

**Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Брестский государственный технический университет»
Кафедра высшей математики**

ЭКОНОМЕТРИКА

**Методические рекомендации и задания к контрольной работе
по курсу «Эконометрика»
для студентов экономических специальностей
заочной формы обучения**

Брест 2008

УДК

В настоящей методической разработке приведены варианты контрольных заданий по разделам «Множественная корреляция» и «Временные ряды» курса «Эконометрика» для студентов экономических специальностей заочной формы обучения, приведено подробное решение типовых вариантов, даны некоторые методические рекомендации для успешного выполнения заданий. Материалы данного пособия можно использовать также на занятиях со студентами других форм обучения.

Составители: Б.А. Годунов, доцент, к. ф.-м. н.,
С. Т. Гусева, доцент,
Л.С.Золотухина,ст. преподаватель,
Г.В. Шамовская, ассистент.

Рецензент: зав. кафедрой информатики и прикладной математики УО «Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина», к.ф.-м.н., доцент
Савчук В.Ф.

Учреждение образования

© «Брестский государственный технический университет», 2008

1. Методические указания к выполнению и оформлению работы

Письменная контрольная работа является важной составляющей частью при изучении курса «Эконометрика». Выполнение контрольной работы существенно способствует пониманию материала курса и поможет студенту приобрести практические навыки в расчетах эконометрических показателей, в построении и оформлении таблиц и графиков, их интерпретации, и на основе этого делать содержательный анализ.

Номер варианта контрольной работы определяется числом, составленным из двух последних цифр номера зачетной книжки. Если это число больше 30, то из него следует вычесть 30, и тем самым определится номер варианта.

При выполнении контрольной работы следует руководствоваться следующими требованиями:

Контрольная работа должна быть выполнена и представлена на проверку в срок, предусмотренный учебным планом.

Перед решением каждой задачи необходимо привести ее условие.

Решение задачи сопровождается необходимыми формулами, развернутыми расчетами, краткими пояснениями. Полученные результаты по возможности оформляются в статистические таблицы.

Работа должна быть оформлена аккуратно, написано чисто, разборчиво без зачеркиваний. Необходимо оставить поля для замечаний рецензента и пронумеровать страницы.

В конце работы надо указать перечень использованной литературы, поставить подпись и дату.

При удовлетворительном выполнении работа оценивается «допущена к защите». Студент обязан учесть все замечания рецензента и, не переписывая работу внести в нее необходимые исправления. Только после этого проводится ее защита.

В случае если работа «не допущена к защите», студент делает исправления, вносит дополнения и представляет на проверку оба варианта выполнения контрольной работы.

В конце данного пособия приводятся решения типового варианта, что, надеемся, поможет вам легче справиться с вашим заданием. Однако хотим предупредить, что не все автоматически переносятся на ваши данные.

Если при работе над заданиями возникают затруднения, студент может обратиться за помощью на кафедру высшей математики БрГТУ.

2. Вопросы программы.

1. Определение эконометрики.

- 1.1 Предмет эконометрики.
- 1.2 Особенности эконометрического метода.
- 1.3 Измерения в эконометрике.

2. Множественная регрессия.

- 2.1. Отбор факторов при построении множественной регрессии.
- 2.2. Выбор формы уравнения регрессии.
- 2.3. Оценка параметров уравнения множественной регрессии.
- 2.4. Частные уравнения регрессии.
- 2.5. Множественная корреляция.
- 2.6. Частная корреляция.
- 2.7. Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции.

3. Моделирование временных рядов.

- 3.1. Автокорреляция уровней временного ряда и выявление его структуры.
- 3.2. Моделирование тенденции временного ряда.
- 3.3. Моделирование сезонных и циклических колебаний.
- 3.4. Аддитивная модель временного ряда.
- 3.5. Мультипликативная модель временного ряда.
- 3.6. Применение фиктивных переменных для моделирования сезонных колебаний.

3. Контрольные задания.

Задание 1.

По 20 коммерческим банкам изучается зависимость прибыли y (млн.ден.ед.) от кредитных вложений x_1 (млн.ден.ед.) и суммарного риска x_2 (млн.ед.ед.). Требуется:

1. Оценить показатели вариации каждого признака и сделать вывод о возможностях применения метода наименьших квадратов (МНК) для их изучения.

2. Проанализировать линейные коэффициенты парной и частной корреляции.

3. Написать уравнение множественной регрессии.

