

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра технической эксплуатации автомобилей

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим работам по циклу
«Обработка экспериментальных данных, планирование
эксперимента»

по дисциплине «Научные исследования и решение инженерных задач»
для студентов специальности
37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей»

Брест 2003

Методические указания к практическим работам по циклу «Обработка экспериментальных данных, планирование эксперимента» по дисциплине «Научные исследования и решение инженерных задач» для студентов специальности 37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей» содержат руководство для выполнения практических работ по обработке экспериментальных данных и планирования эксперимента с использованием персонального компьютера и табличного процессора Excel применительно к задачам эксплуатации и ремонта автомобилей.

Составитель: С.В. Монтик, доцент, к.т.н.

Рецензент: начальник транспортного цеха Брестского электролампового завода В. В. Минасов

© Учреждение образования
«Брестский государственный технический университет» 2003

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ, ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ ОТЧЕТА

В методических указаниях представлены восемь практических работ, в которых рассматривается методика обработки экспериментальных данных, примеры использования дисперсионного, корреляционного и регрессионного анализов, планирования эксперимента применительно к задачам технической эксплуатации и ремонта автомобилей. Кроме изложения самой методики приводятся примеры расчета.

Для выполнения работ необходимо использовать персональный компьютер и пакет прикладных программ для обработки экспериментальных данных, разработанных на базе табличного процессора MS Excel 2000. Каждая Практическая работа выполнена в виде электронной таблицы, что освобождает от рутинных вычислений и позволяет просматривать результаты расчетов в виде графиков и таблиц.

Для выполнения практической работы необходимо ввести вариант, требуемые исходные данные, критические значения критериев, которые выбираются из таблиц приложения А. В методических указаниях в примерах расчета эти данные выделяются *курсивом*. Ячейки, в которые необходимо вводить данные, в электронной таблице выделены другим цветом. Формулы для расчетов уже заложены в электронную таблицу, поэтому вычисления выполняются автоматически. Исходные данные для расчетов даны в приложении Б. Электронную таблицу с практической работой, исходными данными и полученные результаты можно распечатать из Excel.

Отчет по каждой практической работе должен содержать:

1. Тема, цель, задание, исходные данные
2. Порядок выполнения с результатами расчета и формулами, по которым проводились вычисления, необходимые выводы
3. Ответы на контрольные вопросы

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Тема: Обработка результатов измерений. Определение грубых погрешностей и нахождение необходимого количества параллельных измерений.

Цель: Изучить методику определения основных характеристик результатов измерений, исключения грубых погрешностей и нахождение необходимого количества параллельных измерений

Задание

Изношенные шейки коленчатых валов из высокопрочного чугуна восстанавливались установкой дополнительной ремонтной детали (ДРД), состоящей из двух полуколец из стали 45, закаленной до твердости 37...42 HRC, которые закрепляют сваркой по образующей шейки вала. После этого шейки с приваренными ДРД окончательно шлифуют до номинального размера.

Измерено 10 восстановленных деталей. Необходимо определить среднее значение, дисперсию и доверительный интервал измеренного размера, наличие грубых погрешностей в результатах измерений, необходимое количество параллельных измерений для достижения требуемой точности измерений. Исходные данные даны в таблице Б.1.

Пример расчета

Исходные данные

Доверительная вероятность $P=0,95$

Номинальное значение диаметра шейки коленчатого вала $D_{ном} = 40$ мм

Таблица 1 - Результаты измерений восстановленных деталей (диаметр шейки вала $D_{изм}$, мм)

X1	X2	X3	X4	X5
39,960	39,950	39,949	39,952	39,961
X6	X7	X8	X9	X10
39,964	39,950	39,955	39,962	39,950

Порядок выполнения

1. Определяем среднее значение измеренного диаметра $D_{измер}$ (X_{cp}).

$$X_{cp} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i,$$

где m -число измерений.

$$X_{сред} = 39,955 \text{ мм}$$

2. Определяем дисперсию S^2 (т.е. разброс значений относительно среднего значения) результатов измерений.

$$S^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (X_i - X_{cp})^2$$

$$S^2 = 0,00003 \text{ мм}^2$$

3. Определяем, существуют ли грубые погрешности в выборке.

Если в полученной группе измерений одно-два резко отличаются от остальных, то необходимо установить, являются ли они грубыми погрешностями, подлежащими исключению. Грубые погрешности возникают при случайном резком изменении условий измерения. В качестве грубых погрешностей принимают минимальное или максимальное значения из данной группы. Для определения грубых погрешностей используют критерий V_n . Наблюдаемые значения критерия V_n

$$V_n = \frac{1}{S} |X_{cp} - X_1|, \text{ где } X_1 = X_{\min} \text{ или } X_1 = X_{\max}$$

Сравнив наблюдаемое значение критерия V_n и критическое значение критерия V_k , делают вывод, следует ли исключать данные числа из рассмотрения. Если $V_n > V_k$, то результат следует исключить из дальнейшего рассмотрения. Значение V_k определяют по таблице А.1 приложения для заданной доверительной вероятности P и числа измерений $m=10$.

Проверяем, являются ли грубыми погрешностями $X_{\min} = 39,945 \text{ мм}$ и $X_{\max} = 39,962 \text{ мм}$. Наблюдаемые значения критерия $V_n = 1,336$ и $V_n = 1,350$. Для $P=0.95$, $m=10$ критическое значение критерия $V_k = 2,294$

Вывод: *Данные числа не нужно исключать из рассмотрения*

4. Определяем доверительный интервал, т.е. интервал в который с заданной доверительной вероятностью P попадает истинное значение $X_{истин}$ измеренной величины.

Определите по табл. А.2 приложения значение критерия Стьюдента $t(P, m)$ для заданной доверительной вероятности P и числа измерений $m=10$. Доверительный интервал определяется:

$$X_{cp} - t(P, m) \frac{S}{\sqrt{m}} < X_{истин} < X_{cp} + t(P, m) \frac{S}{\sqrt{m}}$$

Для $m=10$, $P=0.95$ критерий Стьюдента $t(P, m) = 2,262$.

Доверительный интервал равен $39,9520 \text{ мм} < X_{истин} < 39,9534 \text{ мм}$

5. Определяем необходимое количество параллельных измерений m_1 для достижения требуемой точности измерений. Принимаем ошибку измерений Δ_0 равной величине среднего квадратического отклонения S .

Число параллельных измерений определяется:

$$m_1 \geq t^2(P, m) \frac{S^2}{\Delta_0^2},$$

где $t(P, m)$ -критерий Стьюдента (см. таблицу А.2 для заданной доверительной вероятности P и числа измерений $m=10$)

Для данного примера $\Delta_0 = 0,0047$ мм. Число параллельных измерений $m \geq 5,12$

Вывод: Для достижения требуемой точности необходимо выполнить не менее 6 параллельных измерений.

Контрольные вопросы

1. Что характеризует дисперсия случайной величины?
2. Когда возникают и как определяются грубые погрешности измерений?
3. Что называется доверительным интервалом случайной величины?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Тема: Проверка случайности и независимости результатов измерений в выборке.

Цель: Изучить методику определения случайности и независимости результатов измерений в выборке.

Для статистической обработки результатов измерения отклика необходима уверенность, что эти данные стохастически независимы. Альтернативной гипотезой наличие смещения (дрейфа) значения отклика, вызванного некоторым неконтролируемым фактором. Это имеет место при анализе размеров деталей, обрабатываемых на настроенном станке, когда вследствие изнашивания инструмента или нагрева станка центр группировки размеров постепенно смещается при неизменной стандартной погрешности S .

Задание

Используя исходные данные практической работы №1, необходимо определить наличие или отсутствие дрейфа размеров, вызванного износом шлифовального круга. Исходные данные даны в таблице Б.1.

Пример расчета

Исходные данные

Доверительная вероятность $P=0,95$

Номинальное значение диаметра шейки коленчатого вала $D_{ном} = 40$ мм

Таблица 2 - Результаты измерений восстановленных деталей (диаметр шейки вала $D_{изм}$, мм)

Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
39,960	39,950	39,949	39,952	39,961
Y6	Y7	Y8	Y9	Y10
39,964	39,950	39,955	39,962	39,950

Порядок выполнения

Для определения наличия или отсутствия дрейфа используется критерий последовательных разностей τ_n . Наблюдаемое значение критерия τ_n :

$$\tau_n = \frac{C^2}{S^2}, \text{ где}$$
$$C^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m-1} (Y_{i+1} - Y_i)^2}{2(m-1)},$$

где m - число измерений, Y_i -результаты измерений, S^2 -дисперсия.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (Y_i - Y_{cp})^2}{m-1}$$

Критическое значение критерия последовательных разностей τ_k определяется по таблице А.3 для $m=10$ и заданной доверительной вероятности P . Если $\tau_n < \tau_k$, то дрейф существует.

Для данного примера дисперсия $S^2 = 0,000034 \text{ мм}^2$

Таблица 3 – Результаты расчета разностей

Разности $Y_{i+1}-Y_i$	-0,01	-0,001	0,003	0,009	0,003
$(Y_{i+1}-Y_i)^2$	1,00E-04	1,000E-06	9,000E-06	8,100E-05	9,000E-06
Разности $Y_{i+1}-Y_i$	-0,014	0,005	0,007	-0,012	
$(Y_{i+1}-Y_i)^2$	1,960E-04	2,500E-05	4,900E-05	1,440E-04	

$S^2 = 0,000034 \text{ мм}^2$

Наблюдаемое значение критерия $\tau_n = 0,99$

Для $m=10$ и $P=0.95$ критическое значение критерия последовательных разностей $\tau_k = 0.531$

Вывод: Так как $\tau_n > \tau_k$, то дрейф размеров, вызванный износом шлифовального круга, отсутствует

Контрольные вопросы

1. В каких случаях при обработке деталей возможен дрейф размеров?
2. Какой критерий используется для определения дрейфа?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3

Тема: Проверка гипотезы о равенстве дисперсий.

