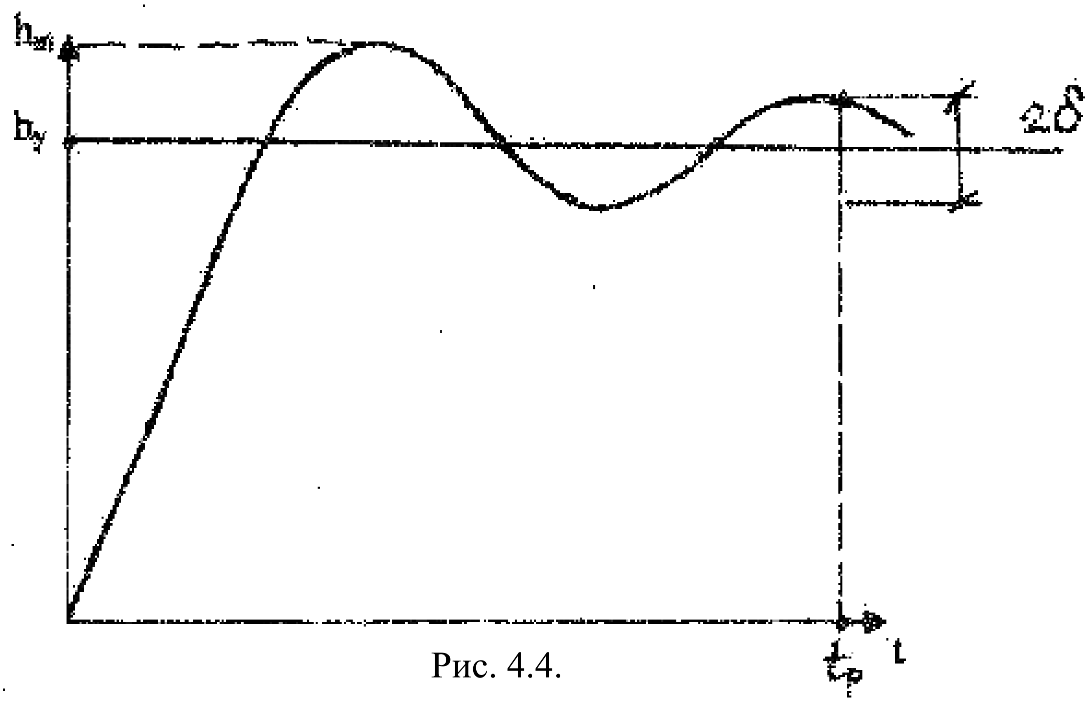


Рис. 4.4.

время регулирования.

В настоящее время вычислительная техника позволяет получить характеристики переходных процессов путем анализа дифференциальных уравнений, описывающих поведение системы.

Этот путь является современной альтернативой графоаналитическим методам и может применяться для анализа САУ.

ЗАДАНИЕ

на расчетно-графическую контрольную работу по курсу
«Теория автоматического управления».

1. Содержание работы.

1.1. Записать передаточные функции
а) разомкнутой системы W(p);
б) замкнутой системы $W_g(p)$;
в) замкнутой системы по возмущению W_f (p).

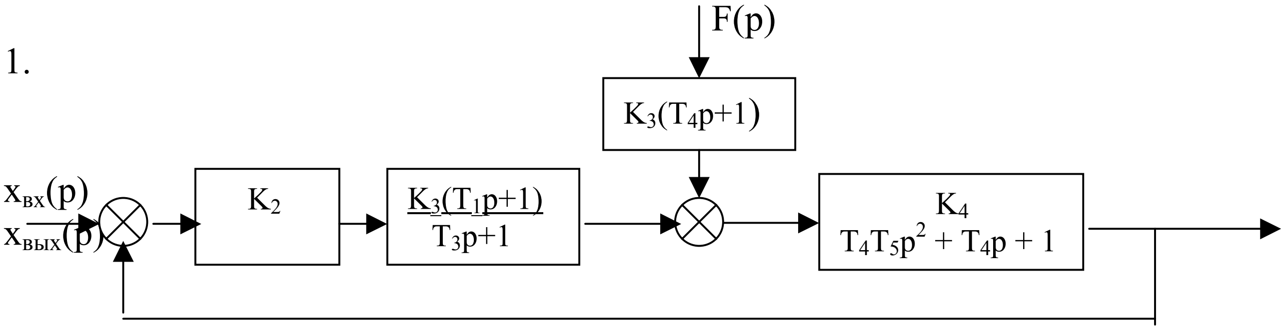
1.2. Исследовать устойчивость системы
а) по расположению корней характеристического уравнения;
б) по критерию Михайлова.

1.3. Построить логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы. Определить запасы устойчивости по амплитуде и фазе.

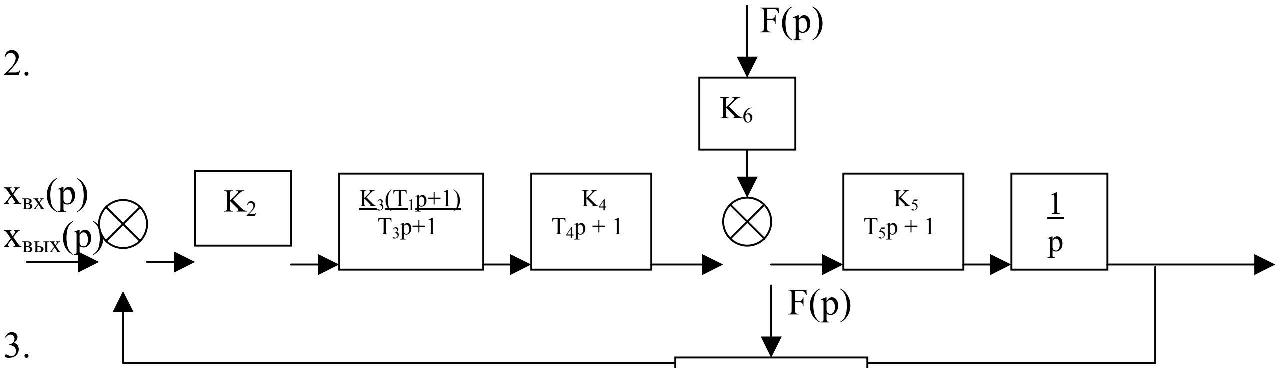
1.4. Построить реакцию системы на ступенчатое воздействие и определить показатели качества регулирования.