4. С помощью F – критерия Фишера оценить статистическую надежность уравнения регрессии и $R^2_{yx_1x_2}$. Сравнить значения скорректированного и нескорректированного линейных коэффициентов множественной детерминации.

5. С помощью частных F – критериев Фишера оценить целесообразность включения в уравнение множественной регрессии фактора x_1 после x_2 и фактора x_2 после x_1 . Оценить значимость параметров уравнения множественной регрессии и пояснить их экономический смысл.

6. Рассчитать средние частные коэффициенты эластичности и дать на их основе сравнительную оценку силы влияния факторов на результат.

Вариант задания	Номера коммерческих банков	Вариант задания	Номера коммерческих банков
1	1-20	16	76-95
2	6-25	17	81-100
3	11-30	18	86-105
4	16-35	19	91-110
5	21-40	20	96-115
6	26-45	21	101-120
7	31-50	22	106-125
8	36-55	23	111-130
9	41-60	24	116-135
10	46-65	25	121-140
11	51-70	26	126-145
12	56-75	27	131-150
13	61-80	28	136-155
14	66-85	29	141-160
15	71-90	30	146-165

Таблица 3.1

Номер банка	Кредитные вложения, X_1	Суммарный риск, X_2	Прибыль, Y	Номер банка	Кредитные вложения, X_1	Суммарный риск, X_2	Прибыль Y
1	78	60	1	85	472	560	31
2	78	84	1	86	492	572	31
3	74	90	1	87	504	568	31
4	80	96	1	88	484	574	31
5	76	112	1	89	502	571	33
6	96	124	1	90	532	570	33
7	108	124	2	91	516	574	32
8	88	130	2	92	524	580	34
9	106	130	2	93	532	586	32
10	136	130	4	94	540	584	34
11	120	136	3	95	556	602	35
12	128	142	5	96	560	608	35
13	136	142	3	97	554	614	35
14	144	160	5	98	562	620	35
15	160	178	6	99	584	626	37
16	164	186	6	100	572	640	37
17	162	192	6	101	571	636	37
18	170	198	6	102	572	660	37
19	192	204	8	103	568	666	37
20	180	228	8	104	574	672	37
21	178	220	8	105	570	678	37
22	178	244	8	106	590	690	37
23	174	250	8	107	602	675	38

24	180	256	8	108	582	681	38
25	176	263	9	109	600	680	38
26	196	269	9	110	630	682	40
27	208	268	9	111	618	688	39
28	188	274	9	112	626	694	41
29	202	275	9	113	630	712	39
30	232	272	11	114	638	720	41
31	216	278	10	115	642	726	42
32	224	284	12	116	646	732	42
33	228	283	10	117	644	738	42
34	236	301	12	118	652	742	42
35	254	319	13	119	674	746	44
36	258	325	13	120	662	751	44
37	256	332	13	121	664	774	44
38	264	338	15	122	664	780	44
39	286	344	15	123	660	786	44
40	274	368	13	124	666	792	44
41	272	350	13	125	662	798	44
42	272	374	13	126	682	797	44
43	268	380	13	127	694	803	45
44	280	386	13	128	674	800	45
45	276	392	13	129	692	801	45
46	296	398	14	130	722	806	47
47	308	396	14	131	706	812	46
48	288	402	14	132	714	810	48
49	306	400	16	133	722	828	46
50	336	401	16	134	730	846	48
51	320	408	15	135	734	852	49
52	328	414	17	136	738	858	49
53	336	412	15	137	736	864	49
54	344	430	17	138	744	870	49
55	348	448	18	139	768	882	50
56	352	454	18	140	756	884	50
57	348	460	18	141	750	900	51
58	356	466	18	142	750	906	51
59	378	472	20	143	746	912	51
60	366	486	22	144	752	918	51
61	364	480	22	145	748	909	51
62	362	504	22	146	768	904	51
63	358	510	22	147	780	910	52
64	364	516	22	148	760	906	52
65	360	522	22	149	778	911	52
66	370	534	22	150	808	917	54
67	392	516	23	151	792	923	53
68	372	522	23	152	800	922	55
69	390	520	23	153	808	920	53
70	420	518	24	154	816	938	55
71	404	518	24	155	820	944	56
72	412	524	25	156	824	950	56
73	420	522	27	157	822	956	56
74	428	528	25	158	830	962	56
75	446	536	27	159	852	980	58
76	450	542	28	160	840	979	58
77	448	548	28	161	835	984	59

78	456	554	28	162	836	990	59
79	480	560	30	163	832	996	59
80	468	570	30	164	838	994	59
81	474	550	30	165	840	999	60
82	472	552	30				
83	468	548	30				
84	476	554	30				

Задание 2.