Цель: Изучить методику проверки гипотезы о равенстве дисперсий и область ее практического применения

Задание

При восстановлении коленчатых валов после установки ДРД их шейки с приваренными ДРД окончательно шлифуют до номинального размера. Валы обрабатывались на четырех круглошлифовальных станках. Необходимо определить, имеют ли данные круглошлифовальных станки одинаковую точность. Исходные данные даны в таблице Б.2.

Точность обработки можно оценить с помощью дисперсии размеров деталей обработанных на каждом станке. Проверяется гипотеза о равенстве дисперсий. Если дисперсии однородны, то точность станков одинакова. Для выполнения анализа измеряют по 10 деталей, обработанных на каждом круглошлифовальном станке.

Пример расчета

Исходные данные

Доверительная вероятность $P=0,95$

Номинальное значение диаметра шейки коленчатого вала $D_{ном} = 45$ мм

Таблица 4 - Результаты измерений восстановленных деталей (диаметр шейки вала Дизм, мм)

№ стан-ка	Результаты измерений									
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
1	44,952	44,946	44,939	44,963	44,932	44,931	44,949	44,937	44,929	44,935
2	44,959	44,958	44,963	44,948	44,957	44,949	44,961	44,948	44,960	44,949
3	44,964	44,937	44,961	44,943	44,952	44,962	44,962	44,957	44,937	44,952
4	44,949	44,956	44,954	44,946	44,947	44,962	44,958	44,958	44,959	44,949

Порядок выполнения

1. Определите дисперсию размеров S^2 (мм²) для каждого станка

$$S^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m \left(X_i - X_{cp} \right)^2,$$

где m - количество деталей в выборке ($m=10$), X_i – результат i -го измерения

Для данного примера дисперсии размеров

Станок №1	Станок №2	Станок №3	Станок №4
$S^2=0,000119$	$S^2=0,000036$	$S^2=0,000108$	$S^2=0,000032$

2. Определите наблюдаемое значение критерия Кохрена G_H .

Оно определяется по формуле

$$G_H = \frac{S_{i \max}^2}{\sum_{i=1}^n S_i^2},$$

где $n=4$ – число выборок, $S_{i \max}^2$ - максимальная дисперсия.

Для примера $S_{i \max}^2 = S_1^2 = 0,000119 \text{ мм}^2$ и $G_H = 0,404$

3. Сравните критическое G_k и наблюдаемое G_H значения критерия Кохрена.

Если $G_H < G_k$, то дисперсии однородны и точность станков одинакова. Значение G_k определяется по таблице А.4 для заданной доверительной вероятности P , $m=10$, $n=4$. Для $P = 0,95$ критическое значение критерия Кохрена равно $G_k = 0,502$.

Сделайте вывод о точности станков.

Вывод: *Точность станков одинакова*

Контрольные вопросы

1. Какой метод можно применить для сравнения точности обработки на одинаковых станках?
3. Для чего используется критерий Кохрена ?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Тема: Проверка гипотезы о равенстве средних значений

Цель: Изучить методику и способы практического применения проверки гипотезы о равенстве средних значений

Задание

При восстановлении поршней отверстия под поршневой палец разворачивают на вертикально-сверлильном станке под ремонтный размер с помощью твердосплавной развертки. В одинаковых условиях было обработано по 10 поршней развертками с диаметром D1 и D2, которые соответствуют разным ремонтным размерам. Необходимо установить, влияет ли диаметр развертки на разбивку отверстия (разность между диаметром развертки и диаметром отверстия). Исходные данные даны в таблице Б.3.

Пример расчета

Исходные данные

Доверительная вероятность $P=0,95$

Таблица 5 – Разность диаметра развертки и диаметра отверстия, мкм

№ измерения	Для развертки диаметром D1	Для развертки диаметром D2
1	6	13
2	8	7
3	6	15
4	2	13
5	6	10
6	4	7
7	10	6
8	4	10
9	9	9
10	2	10

Порядок выполнения

1. Определите среднюю величину разбивки отверстия для разверток диаметром D1 и D2

$$X_{\text{ср}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i,$$

где $m=10$ - количество измерений. $X_{\text{ср}}$ определяется отдельно для развертки с диаметром D1 и D2.

Для примера : $X_{\text{ср1}}= 5,7$ мкм - для развертки диаметром D1 и $X_{\text{ср2}}= 10$ мкм - для развертки диаметром D2

2. Определите дисперсии разбивки отверстий для двух разверток

$$S^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (X_i - X_{cp})^2$$

Для примера : $S_1^2 = 7,57$ мкм² - для развертки диаметром D1 и $S_2^2 = 8,67$ мкм² - для развертки диаметром D2

3. Определите объединенную оценку дисперсии генеральных совокупностей по формуле

$$S^2 = \frac{S_1^2(m_1-1) + S_2^2(m_2-1)}{m_1 + m_2 - 1},$$

где $m_1 = m_2 = 10$ – количество измерений в 1 и 2 выборках. Для примера $S^2 = 7,69$ мкм²

4. Определите наблюдаемое значение критерия Стьюдента

$$t_H = \frac{|X_{cp1} - X_{cp2}|}{S} \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}}$$

Для примера $t_H = 4,596$

5. Определите критическое значение критерия Стьюдента t_k по таблице А.2 для заданного значения доверительной вероятности P и числа наблюдений $m = m_1 + m_2$

Для доверительной вероятности $P = 0,95$ и $m = 20$ $t_k = 2,093$

Если $t_H < t_k$, то средние значения разбивки отверстий для разверток диаметром D1 и D2 равны между собой и можно сделать вывод, что изменение диаметра развертки в пределах от D1 до D2 не оказывает существенного влияния на величину разбивки развернутого отверстия

Вывод: *Средние значения разбивки отверстий для разверток диаметром D1 и D2 не равны между собой, изменение диаметра развертки в пределах от D1 до D2 оказывает существенное влияние на величину разбивки развернутого отверстия*

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

Тема: Дисперсионный анализ.

Цель: Изучить цели и методику проведения однофакторного дисперсионного анализа

Дисперсионный анализ предназначен для выявления степени влияния контролируемых факторов на отклик. При однофакторном дисперсионном анализе выявляется степень влияния одного фактора X на математическое ожидание отклика $M(Y)$. Фактор может быть количественным (скорость резания, размер заготовки) или качественным (модель станка, марка смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ)).

Задание

Определить, влияет ли марка СОЖ на шероховатость поверхности восстановленных шеек коленчатых валов, шлифованных при одинаковых режимах. Исследовалось 5 марок СОЖ. Исходные данные даны в таблице Б.4.

Пример расчета

Исходные данные

Доверительная вероятность $P=0,95$

Номинальное значение шероховатости поверхности $Ra = 1.6 \text{ мкм}$

Таблица 6 - Результаты измерений шероховатости

Номер фактора (марка СОЖ)	Уровень фактора	Значение Ra мкм					
		1	2	3	4	5	6
1	X1	1.6	2.22	1.97	2.47	2.52	2.11
2	X2	2.5	3.45	2.66	3.05	2.65	2.71
3	X3	1.7	2.1	2.44	1.81	2.24	1.86
4	X4	1.7	2.61	2.55	1.87	2.69	2.13
5	X5	1.9	2.6	2.02	2.54	2.31	2.35

Порядок выполнения

1. Определите средние значения Y_{cp} и дисперсии S^2 для каждой серии опытов

Таблица 7 – Результаты расчета Y_{cp} и S^2

Номер фактора (марка СОЖ)	Уровень фактора	Y_{cp}	S^2
1	X1	2.148333	0.0967806
2	X2	2.836667	0.1028556
3	X3	2.025	0.0671917

4	X4	2.258333	0.1456806
5	X5	2.286667	0.0645889
среднее		2.311	0.0954194

2. Оцените влияние неконтролируемых факторов

Влияние неконтролируемых факторов оценивается средней дисперсией воспроизводимости S_B^2 , а общее рассеивание значений отклика оценивается общей дисперсией S_o^2 .

Средняя дисперсия воспроизводимости S_B^2 и общая дисперсия S_o^2 определяются:

$$S_B^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{m_i - 1} \sum_{j=1}^{m_i} \left(y_{ij} - Y_{i\text{cp}} \right)^2 \right],$$

где $n=5$ – число факторов, $m = 6$ – число дублирующих опытов, y_{ij} – наблюдаемое значение шероховатости Ra, мкм.

$$S_o^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \left(y_{ij} - \mu \right)^2,$$

где

$$N = \sum_{i=1}^n m_i; \quad \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_{i\text{cp}},$$

где N – число всех значений шероховатостей, $N= 30$; m_i – число дублирующих опытов для i – го уровня фактора. В данном случае число дублирующих опытов для всех уровней факторов одинаково и равно 6, т.е. $m_i = 6$.

Для примера $S_B^2 = 2.311 \text{ мм}^2$, $S_o^2 = 0.173009 \text{ мм}^2$

3. Оцените рассеивание значений отклика, вызванное контролируемым фактором

Рассеивание значений отклика, вызванное контролируемым фактором, оценивается дисперсией $S^2(X)$:

$$S^2(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n m_i (Y_{i\text{cp}} - \mu)^2.$$

Для примера $S^2(X) = 0.3879478$

4. Проверьте однородность дисперсий S^2 с помощью критерия Кохрена

$$G_H = \frac{S_{i\text{max}}^2}{\sum_{i=1}^n S_i^2},$$

где $S_{i\text{max}}^2$ – максимальная дисперсия (выбирается из таблицы 7).