2. Варианты задания структурных схем.

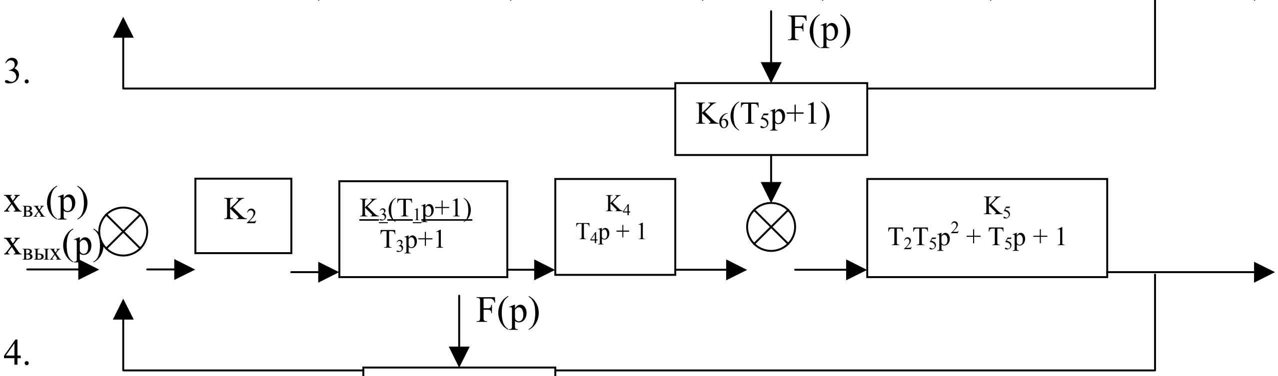
1.



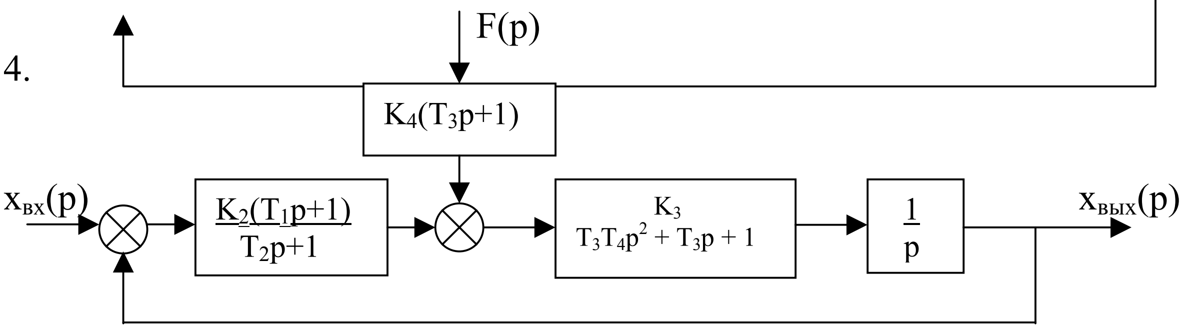
2.



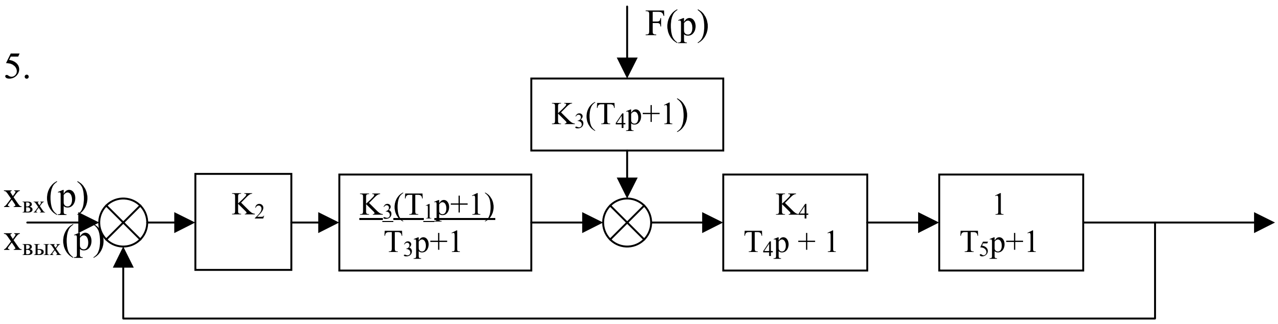
3.



4.



5.



Учебное издание

Составитель: Ярошевич Анатолий Васильевич

Теория автоматического управления технологическими системами. Методические указания и контрольные задания

для студентов специальности 36 01 01 «Технология машиностроения».

Ответственный за выпуск: Клопоцкий А.В.
Редактор: Строкач Т.В.
Корректор: Никитчик Е.В.
Технический редактор: Никитчик А.Д.