Имеются данные о динамике квартального товарооборота специализированного магазина зарубежного магазина 2001-2005гг.

Требуется:

1. Построить график временного ряда и автокорреляционную функцию. Охарактеризовать структуру ряда.

2. Построить аддитивную модель временного ряда.

3. Построить мультипликативную модель временного ряда. Оценить качество построенных моделей. Выбрать лучшую из них.

4. Найти прогнозное значение ожидаемого объема товарооборота за первое полугодие ближайшего следующего года.

Таблица 3.2

Год	квартал	Фактический объем товарооборота тыс.долл.										
		Вар.0	Вар.1	Вар.2	Вар.3	Вар.4	Вар.5	Вар.6	Вар.7	Вар.8	Вар.9	Вар.10
2001	I	16	29	19	22	25	28	31	34	37	43	46
	II	21	34	24	27	30	33	36	39	42	48	51
	III	9	22	12	15	18	21	24	27	30	36	39
	IV	18	31	21	24	27	30	33	36	39	45	48
2002	I	15	28	18	21	24	27	30	33	36	42	45
	II	20	33	23	26	29	32	35	38	41	47	50
	III	10	23	13	16	19	22	25	28	31	37	40
	IV	18	31	21	24	27	30	33	36	39	45	48
2003	I	17	30	20	23	26	29	32	35	38	44	47
	II	24	37	27	30	33	36	42	42	45	51	54
	III	13	26	16	19	22	25	31	31	34	40	43
	IV	22	35	25	28	31	34	40	40	43	49	52
2004	I	17	30	20	23	26	29	35	35	38	44	47
	II	25	38	28	31	34	37	43	43	46	52	55
	III	11	24	14	17	20	23	29	29	32	38	41
	IV	21	34	24	27	30	33	39	39	42	48	51
2005	I	18	31	21	24	27	30	36	36	39	45	48
	II	26	39	29	32	35	38	44	44	47	53	56
	III	14	27	17	20	23	26	32	32	35	51	44
	IV	25	38	28	31	34	37	43	43	46	52	55

Год	квартал	Фактический объем товарооборота тыс.долл.									
		Вар.11	Вар.12	Вар.13	Вар.14	Вар.15	Вар.16	Вар.17	Вар.18	Вар.19	Вар.20
2001	I	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56
	II	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61
	III	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49
	IV	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58
2002	I	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55
	II	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
	III	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50
	IV	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58
2003	I	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57
	II	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64
	III	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53
	IV	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62
2004	I	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57
	II	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65
	III	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51
	IV	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61
2005	I	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58
	II	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66
	III	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54
	IV	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65

Год	квартал	Фактический объем товарооборота тыс.долл.									
		Вар.21	Вар.22	Вар.23	Вар.24	Вар.25	Вар.26	Вар.27	Вар.28	Вар.29	Вар.30
2001	I	79	82	68	84	45	26	70	87	97	75
	II	84	87	73	89	50	31	75	92	102	80
	III	72	75	61	77	38	19	63	80	90	68
	IV	81	84	70	86	47	28	72	89	99	77
2002	I	78	81	67	83	44	25	69	86	96	74
	II	83	86	72	88	49	30	74	91	101	79
	III	73	76	62	78	39	20	64	81	91	69
	IV	81	84	70	86	47	28	72	89	99	77
2003	I	80	83	69	85	46	27	71	88	98	76
	II	87	90	76	92	53	34	78	95	105	83
	III	76	79	65	81	42	23	67	84	94	72
	IV	85	88	74	90	51	32	76	93	103	81
2004	I	80	83	69	85	46	27	71	88	98	76
	II	88	91	77	93	54	35	79	96	106	84
	III	74	77	63	79	40	21	65	82	92	70
	IV	84	87	73	89	50	31	75	92	102	80
2005	I	81	84	70	86	47	28	72	89	99	77
	II	89	92	78	94	55	36	80	97	107	85
	III	77	80	66	82	43	24	68	85	95	73
	IV	88	91	77	93	54	35	79	96	106	84

4.Решение типового варианта.

Задание 1.

По 20 предприятиям региона изучается зависимость выработки продукции на одного работника y (тыс.руб) от ввода в действие новых основных фондов x_1 (% от стоимости фондов на конец года) и от удельного веса рабочих высокой квалификации в общей численности рабочих x_2 (%).