Для примера $S_{i\text{max}}^2 = S_4^2$, наблюдаемое значение критерия Кохрена $G_H = 0.305$. Критическое значение критерия Кохрена G_k находится по таблице

А.4 для заданное доверительной вероятности P и $m=6$, $n=5$. Для $P=0.95$, $m=6$, $n=5$ критическое значение критерия $G_k=0.507$.

Если $G_n < G_k$, то дисперсии однородны и проводят дальнейшие расчеты. Сделайте необходимый вывод.

Вывод: *Дисперсии однородны.*

5. Определите влияние фактора X.

Для определения влияния фактора X (в данном примере – марки СОЖ) проверяют однородность дисперсий S_o^2 и $S^2(X)$ путем определения наблюдаемого критерия Фишера.

$$F_n = \frac{S^2(X)}{S_o^2}$$

Для примера наблюдаемое значение критерия Фишера $F_n=0.167$

Критическое значение критерия Фишера F_k определяется по таблице А.5 для заданной доверительной вероятности P , $m_1=5$, $m_2=26$, где m_1 и m_2 определяются в зависимости от степеней свободы f_b и f_x :

$$\begin{aligned} f_x &= n - 1, & f_x &= 5 - 1 = 4 \\ f_b &= N - n, & f_b &= 30 - 5 = 25 \\ m_1 &= f_x + 1, & m_1 &= 4 + 1 = 5 \\ m_2 &= f_b + 1, & m_2 &= 25 + 1 = 26 \end{aligned}$$

Так как в таблице нет значений $m_1=5$ и $m_2=26$, то определяем критическое значение критерия Фишера F_k для $m_1=6$, $m_2=30$ и заданное доверительной вероятности P . Для примера при $P=0,95$, $m_1=6$, $m_2=30$ критическое значение критерия Фишера $F_k=2.74$.

Если $F_n > F_k$, то марка СОЖ влияет на изменение шероховатости поверхности. Сделайте вывод о влиянии марки СОЖ

Вывод: *Данные марки СОЖ несущественно влияют на шероховатость поверхности.*

Контрольные вопросы

1. Для чего применяют дисперсионный анализ?
2. Что выявляется при однофакторном дисперсионном анализе?
3. Какие виды факторов могут использоваться при дисперсионном анализе?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

Тема: Корреляционный анализ

Цель: Изучить задачи и методику проведения корреляционного анализа, примеры его практического применения

Задача корреляционного анализа – выявление значимости связи между значениями различных случайных величин. Зависимость между величинами, при которой каждому значению одной величины отвечает с соответствующей вероятностью множество возможных значений другой величины, называют вероятностной.

Если при наличии вероятностной зависимости между двумя величинами с изменением значения одной величины изменяется только математическое ожидания второй и наоборот, а дисперсия и тип закона распределения остаются неизменными, то для таких величин характерна корреляционная зависимость.

Примеры корреляционной связи:

1. Между пределом прочности и пределом текучести стали;
2. Между твердостью и износостойкостью стали.

Силу линейной статистической связи между случайными величинами X и Y можно оценить коэффициентом корреляции r , который принимает значения в интервале от -1 до $+1$ и не зависит от единиц величин X и Y . Чем больше по абсолютной величине коэффициент корреляции, тем сильнее линейная зависимость между величинами X и Y . Однако обратное не всегда верно.

Задание

Определите, существует ли линейная корреляционная зависимость между высотой над уровнем моря и снижением эффективной мощности двигателя автомобиля. Исходные данные приведены в таблице Б.5.

Пример расчета

Исходные данные

Доверительная вероятность $P=0,95$

Таблица 8 - Результаты измерений

Номер измерения	Высота над уровнем моря, м	Снижение эффективной мощности двигателя, %
1	0	0,0
2	200	4,7
3	400	6,6
4	600	8,7
5	800	11,1
6	1000	7,0
7	1200	9,0

Номер измерения	Высота над уровнем моря, м	Снижение эффективной мощности двигателя, %
8	1400	10,5
9	1600	11,1
10	1800	14,1

Зависимость снижения эффективной мощности двигателя от высоты над уровнем моря

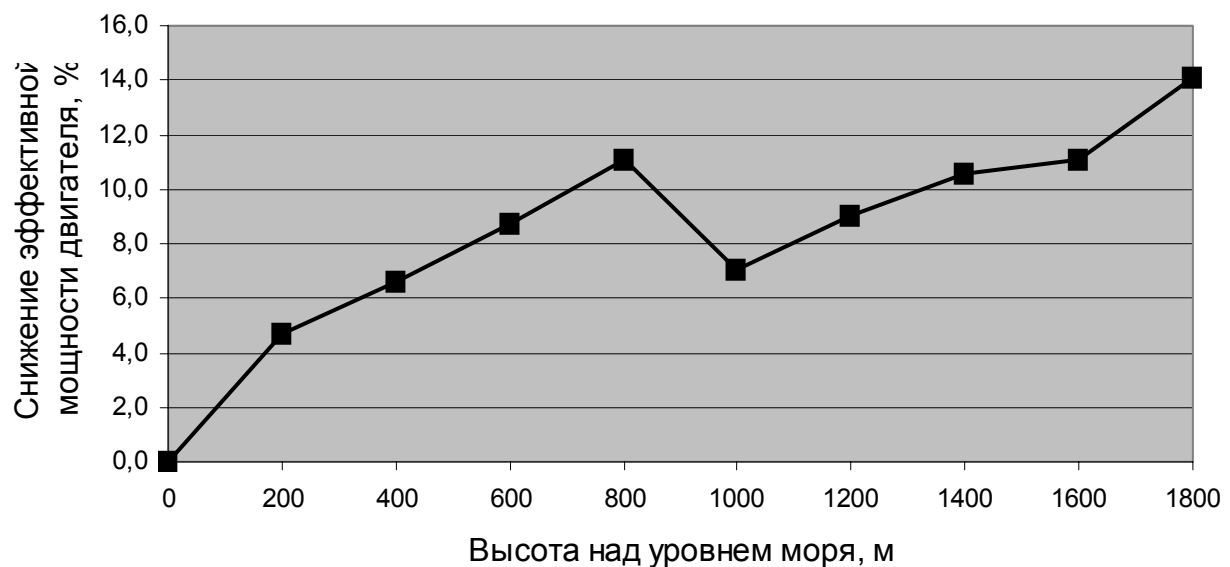


Рисунок 1

Порядок выполнения

1. Определите коэффициент корреляции

$$r = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - x_{\text{ср}})(Y_i - Y_{\text{ср}})}{(m-1)S(X)S(Y)},$$

где X_i, Y_i – i -е значение случайных величин X и Y ; $X_{\text{ср}}, Y_{\text{ср}}, S(X), S(Y)$ – соответственно средние значения и средние квадратические отклонения случайных величин, m – количество измерений, $m=10$.

Для примера коэффициент корреляции $r = 0,87$

2. Проверьте значимость коэффициента корреляции.

Для этого определяют наблюдаемое значение критерия Стьюдента.

$$t_{\text{н}} = r \sqrt{\frac{m-2}{1-r^2}},$$

где m - число измерений. Для примера $t_n = 6,893$

Критическое значение критерия Стьюдента t_k определяется по таблице А.2 для заданной доверительной вероятности P и числу степеней свободы $f = m - 2$. При выборе t_k по таблице А.2 следует принимать $m = f + 1$, т. е.

$$f = m - 2 = 10 - 2 = 8$$

$$m = f + 1 = 8 + 1 = 9.$$

Для $P=0,95$ и $m = 9$ критическое значение критерия Стьюдента $t_k=2,306$.

Если $|t_n| < t_k$, то коэффициент корреляции $r = 0$ и связи между величинами нет. Сделайте вывод о наличии зависимости между X и Y .

Вывод: *Между X и Y существует линейная корреляционная зависимость.*

Контрольные вопросы

1. Перечислите задачи корреляционного анализа?
2. Какая зависимость называется вероятностной?
3. Какая зависимость называется корреляционной?
4. Привести примеры корреляционной зависимости.
5. Что характеризует коэффициент корреляции, его возможные значения?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Тема: Регрессионный анализ

Цель: Изучить задачи и методику проведения регрессионного анализа, примеры его практического применения

Задача регрессионного анализа – установление вида и параметров зависимости математического ожидания отклика $M(Y)$ от уровней одного или нескольких факторов X , когда результаты эксперимента представлены в виде пар X_1-Y_1 , X_2-Y_2 и т.д. Искомая функция называется моделью регрессионного анализа (регрессионной моделью), а ее параметры – коэффициентами регрессии. Регрессионная модель позволяет определять значение отклика Y по заданному значению фактора X не проводя эксперимента.

Задание

Более 85 % деталей тракторов и автомобилей и 95% деталей двигателей выбраковываются при износе не более 0,3 мм. Их целесообразно восстанавливать гальваническими покрытиями. Свойства гальванических покрытий определяются структурой покрытия, под которым понимают размер и форму кристаллов осажденного металла. На структуру покрытия влияет режим электролиза. Важнейшая характеристика свойств гальванических покрытий – твердость. Чем жестче режим электролиза (больше плотность тока, меньше концентрация и температура электролита), тем меньше размеры кристаллов и тем больше твердость покрытий.

Необходимо определить вид и параметры регрессионной модели, описывающей зависимость микротвердости железных покрытий H , МПа, от плотности тока Dk , А/дм².

В данном примере микротвердость железных покрытий является откликом Y , который зависит от уровней (значений) фактора X , которым является плотности тока. В результате регрессионного анализа необходимо установить вид и параметры зависимости отклика Y (микротвердости покрытия) от уровней фактора X (плотности тока).

Пример расчета

Исходные данные

Доверительная вероятность $P=0,90$

Таблица 8 - Результаты измерений

№ п/п	Плотность тока Dk , А/дм ²	Микротвердость поверхности H , МПа
(i)	(X)	($Y_{изм}$)

1	10	3000
2	20	4400
3	30	5000
4	40	5200
5	50	5400
6	60	5600
7	70	5800
8	80	6000
9	90	6200
10	100	6400

Температура электролита составляла 80 ° С, концентрация FeCl₂ *4H₂O составляла 200 г/л.

Для определения дисперсии воспроизводимости S_B^2 проводились 10 дублирующих опытов ($m=10$) при фиксированном значении плотности тока. Дисперсия воспроизводимости S_B^2 определялась по формуле

$$S_B^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (Y_{\text{изм } i} - \bar{Y}_{\text{изм}})^2,$$

где $\bar{Y}_{\text{изм}}$ - среднее значение измеренных величин, $Y_{\text{изм } i}$ – результаты i -го дублирующего измерения. Дисперсия воспроизводимости $S_B^2 = 3600 \text{ МПа}^2$.

Порядок выполнения

Предполагаем, что регрессионная модель имеет вид

$$Y_{\text{расч}} = b_0 + b_1 X + b_2 X^2,$$

где b_0, b_1, b_2 - коэффициенты регрессии.

Для определения коэффициентов регрессии составляем систему уравнений

$$\begin{cases} b_0 n + b_1 \sum X_i + b_2 \sum X_i^2 = \sum Y_i \\ b_0 \sum X_i + b_1 \sum X_i^2 + b_2 \sum X_i^3 = \sum (YX)_i \\ b_0 \sum X_i^2 + b_1 \sum X_i^3 + b_2 \sum X_i^4 = \sum (YX^2)_i \end{cases}$$

Для примера система имеет вид

$$\begin{cases} 10 b_0 + 550 b_1 + 38500 b_2 = 5.3 \cdot 10^4 \\ 550 b_0 + 38500 b_1 + 3.02 \cdot 10^6 b_2 = 3.16 \cdot 10^6 \\ 38500 b_0 + 3.02 \cdot 10^6 b_1 + 2.5 \cdot 10^8 b_2 = 2.3 \cdot 10^8 \end{cases}.$$

Решая систему уравнений определяем значения коэффициентов регрессии

$$b_0 = 2760$$

$$b_1 = 73,76$$

$$b_2 = -0,39$$

Определяем дисперсию оценок коэффициентов регрессии. Для j -го коэффициента регрессии

$$S^2(b_j) = S_B^2 C_{jj},$$

где S_B^2 – дисперсия воспроизводимости; C_{jj} – элемент матрицы Φ^{-1} , обратной информационной.

Информационная матрица имеет вид

$$\Phi = \begin{pmatrix} n & \sum X_i & \sum X_i^2 \\ \sum X_i & \sum X_i^2 & \sum X_i^3 \\ \sum X_i^2 & \sum X_i^3 & \sum X_i^4 \end{pmatrix}$$

Обратная матрица определяется по формуле

$$\Phi^{-1} = \frac{1}{\det \Phi} \begin{pmatrix} D_{00} & D_{10} & D_{20} \\ D_{01} & D_{11} & D_{21} \\ D_{02} & D_{12} & D_{22} \end{pmatrix},$$

где $\det \Phi$ – детерминант матрицы Φ , D_{jk} – алгебраическое дополнение элемента матрицы в j -ой строке и k -ом столбце.

Для примера дисперсии оценок коэффициентов регрессии $S^2(b_0) = 4,9 \cdot 10^3$; $S^2(b_1) = 8,6$; $S^2(b_2) = 6,8 \cdot 10^{-4}$.

Проверяем значимость полученных коэффициентов регрессии. Для этого определяем наблюдаемые значения критерия Стьюдента для каждого коэффициента регрессии b_j по формуле

$$t_{Hj} = \frac{|b_j|}{S(b_j)}.$$

Для примера наблюдаемые значения критерия Стьюдента равны $t_{H0} = 39,11$; $t_{H1} = 25,02$; $t_{H2} = 15,08$.

Критическое значение критерия Стьюдента определяется по таблице А.2 для $P=0.90$ и $m=10$ равно $t_k = 1,833$.

Если $t_{Hj} > t_k$, то коэффициент b_j значим, в противном случае – $b_j = 0$

Для примера принятые значения b_j :

$$b_0 = 2760$$

$$b_1 = 73,76$$

$$b_2 = -0,39$$

Полученная регрессионная модель имеет вид

$$Y_{\text{расч}} = 2760 + 73.76 * X - 0.39 * X^2,$$

где $Y_{\text{расч}}$ - микротвердость поверхности H , МПа; X - плотность тока Dk , A/dm^2

Число параметров модели d равно числу значимых коэффициентов регрессии. Для примера $d = 3$.

Результаты расчета микротвердости поверхности по полученной модели даны в таблице 10 и на рисунке 2.

Таблица 10 – Результаты измерений и расчета по модели

N п/п	Плотность тока Dk , A/dm^2	Микротвердость поверхности H , МПа	
		Результаты измерений	Результаты расчета по регрессионной модели
(g)	(X)	($Y_{\text{измер}}$)	($Y_{\text{расч}}$)
1	10	3000	3458,5
2	20	4400	4079
3	30	5000	4621,5
4	40	5200	5086
5	50	5400	5472,5
6	60	5600	5781
7	70	5800	6011,5
8	80	6000	6164
9	90	6200	6238,5
10	100	6400	6235

Зависимость микротвердости поверхности от плотности тока

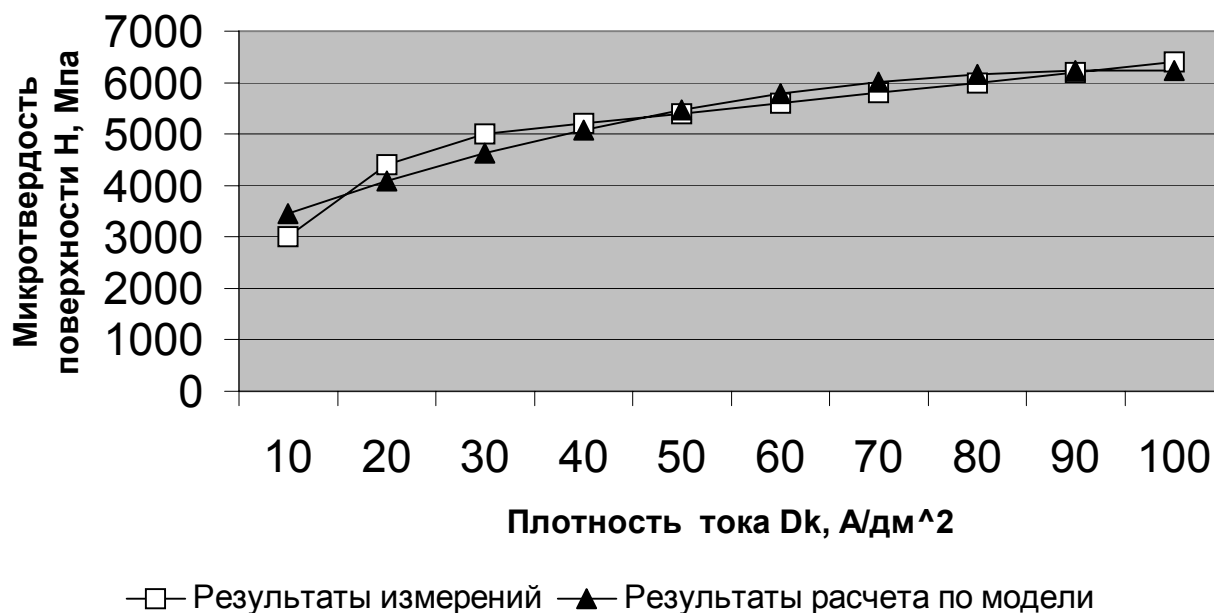


Рисунок 2

Проверяем адекватность полученной регрессионной модели. Для этого вычисляем остаточную дисперсию S_o^2 и сопоставляем ее с дисперсией воспроизводимости S_B^2 с помощью критерия Фишера.

$$S_o^2 = \frac{1}{n - (d + 1)} \sum_{g=1}^n (Y_{\text{измер}_g} - Y_{\text{расч}_g})^2,$$

где n – количество измерений, $n = 10$.

Для примера остаточная дисперсия составляет $S_o^2 = 101312 \text{ МПа}^2$

Наблюдаемое значение критерия Фишера определяется

$$F_H = \frac{S_o^2}{S_B^2}$$

Для примера $F_H = 28,14$.

Критическое значение критерия Фишера F_k определяется по таблице А.5 для заданной доверительной вероятности P , m_1 и m_2 , где m_1 и m_2 определяются в зависимости от степеней свободы f_1 и f_2 , количества параметров модели d , количества измерений n и количества дублирующих опытов m :

$$\begin{aligned} f_1 &= n - d, & f_1 &= 10 - 3 = 7 \\ f_2 &= m - 1, & f_2 &= 10 - 1 = 9 \\ m_1 &= f_1 + 1, & m_1 &= 7 + 1 = 8 \\ m_2 &= f_2 + 1, & m_2 &= 9 + 1 = 10 \end{aligned}$$

Для примера при $P = 0,90$, $m_1 = 8$, $m_2 = 10$ критическое значение критерия Фишера $F_k = 2,70$.