Номер предприятия	y	x_1	x_2	Номер предприятия	y	x_1	x_2
1	7,0	3,9	10,0	11	9,0	6,0	21,0
2	7,0	3,9	14,0	12	11,0	6,4	22,0
3	7,0	3,7	15,0	13	9,0	6,8	22,0
4	7,0	4,0	16,0	14	11,0	7,2	25,0
5	7,0	3,8	17,0	15	12,0	8,0	28,0
6	7,0	4,8	19,0	16	12,0	8,2	29,0
7	8,0	5,4	19,	17	12,0	8,1	30,0
8	8,0	4,4	20,0	18	12,0	8,5	31,0
9	8,0	5,3	20,0	19	14,0	9,6	32,0
10	10,0	6,8	20,0	20	14,0	9,0	36,0

Требуется оценить показатель вариации каждого признака и сделать вывод о возможностях применения метода наименьших квадратов (МНК) для их изучения.

Решение:

1.Для нахождения показателей вариации заполняем расчетную таблицу:

Таблица 4.1.

№№ п.п	y	x_1	$y \cdot x_1$	x_2	$y \cdot x_2$	$x_1 x_2$	y^2	x_1^2	x_2^2
1	7	3,9	27,3	10	70	39	49	15,21	100
2	7	3,9	27,3	14	98	54,6	49	15,21	196
3	7	3,7	25,9	15	105	55,5	49	13,69	225
4	7	4	28	16	112	64	49	16	256
5	7	3,8	26,6	17	119	64,6	49	14,44	289
6	7	4,8	33,6	19	133	91,2	49	23,04	361
7	8	5,4	43,2	19	152	102,6	64	29,16	361
8	8	4,4	35,2	20	160	88	64	19,36	400
9	8	5,3	42,4	20	160	106	64	28,09	400
10	10	6,8	68	20	200	136	100	46,24	400
11	9	6	54	21	189	126	81	36	441
12	11	6,4	70,4	22	242	140,8	121	40,96	484
13	9	6,8	61,2	22	198	149,8	81	46,24	484
14	11	7,2	79,2	25	275	180	121	51,84	625

15	12	8	96	28	336	224	144	64	784
16	12	8,2	98,4	29	348	237,8	144	67,24	841
17	12	8,1	97,2	30	360	243	144	65,61	900
18	12	8,5	102	31	372	263,5	144	72,25	961
19	14	9,6	134,4	32	448	307,2	196	92,16	1024
20	14	9	126	36	504	324	196	81	1296
Итого	192	123,8	1276,3	446	4581	2997,4	1958	837,74	10828

Находим дисперсии и исправленные средние квадратические отклонения признака результата y и признаков факторов x_1 и x_2 :

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum y_i^2}{n} - \left(\frac{\sum y_i}{n} \right)^2 = \frac{1958}{20} - \left(\frac{192}{20} \right)^2 = 97,9 - 92,16 = 5,74;$$

$$S_y = \sqrt{\frac{n}{n-1} \sigma_y^2} = 2,45807; \quad \bar{y} = \frac{192}{20} = 9,6.$$

$$\sigma_{x_1}^2 = \frac{\sum x_1^2}{n} - \left(\frac{\sum x_1}{n} \right)^2 = \frac{837,74}{20} - \left(\frac{123,8}{20} \right)^2 = 41,887 - 38,3161 = 3,5709;$$

$$S_{x_1} = \sqrt{\frac{n}{n-1} \sigma_{x_1}^2} = \sqrt{\frac{20}{19} \cdot 3,5709} = 1,93877; \quad \bar{x}_1 = \frac{123,8}{20} = 6,19.$$

$$\sigma_{x_2}^2 = \frac{\sum x_2^2}{n} - \left(\frac{\sum x_2}{n} \right)^2 = \frac{10828}{20} - \left(\frac{446}{20} \right)^2 = 541,4 - 497,29 = 44,11;$$

$$S_{x_2} = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot \sigma_{x_2}^2} = \sqrt{\frac{20}{19} \cdot 44,11} = 6,81407; \quad \bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n} = \frac{446}{20} = 22,3.$$

Сравнивая значения средних квадратических отклонений и средних величин и определяя коэффициенты вариации

$$v_y = \frac{S_y}{\bar{y}} \cdot 100\% = \frac{2,45807}{9,6} \cdot 100\% = 25,6\%,$$

$$v_{x_1} = \frac{S_{x_1}}{\bar{x}_1} \cdot 100\% = \frac{1,93877}{6,19} \cdot 100\% = 31,3\%,$$

$$v_{x_2} = \frac{S_{x_2}}{\bar{x}_2} \cdot 100\% = \frac{6,81407}{22,3} \cdot 100\% = 30,6\%,$$

приходим к выводу о повышенном уровне варьирования признаков, хотя и в допустимых пределах, не превышающих 35%. Таким образом совокупность предприятий однородна, и для нее могут использоваться метод наименьших квадратов и вероятностные оценки статистических гипотез.