Если $F_H < F_k$, то модель адекватна. В противном случае – не адекватна. Сделайте заключение об адекватности модели.

Вывод: *Полученная регрессионная модель адекватна*

Контрольные вопросы

1. Назовите задачи регрессионного анализа, с какой целью он проводится?
2. Что такое регрессионная модель?
3. Как проверяют адекватность регрессионной модели?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8

Тема: Планирование эксперимента. Определение вида линейной по параметрам многофакторной модели (последовательное планирование).

Цель: Изучить методику планирования полного факторного эксперимента для построения линейной двухфакторной модели.

Основной принцип теории планирования эксперимента – получение максимум информации при минимальных затратах времени и средств на эксперимент.

При последовательном планировании порядок модели до опыта неизвестен. На первом этапе предполагается, что модель линейна

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2,$$

где X_1 и X_2 – два контролируемых фактора.

Проводят эксперимент, определяют параметры b_0 , b_1 , b_2 и проверяют адекватность модели. Если модель адекватна, то заканчивают эксперимент. В противном случае модель предполагается в виде

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2,$$

т. е. учитывается взаимодействие факторов, вычисляют параметры модели и проверяют ее адекватность. Если модель не адекватна, то модель предполагается квадратичной и проводятся недостающие опыты для определения ее параметров и проверяется ее адекватность.

Для обработки результатов эксперимента факторы нормализуют. Для определения параметров линейной модели достаточно каждый фактор фиксировать на одном из двух уровней: верхнем и нижнем (верхний уровень – большее значение, нижний – меньшее значение). Верхний уровень нормализованного фактора обозначают «+1», нижний «-1».

Эксперимент, в котором используются все возможные сочетания уровней факторов, называется полным факторным экспериментом (ПФЭ).

План проведения эксперимента и его результаты записываются в виде таблицы, которая называется матрицей планирования. Если результаты эксперимента в таблицу не записываются, то такая таблица называется факторным планом.

Задание

Определить параметры модели зависимости средней толщины h (отклик Y), осажденного на катоде металла при нанесении гальванического покрытия, от плотности тока на катоде Dk (фактор X_1) и времени нанесения покрытия t (фактор X_2). Модель ищем в виде

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2.$$

Исходные данные для выполнения расчетов даны в таблице Б.7.

Пример расчета

Таблица 11 - Исходные данные

Наименование процесса	<i>Износостойкое хромирование</i>
Плотность металла покрытия, г/см ³	6,9
Электрохимический эквивалент С, г/А*ч	0,324
Выход металла по току, %	13
Пределы изменения плотности тока Dk, А/дм ²	50 - 75
Пределы изменения времени нанесения покрытия t, ч	4 – 6
Дисперсия воспроизводимости Sv, мм ²	0,0022
Доверительная вероятность Р	0,95

Порядок выполнения

1. Определите область экспериментирования

Таблица 12 – Область экспериментирования

№ фактора	1) Обозначение	Xmax		Xmin	
		натуральное значение.	нормализ. значение	натуральное значение	нормализ. значение
1	Плотность тока Dk, А/дм ²	75	1	50	-1
2	Время нанесения покрытия t, ч	6	1	4	-1

№ фактора	3) Обозначение	Xmax-Xmin	Xсреднее	
		натуральное значение.	натуральное значение	нормализован. значение
1	Плотность тока Dk, А/дм ²	25	62,5	0
2	Время нанесения покрытия t, ч	2	5	0

2. Составьте план полного факторного эксперимента.

При составлении плана полного факторного эксперимента необходимо обеспечить все возможные сочетания уровней факторов. Полученный факторный план представлен в таблице 13.

Таблица 13 – План полного факторного эксперимента (факторный план)

--	--	--	--

№ опыта и	X ₁ (плотность тока Dk)		X ₂ (времени нанесения покрытия t)		X ₁ ·X ₂
	натуральное значение, А/дм ²	нормализованное значение	натуральное значение, ч	Нормализованное значение	Нормализованное значение
1	2	3	4	5	6
1	75	1	6	1	1
2	75	1	4	-1	-1
3	50	-1	6	1	-1
4	50	-1	4	-1	1

В соответствии с факторным планом был проведен эксперимент и была измерена получаемая толщина покрытия. Результаты измерений были записаны в расширенную матрицу планирования (см. таблицу 14).

3. Определите параметры нормализованной модели

Параметры нормализованной модели определяются по формулам:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N Y_u$$

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N (x_i \cdot Y)_u$$

$$b_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N (x_i \cdot x_j \cdot Y)_u,$$

где N – число опытов (N=4); i, j – номера факторов; x_i, x_j – нормализованные значения факторов; Y_u – измеренное значение отклика в u – м опыте.

Для примера b₀=0,1908; b₁= 0,0382; b₂= 0,0382; b₁₂= 0,0076

Таблица 14 – Расширенная матрица планирования и результаты расчета по модели

№ опыта и	X ₁ (плотность тока Dk)		X ₂ (времени нанесения покрытия t)		X ₁ ·X ₂	Толщина покрытия h, мм	
	натуральное значение, А/дм ²	нормализованное значение	натуральное значение, ч	нормализованное значение	Нормализованное значение	измеренное (Y _и)	рассчитанное по модели
1	2	3	4	5	6	7	8
1	75	1	6	1	1	0,275	0,2744
2	75	1	4	-1	-1	0,183	0,198
3	50	-1	6	1	-1	0,183	0,198
4	50	-1	4	-1	1	0,122	0,1216

5. Проверьте значимость параметров модели.

Для этого для каждого параметра b_i определяем доверительный интервал Δb_i :

$$\Delta b_i = \pm t(P, mN) \frac{S_B}{\sqrt{mN}},$$

где $m=10$ – число дублирующих опытов для определения дисперсии воспроизводимости, N – число серий опытов в плане ($N=4$), S_B – дисперсия воспроизводимости, $t(P, mN)$ – критическое значение критерия Стьюдента, выбирается по таблице А.2. Для доверительной вероятности $P=0,95$ и $mN=40$ значение критерия $t=2,021$.

Для определения дисперсии воспроизводимости S_B^2 в центре плана (нормализованные координаты $X_1=0$ и $X_2=0$) проводились 10 дублирующих опытов ($m=10$). Дисперсия воспроизводимости определялась по формуле

$$S_B^2 = \frac{\sum_{j=1}^m (Y_{oj} - \bar{Y}_o)^2}{m-1},$$

где $m=10$ – число дублирующих опытов; \bar{Y}_o – среднее значение отклика, Y_{oj} – результат j -го дублирующего измерения. Дисперсия воспроизводимости составила $S_B^2 = 0,0022 \text{ мм}^2$

Для примера значения доверительных интервалов: $\Delta b_0 = 0,03$; $\Delta b_1 = 0,03$; $\Delta b_2 = 0,03$; $\Delta b_{12} = 0,03$.

Если $|\Delta b_i| < |b_i|$, то параметр значим, иначе $b_i=0$.

Принятые значения параметров модели $b_0=0,1908$; $b_1=0,0382$; $b_2=0,0382$; $b_{12}=0$

Затем вычисляется остаточная дисперсия S_o^2 и проверяется адекватность модели с помощью критерия Фишера. В практической работе адекватность модели не рассчитывается.

Значения толщины осажденного металла, рассчитанные по модели, представлены в таблице 14.

Нормализованная модель имеет вид

$$Y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2,$$

где Y – толщина осажденного металла, мм; x_1 – нормализованное значение первого фактора – плотности тока; x_2 – нормализованное значение второго фактора – длительности нанесения покрытия, b_0, b_1, b_2, b_{12} – рассчитанные параметры модели. При расчетах по нормализованной модели вместо X_i подставляют их нормализованные значения.

Полученная нормализованная модель имеет вид:

$$Y = 0,1908 + 0,0382x_1 + 0,0382x_2$$

6. Перейдите к натуральной модели

Для этого необходимо подставить в формулу нормализованной модели вместо X_i выражение

$$X_i = \frac{X_i - X_{\text{cp}}}{X_{\text{max}} - X_{\text{min}}}$$

В натуральной модели при расчетах подставляем вместо X_i натуральные значения i -го фактора. Полученная натуральная модель имеет вид:

$$Y = 0.1908 + 0.0382 \frac{X_1 - 62.5}{25} + 0.0382 \frac{X_2 - 5}{2}$$

С помощью полученной модели можно определить толщину осажденного металла в зависимости от плотности тока и времени нанесения гальванического покрытия.

Контрольные вопросы

1. Основной принцип при планировании эксперимента?
2. В чем заключается последовательное планирование?
3. Сколько и какие уровни факторов используются для определения параметров линейной модели?
4. Назовите нормализованные значения уровней факторов?
5. Что называется полным факторным экспериментом?
6. Что представляет собой матрица планирования и факторный план, их отличие?

ЛИТЕРАТУРА

1. Ящерицын П. И., Махаринский Е. И. Планирование эксперимента в машиностроении: [Справ. пособие]. – Мн.: Выш. шк., 1985 – 286 с., ил.
2. Болбас М. М. Основы технической эксплуатации автомобилей: учебник. – Мн.: Амалфея, 2001.
3. Иванов В. П. Ремонт автомобилей. – Мн.: Дизайн ПРО, 2000. – 286 с.
4. Надежность и ремонт машин/В. В. Курчаткин и др.; Под ред. В. В. Курчаткина. – М.: Колос, 2000. – 776 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А.1 - Критические значения критерия $v(P,m)$

m	Доверительная вероятность P			
	0,90	0,95	0,975	0,99
3	1,406	1,412	1,414	1,414
4	1,645	1,689	1,710	1,723
5	1,791	1,869	1,917	1,955
6	1,894	1,996	2,067	2,130
7	1,947	2,093	2,182	2,265
8	2,041	2,172	2,273	2,374
9	2,097	2,238	2,349	2,464
10	2,146	2,294	2,414	2,540
11	2,190	2,343	2,470	2,606
12	2,229	2,387	2,519	2,663
13	2,264	2,426	2,563	2,713
14	2,297	2,461	2,602	2,759
16	2,354	2,523	2,670	2,837
18	2,404	2,577	2,728	2,903
20	2,447	2,623	2,779	2,959
22	2,486	2,664	2,823	3,008
24	2,521	2,701	2,862	3,051
26	2,553	2,734	2,897	3,089
28	2,582	2,764	2,929	3,124
30	2,609	2,792	2,958	3,156
35	2,668	2,853	3,022	3,224
40	2,718	2,904	3,075	3,281
45	2,762	2,948	3,120	3,329
50	2,800	2,987	3,160	3,370

i)

Таблица А.2 – Критические значения критерия Стьюдента $t(P,m)$

m	Доверительная вероятность P			
	0,90	0,95	0,975	0,99
3	2,920	4,303	6,205	9,925
4	2,353	3,183	4,177	5,841
5	2,132	2,776	3,495	4,604
6	2,015	2,571	3,163	4,032
7	1,943	2,447	2,969	3,707
8	1,895	2,365	2,841	3,500
9	1,859	2,306	2,752	3,355
10	1,833	2,262	2,685	3,250
11	1,813	2,228	2,634	3,169
12	1,796	2,201	2,593	3,106
13	1,782	2,179	2,560	3,055
14	1,771	2,160	2,533	3,012
15	1,761	2,145	2,510	2,977
16	1,753	2,132	2,490	2,947
18	1,739	2,110	2,458	2,898
20	1,729	2,093	2,433	2,861
22	1,721	2,080	2,414	2,831
24	1,714	2,069	2,398	2,807
25	1,711	2,064	2,391	2,797
30	1,699	2,045	2,364	2,756
40	1,684	2,021	2,329	2,705
60	1,671	2,000	2,299	2,660
120	1,658	1,980	2,270	2,617
∞	1,645	1,960	2,241	2,576

Таблица А.3 - Значения критерия τ_k

m	P	
	0,95	0,99
4	0,390	0,256
5	0,410	0,269
6	0,445	0,281
7	0,468	0,307
8	0,491	0,331
9	0,514	0,354
10	0,531	0,376
11	0,548	0,397
12	0,564	0,414
13	0,578	0,431
14	0,591	0,447
15	0,603	0,461
16	0,614	0,475
17	0,624	0,487
18	0,633	0,499

m	P	
	0,95	0,99
19	0,642	0,510
20	0,650	0,520
25	0,676	0,542
30	0,704	0,508
35	0,725	0,611
40	0,742	0,636
45	0,757	0,658
50	0,769	0,674
60	0,789	0,702
70	0,804	0,724
80	0,817	0,741
90	0,827	0,756
100	0,836	0,767
110	0,843	0,778
120	0,850	0,788

Таблица А.4 - Критическое значение критерия Кохрена G_k

n	m							
	4	5	6	7	8	9	10	17
P=0,95								
3	0,798	0,746	0,707	0,677	0,653	0,633	0,617	0,547
4	0,684	0,629	0,589	0,560	0,537	0,518	0,502	0,437
5	0,589	0,544	0,507	0,478	0,456	0,439	0,424	0,365
6	0,532	0,480	0,445	0,418	0,398	0,382	0,368	0,312
7	0,480	0,431	0,397	0,373	0,354	0,338	0,326	0,276
8	0,438	0,391	0,359	0,336	0,319	0,304	0,293	0,246
10	0,373	0,331	0,303	0,282	0,267	0,254	0,244	0,203
12	0,326	0,288	0,262	0,244	0,230	0,219	0,210	0,174
15	0,276	0,242	0,219	0,203	0,191	0,182	0,144	0,143
20	0,220	0,192	0,174	0,160	0,150	0,142	0,136	0,111
P=0,99								
3	0,883	0,834	0,793	0,761	0,734	0,711	0,691	0,606
4	0,781	0,721	0,676	0,641	0,613	0,590	0,570	0,488
5	0,696	0,633	0,588	0,553	0,526	0,504	0,485	0,409
6	0,626	0,564	0,520	0,487	0,461	0,440	0,423	0,353
7	0,569	0,508	0,466	0,435	0,411	0,391	0,375	0,310
8	0,521	0,463	0,423	0,393	0,370	0,352	0,337	0,278
10	0,447	0,393	0,357	0,331	0,311	0,295	0,281	0,230
12	0,392	0,343	0,310	0,286	0,268	0,254	0,242	0,196
15	0,332	0,288	0,259	0,239	0,223	0,210	0,200	0,161
20	0,265	0,229	0,205	0,188	0,175	0,165	0,157	0,125

Таблица А.5 - Критические значения критерия Фишера F

P	m ₂	m ₁								
		4	6	8	10	15	20	30	40	60
0,90	4	5,39	5,31	5,27	5,24	5,20	5,18	5,17	5,14	5,15
0,95		9,28	9,10	8,89	8,81	8,70	8,66	8,62	8,59	8,57
0,99		29,5	28,2	27,7	27,3	26,9	26,7	26,5	26,4	26,3
0,90	6	3,62	3,45	3,37	3,32	3,24	3,21	3,17	3,16	3,14
0,95		5,41	5,05	4,88	4,77	4,62	4,56	4,50	4,46	4,43
0,99		12,1	11,0	10,5	10,2	9,72	9,55	9,38	9,29	9,20
0,90	8	3,07	2,83	2,78	2,70	2,63	2,59	2,56	2,54	2,52
0,95		4,35	3,87	3,79	3,64	3,51	3,44	3,38	3,34	3,32
0,99		8,45	7,19	6,99	6,62	6,31	6,16	5,99	5,91	5,86
0,90	10	2,81	2,61	2,51	2,44	2,34	2,30	2,25	2,23	2,21
0,95		3,86	3,48	3,29	2,18	3,01	2,94	2,86	2,83	2,79
0,99		6,99	6,06	5,61	5,35	4,96	4,81	4,65	4,57	4,48
0,90	15	2,52	2,24	2,19	2,12	2,01	1,96	1,91	1,89	1,86
0,95		3,34	2,85	2,76	2,65	2,46	2,39	2,31	2,27	2,22
0,99		5,56	4,46	4,28	4,03	3,66	3,51	3,35	3,27	3,18
0,90	20	2,40	2,18	2,06	1,98	1,86	1,81	1,76	1,73	1,70
0,95		3,13	2,74	2,54	2,42	2,23	2,16	2,07	2,03	1,98
0,99		5,01	4,17	3,77	3,52	3,15	3,00	2,84	2,76	2,67
0,90	30	2,28	2,05	1,93	1,85	1,72	1,67	1,61	1,57	1,54
0,95		2,92	2,53	2,33	2,21	2,01	1,93	1,84	1,79	1,74
0,99		4,51	3,70	3,30	3,07	2,70	2,55	2,39	2,30	2,21
0,90	40	2,23	2,00	1,87	1,79	1,66	1,61	1,54	1,51	1,47
0,95		2,84	2,45	2,25	2,12	1,92	1,84	1,74	1,69	1,64
0,99		4,31	3,51	3,12	2,82	2,52	2,37	2,20	2,11	2,02
0,90	60	2,18	1,95	1,82	1,74	1,60	1,54	1,48	1,44	1,40
0,95		2,76	2,37	2,17	2,04	1,84	1,75	1,65	1,59	1,53
0,99		4,13	3,34	2,95	2,72	2,35	2,20	2,03	1,94	1,84
0,90	120	2,13	1,90	1,77	1,68	1,55	1,48	1,41	1,37	1,32
0,95		2,68	2,29	2,09	1,96	1,75	1,66	1,55	1,50	1,43
0,99		3,95	3,17	2,79	2,56	2,19	2,03	1,86	1,76	1,66

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Таблица Б.1 - Исходные данные к практической работе №1, 2

вар№	Дном	Результаты измерений размеров восстановленных деталей, мм										Доверительная вероятность Р
	мм	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
1	35	34,956	34,961	34,947	34,963	34,957	34,962	34,962	34,948	34,947	34,955	0,95
2	36	35,959	35,954	35,964	35,960	35,963	35,949	35,963	35,964	35,949	35,963	0,95
3	37	36,953	36,962	36,953	36,950	36,961	36,963	36,951	36,952	36,952	36,947	0,99
4	38	37,964	37,961	37,959	37,946	37,962	37,959	37,963	37,961	37,958	37,948	0,99
5	39	38,960	38,956	38,949	38,962	38,960	38,952	38,964	38,955	38,955	38,965	0,95
6	40	39,955	39,965	39,962	39,951	39,961	39,951	39,949	39,962	39,949	39,964	0,99
7	41	40,957	40,946	40,962	40,957	40,959	40,947	40,951	40,950	40,946	40,952	0,95
8	42	41,952	41,958	41,948	41,960	41,951	41,954	41,964	41,955	41,960	41,958	0,95
9	43	42,947	42,949	42,962	42,959	42,947	42,952	42,955	42,962	42,954	42,953	0,99
10	44	43,965	43,948	43,954	43,951	43,949	43,964	43,964	43,959	43,952	43,947	0,99
11	45	44,947	44,951	44,946	44,953	44,965	44,948	44,959	44,946	44,955	44,963	0,95
12	46	45,960	45,958	45,948	45,959	45,960	45,963	45,948	45,954	45,957	45,953	0,99
13	47	46,949	46,964	46,963	46,951	46,963	46,964	46,951	46,956	46,950	46,959	0,95
14	48	47,957	47,953	47,963	47,964	47,959	47,950	47,959	47,956	47,947	47,954	0,95
15	49	48,959	48,957	48,964	48,953	48,950	48,953	48,961	48,965	48,950	48,959	0,99
16	50	49,964	49,952	49,957	49,964	49,953	49,962	49,956	49,952	49,951	49,954	0,99
17	51	50,956	50,949	50,954	50,962	50,961	50,951	50,957	50,952	50,962	50,955	0,95
18	52	51,954	51,949	51,960	51,956	51,951	51,962	51,964	51,950	51,959	51,958	0,99
19	53	52,956	52,949	52,955	52,947	52,963	52,950	52,951	52,962	52,956	52,950	0,95
20	54	53,958	53,952	53,960	53,963	53,949	53,963	53,947	53,953	53,953	53,963	0,95

Таблица Б.2 - Исходные данные к практической работе №3

вар№	№ станка	Дном мм	Результаты измерения размеров , мм										Доверительная вероятность Р
			X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
1	1	35	34,938	34,945	34,946	34,939	34,953	34,947	34,927	34,931	34,937	34,961	0,95
	2		34,958	34,964	34,950	34,964	34,953	34,959	34,964	34,956	34,962	34,963	
	3		34,946	34,952	34,946	34,944	34,959	34,942	34,951	34,945	34,940	34,962	
	4		34,950	34,950	34,959	34,949	34,958	34,964	34,950	34,964	34,963	34,956	

вар№	№ станка	Дном мм	Результаты измерения размеров , мм										Доверительная вероятность Р
			X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
2	1	36	35,965	35,958	35,954	35,946	35,956	35,948	35,927	35,961	35,931	35,961	0,95
	2		35,954	35,962	35,947	35,950	35,947	35,957	35,950	35,961	35,947	35,948	
	3		35,954	35,958	35,956	35,955	35,947	35,936	35,942	35,955	35,962	35,962	
	4		35,963	35,952	35,959	35,950	35,953	35,948	35,953	35,952	35,955	35,954	

вар№	№ станка	Дном мм	Результаты измерения размеров , мм										Доверительная вероятность Р
			X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
3	1	37	36,928	36,934	36,930	36,948	36,947	36,951	36,961	36,929	36,943	36,952	0,95
	2		36,954	36,955	36,958	36,948	36,953	36,963	36,948	36,961	36,953	36,962	
	3		36,962	36,954	36,947	36,937	36,959	36,955	36,958	36,937	36,937	36,949	
	4		36,954	36,952	36,953	36,948	36,954	36,956	36,964	36,956	36,962	36,959	

вар№	№ станка	Дном мм	Результаты измерения размеров , мм										Доверительная вероятность Р
			X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
4	1	38	37,939	37,957	37,959	37,939	37,952	37,964	37,955	37,961	37,937	37,938	0,99
	2		37,953	37,954	37,965	37,946	37,957	37,963	37,949	37,949	37,957	37,959	
	3		37,954	37,964	37,937	37,959	37,959	37,962	37,948	37,964	37,944	37,953	

	4		37,959	37,951	37,964	37,949	37,963	37,958	37,948	37,950	37,947	37,964
--	---	--	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

вар№	№ станка	Дном мм	Результаты измерения размеров , мм										Доверительная вероятность Р
			X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
5	1	39	38,935	38,953	38,931	38,952	38,951	38,956	38,965	38,944	38,942	38,927	0,99
	2		38,956	38,952	38,956	38,949	38,950	38,963	38,949	38,949	38,959	38,950	
	3		38,960	38,938	38,938	38,958	38,947	38,944	38,962	38,938	38,947	38,952	
	4		38,961	38,949	38,959	38,958	38,950	38,956	38,962	38,960	38,961	38,955	

вар№	№ станка	Дном мм	Результаты измерения размеров , мм										Доверительная вероятность Р
			X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
6	1	40	39,935	39,931	39,936	39,956	39,944	39,931	39,933	39,926	39,956	39,946	0,99
	2		39,954	39,957	39,950	39,959	39,948	39,948	39,962	39,955	39,964	39,956	
	3		39,955	39,962	39,943	39,938	39,961	39,956	39,957	39,959	39,953	39,958	
	4		39,963	39,965	39,950	39,957	39,952	39,953	39,950	39,957	39,957	39,958	

вар№	№ станка	Дном мм	Результаты измерения размеров , мм										Доверительная вероятность Р
			X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
7	1	41	40,940	40,951	40,933	40,942	40,954	40,930	40,930	40,945	40,948	40,939	0,95
	2		40,947	40,958	40,959	40,953	40,948	40,950	40,960	40,954	40,952	40,963	
	3		40,938	40,937	40,948	40,961	40,952	40,949	40,957	40,946	40,955	40,939	
	4		40,957	40,950	40,957	40,952	40,947	40,959	40,948	40,951	40,964	40,956	

вар№	№ станка	Дном мм	Результаты измерения размеров , мм										Доверительная вероятность Р
			X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
8	1	42	41,956	41,930	41,959	41,936	41,927	41,940	41,944	41,938	41,926	41,930	0,99
	2		41,954	41,954	41,954	41,947	41,946	41,958	41,956	41,959	41,959	41,952	
	3		41,941	41,955	41,948	41,960	41,954	41,949	41,936	41,964	41,940	41,942	
	4		41,961	41,960	41,947	41,948	41,956	41,958	41,948	41,953	41,962	41,953	

вар№	№ станка	Дном мм	Результаты измерения размеров , мм										Доверительная вероятность Р
			X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
9	1	43	42,945	42,950	42,930	42,938	42,942	42,954	42,965	42,965	42,944	42,965	0,99
	2		42,954	42,961	42,951	42,956	42,954	42,949	42,961	42,958	42,957	42,962	
	3		42,949	42,965	42,963	42,956	42,960	42,944	42,960	42,937	42,954	42,946	
	4		42,955	42,947	42,954	42,954	42,958	42,948	42,950	42,958	42,947	42,955	
вар№	№ станка	Дном мм	Результаты измерения размеров , мм										Доверительная вероятность Р
			X1	2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
10	1	44	43,946	43,939	43,954	43,931	43,956	43,951	43,961	43,964	43,951	43,940	0,99
	2		43,963	43,959	43,956	43,958	43,948	43,951	43,959	43,958	43,961	43,946	
	3		43,954	43,963	43,946	43,945	43,937	43,960	43,953	43,940	43,937	43,962	
	4		43,957	43,958	43,957	43,952	43,960	43,947	43,960	43,956	43,958	43,964	

Таблица Б.3 - Исходные данные для практической работы №4 (Разность диаметра развертки и диаметра отверстия, мкм; Р – доверительная вероятность)

Вар№	1	Вар№	2	Вар№	3	Вар№	4	Вар№	5
Р=	0,95	Р=	0,99	Р=	0,9	Р=	0,95	Р=	0,9
для D1	для D2	для D1	для D2	для D1	для D2	для D1	для D2	для D1	для D2
7	7	3	7	9	11	6	9	6	14
1	12	8	9	7	13	9	11	8	7
1	7	9	10	5	8	6	15	6	12
8	13	2	7	3	12	5	10	3	15
3	8	7	11	2	11	3	7	7	13
3	7	10	8	7	7	4	5	9	12
5	13	8	7	9	6	4	6	1	12
9	15	9	15	6	10	8	10	4	6
4	13	4	12	5	10	9	8	8	13

5	13	3	14	3	14	4	15	1	7
---	----	---	----	---	----	---	----	---	---

Вар№	6	Вар№	7	Вар№	8	Вар№	9	Вар№	10
P=	0,95	P=	0,99	P=	0,9	P=	0,95	P=	0,9
для D1	для D2	для D1	для D2	для D1	для D2	для D1	для D2	для D1	для D2
9	13	9	11	2	7	4	8	10	5
2	8	9	11	7	14	5	14	2	6
10	7	1	9	9	15	4	7	4	7
9	7	8	7	2	10	4	5	1	9
8	11	10	8	9	6	9	7	2	8
8	14	9	6	6	10	7	8	4	11
2	15	8	10	4	14	7	7	10	10
2	7	10	7	4	12	4	8	2	14
7	5	7	11	6	10	7	15	6	12
4	5	10	7	6	15	8	15	3	10

Таблица Б.4 – Исходные данные для практической работы № 5.

Вар. № 1

P= 0,95

Ra= 0,32 мкм

Вар. № 2

P= 0,99

Ra= 0,32 мкм

Марка СОЖ	Результаты наблюдений Ra, мкм						Марка СОЖ	Результаты наблюдений Ra, мкм					
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6
1	0,32	0,32	0,35	0,27	0,30	0,28	1	0,36	0,28	0,32	0,31	0,28	0,30
2	0,33	0,32	0,37	0,35	0,29	0,29	2	0,38	0,26	0,38	0,38	0,30	0,29
3	0,35	0,29	0,38	0,34	0,28	0,31	3	0,32	0,29	0,34	0,38	0,28	0,30
4	0,36	0,28	0,34	0,30	0,31	0,29	4	0,36	0,30	0,33	0,27	0,31	0,31
5	0,38	0,26	0,36	0,34	0,31	0,30	5	0,34	0,29	0,33	0,39	0,24	0,25

Вар. № 3
 P= 0,95
 Ra= 0,63 мкм

Вар. № 4
 P= 0,99
 Ra= 0,63 мкм

Марка СОЖ	Результаты наблюдений Ra, мкм						Марка СОЖ	Результаты наблюдений Ra, мкм					
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6
1	0,65	0,58	0,65	0,62	0,58	0,60	1	0,65	0,60	0,64	0,63	0,60	0,58
2	0,66	0,62	0,66	0,67	0,58	0,63	2	0,63	0,60	0,68	0,63	0,60	0,61
3	0,69	0,61	0,68	0,67	0,57	0,58	3	0,69	0,61	0,64	0,67	0,58	0,57
4	0,66	0,59	0,63	0,61	0,60	0,62	4	0,63	0,62	0,66	0,62	0,60	0,60
5	0,64	0,56	0,65	0,64	0,56	0,62	5	0,64	0,56	0,70	0,64	0,57	0,61

Вар. № 5
 P= 0,95
 Ra= 0,63 мкм

Вар. № 6
 P= 0,99
 Ra= 0,32 мкм

Марка СОЖ	Результаты наблюдений Ra, мкм						Марка СОЖ	Результаты наблюдений Ra, мкм					
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6
1	0,64	0,60	0,67	0,58	0,62	0,59	1	0,36	0,31	0,35	0,30	0,31	0,30
2	0,66	0,62	0,66	0,68	0,61	0,59	2	0,34	0,30	0,35	0,37	0,27	0,27
3	0,68	0,60	0,68	0,70	0,63	0,58	3	0,32	0,31	0,33	0,33	0,29	0,25
4	0,67	0,59	0,67	0,60	0,60	0,59	4	0,33	0,30	0,34	0,29	0,30	0,29
5	0,63	0,55	0,65	0,66	0,57	0,57	5	0,34	0,27	0,34	0,36	0,26	0,28

Вар. № 7
 P= 0,95

Вар. № 8
 P= 0,99

Ra= 0,32 мкм							Ra= 0,63 мкм						
Марка СОЖ	Результаты наблюдений Ra, мкм						Марка СОЖ	Результаты наблюдений Ra, мкм					
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6
1	0,32	0,31	0,34	0,30	0,29	0,31	1	0,67	0,62	0,66	0,63	0,63	0,62
2	0,36	0,30	0,37	0,34	0,27	0,29	2	0,66	0,59	0,65	0,65	0,62	0,61
3	0,34	0,32	0,38	0,33	0,27	0,26	3	0,67	0,63	0,69	0,64	0,62	0,62
4	0,36	0,32	0,36	0,31	0,28	0,31	4	0,68	0,60	0,63	0,60	0,60	0,61
5	0,34	0,27	0,40	0,40	0,31	0,30	5	0,70	0,61	0,69	0,69	0,56	0,60

Вар. № 9

P= 0,95

Ra= 0,63 мкм

Вар. № 10

P= 0,99

Ra= 0,63 мкм

Марка СОЖ	Результаты наблюдений Ra, мкм						Марка СОЖ	Результаты наблюдений Ra, мкм					
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6
1	0,67	0,60	0,68	0,61	0,60	0,61	1	0,67	0,61	0,67	0,59	0,59	0,60
2	0,66	0,61	0,65	0,67	0,62	0,60	2	0,67	0,62	0,67	0,67	0,62	0,60
3	0,64	0,61	0,67	0,67	0,58	0,59	3	0,67	0,62	0,66	0,67	0,59	0,60
4	0,63	0,61	0,65	0,63	0,62	0,61	4	0,64	0,59	0,66	0,62	0,61	0,60
5	0,69	0,60	0,68	0,67	0,62	0,57	5	0,71	0,57	0,64	0,66	0,58	0,60

Таблица Б.5 – Исходные данные к практической работе № 6 (H – высота над уровнем моря, м; ΔN – снижение эффективной мощности двигателя, %; P – доверительная вероятность)

Вар №	1	2	3	4	5
P=	0,95	0,99	0,95	0,99	0,95

№ изм.	H	ΔN	H	ΔN	H	ΔN	H	ΔN	H	ΔN
1	400	6,7	2400	19,6	3400	28,4	1000	6,5	0	0,0
2	600	7,7	2600	20,9	3600	30,0	1200	8,6	200	5,8
3	800	11,1	2800	22,9	3800	31,3	1400	9,9	400	6,6
4	1000	6,2	3000	25,1	4000	34,1	1600	10,9	600	9,4
5	1200	9,1	3200	27,5	4200	41,3	1800	14,5	800	10,6
6	1400	9,2	3400	29,5	4400	43,7	2000	16,3	1000	5,8
7	1600	11,1	3600	29,8	4600	45,8	2200	18,0	1200	7,4
8	1800	13,5	3800	32,6	4800	48,2	2400	19,0	1400	9,9
9	2000	16,0	4000	33,8	5000	49,8	2600	22,1	1600	11,2
10	2200	17,2	4200	42,6	3400	28,4	2800	22,4	1800	13,3
Вар №	6		7		8		9		10	
P=	0,99		0,95		0,99		0,99		0,95	
№ изм.	H	ΔN	H	ΔN	H	ΔN	H	ΔN	H	ΔN
1	1600	11,2	1600	11,2	2600	20,2	3400	27,8	0	0
2	1800	13,3	1800	13,3	2800	23,2	3600	30,0	200	5,8
3	2000	15,4	2000	15,4	3000	25,8	3800	31,4	800	10,6
4	2200	17,2	2200	17,2	3200	26,9	4000	35,1	1400	9,9
5	2400	18,6	2400	18,6	3400	27,8	4200	41,6	2000	15,4
6	2600	20,2	2600	20,2	3600	30,0	4400	44,7	2600	20,2
7	2800	23,2	2800	23,2	3800	31,4	4600	45,2	3200	26,9
8	3000	25,8	3000	25,8	4000	35,1	4800	47,7	3800	31,4
9	3200	26,9	3200	26,9	4200	41,6	5000	50,1	4400	44,7
10	3400	27,8	3400	27,8	4400	44,7	5200	51,8	5000	50,1

Таблица Б.6 – Исходные данные к практической работе № 7 (H -микротвердость поверхности , МПа; Dk - плотность тока , А/дм²; T – температура электролита, °С; доверительная вероятность P = 0,90; дисперсия воспроизводимости S_B² = 3600 МПа²)

Вар №	1		2		3		4		5	
T=	50		60		90		100		90	
№ изм.	Dk	H	Dk	H	Dk	H	Dk	H	Dk	H
1	10	6000	10	4600	10	3000	10	2800	10	1600
2	20	6200	20	5400	20	4000	20	3200	20	2000
3	30	6200	30	5800	30	4500	30	3700	30	2500
4	40	6400	40	6000	40	4800	40	4200	40	3000
5	50	6400	50	6100	50	4900	50	4600	50	3400
6	60	6400	60	6100	60	5000	60	4800	60	3800
7	70	6500	70	6100	70	5200	70	5000	70	4000
8	80	6600	80	6200	80	5400	80	5200	80	4400
9	90	6600	90	6300	90	5600	90	5300	90	4800
10	100	6600	100	6400	100	5800	100	5400	100	5000
Вар №	6		7		8		9		10	
T=	80		70		60		80		90	
№ изм.	Dk	H	Dk	H	Dk	H	Dk	H	Dk	H
1	10	2400	10	3000	10	4200	10	3000	10	2000
2	20	3000	20	4000	20	5600	20	3400	20	2600
3	30	3400	30	4300	30	5800	30	4000	30	3000
4	40	3800	40	4600	40	5900	40	4600	40	3600
5	50	4000	50	4800	50	6000	50	4800	50	3900
6	60	4200	60	5000	60	6000	60	5000	60	4200
7	70	4400	70	5300	70	6050	70	5300	70	4500
8	80	4800	80	5600	80	6100	80	5600	80	4800
9	90	5000	90	5800	90	6150	90	5800	90	5000

№ изм.	Dk	H	Dk	H	Dk	H	Dk	H	Dk	H
10	100	5200	100	6000	100	6200	100	6000	100	5400

Примечание: концентрация $\text{FeCl}_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ составляла 200 г/л для 1- 4 вариантов, 600 г/л – для 5 – 8 вариантов, 450 г/л – для 9 и 10 вариантов.

Таблица Б.7 – Исходные данные к практической работе № 8

Вар №	Наименование процесса	Плотность металла покрытия, г/см ³	Электрохимический эквивалент С, г/(А*ч)	Выход металла по току, %	Пределы изменения плотности тока Dk, А/дм ²	Пределы изменения времени нанесения покрытия t, ч
1	Износостойкое хромирование	6,9	0,324	16	50-75	4-7
2	Декоративное хромирование	6,9	0,324	18	20-25	4-6
3	Железнение	7,8	1,042	70	30-50	2-4
4	Меднение (восстановление)	8,91	1,186	95	1-4	4-10
5	Меднение (защитное покрытие)	8,91	1,186	95	1-4	0.5-2
6	Цинкование	7,1	1,220	98	1-3	0.2 - 1
7	Никелирование	8,85	1,094	95	1-5	0.5 - 2
8	Железнение	7,8	1,042	70	30-50	2-5
9	Износостойкое хромирование	6,9	0,324	14	50-75	4 -7
10	Железнение	7,8	1,042	70	30-50	1.5-5

Примечание: Для всех вариантов дисперсия воспроизводимости $S_b = 0,0022 \text{ мм}^2$, доверительная вероятность $P = 0,95$.