2. Значения линейных коэффициентов парной корреляции определяют тесноту попарно связанных переменных, используемых в данном уравнении множественной регрессии. Линейные коэффициенты частной корреляции оценивают тесноту связи значений двух переменных, исключая влияние всех других переменных, представленных в уравнении множественной регрессии.

Для вычисления коэффициентов парной корреляции используем данные расчетной таблицы 4.1:

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{y \cdot x_1} - \bar{y} \cdot \bar{x}_1}{\sigma_{x_1} \cdot \sigma_y} = \frac{\frac{1276,3}{20} - 9,6 \cdot 6,19}{\sqrt{3,5709} \cdot \sqrt{5,74}} = 0,9699;$$

$$r_{yx_2} = \frac{\overline{y \cdot x_2} - \bar{y} \cdot \bar{x}_2}{\sigma_{x_2} \cdot \sigma_y} = \frac{\frac{4581}{20} - 9,6 \cdot 22,3}{\sqrt{44,11} \cdot \sqrt{3,5709}} = 0,9408;$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{\overline{x_1 \cdot x_2} - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \cdot \sigma_{x_2}} = \frac{\frac{2997,4}{20} - 6,19 \cdot 22,3}{\sqrt{3,5709} \cdot \sqrt{44,11}} = 0,9428.$$

Значения коэффициентов парной корреляции указывают на весьма тесную связь выработки y как с коэффициентом обновления основных фондов x_1 , так и с долей рабочих высокой квалификации x_2 ($r_{yx_1} = 0,9699$ и $r_{yx_2} = 0,9408$). Но в тоже время межфакторная связь $r_{x_1x_2} = 0,9428$ весьма тесная и превышает тесноту связи y с x_2 . В связи с этим для улучшения данной модели можно исключить из нее фактор x_2 как малоинформативный, недостаточно статистически надежный.

Линейные коэффициенты частной корреляции:

$$r_{yx_1 \cdot x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2)(1 - r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0,9699 - 0,9408 \cdot 0,9428}{\sqrt{(1 - 0,9408^2)(1 - 0,9428^2)}} = 0,7335,$$

$$r_{yx_2 \cdot x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2)(1 - r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0,9408 - 0,9699 \cdot 0,9428}{\sqrt{(1 - 0,9699^2)(1 - 0,9428^2)}} = 0,3247,$$

$$r_{x_1x_2 \cdot y} = \frac{r_{x_1x_2} - r_{yx_1} \cdot r_{yx_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2)(1 - r_{yx_2}^2)}} = \frac{0,9428 - 0,9699 \cdot 0,9408}{\sqrt{(1 - 0,9699^2)(1 - 0,9408^2)}} = 0,3679$$

дают более точную характеристику тесноты связи двух признаков, чем коэффициенты парной корреляции, так как очищают парную зависимость от взаимодействия данной пары признаков с другими признаками, представляемых в модели. Наиболее тесно связаны y и x_1 : $r_{yx_1 \cdot x_2} = 0,7335$; связь y и x_2 гораздо слабее: $r_{yx_2 \cdot x_1} = 0,3247$; межфакторная зависимость x_1 и x_2 выше, чем парная y с x_2 : $r_{yx_2 \cdot x_1} = 0,3247 < r_{x_1x_2 \cdot y} = 0,3679$. Все это приводит к выводу о необходимости исключить фактор x_2 - доля высококвалифицированных рабочих - из правой части уравнения множественной регрессии.

Если сравнить коэффициенты парной и частной корреляции, то можно увидеть, что из-за высокой межфакторной зависимости коэффициенты парной корреляции дают завышенные оценки тесноты связи:

$$r_{yx_1} = 0,9699; r_{yx_1 \cdot x_2} = 0,7335;$$

$$r_{yx_2} = 0,9408; r_{yx_2 \cdot x_1} = 0,3247.$$

Именно по этой причине рекомендуется при наличии сильной коллинеарности (взаимосвязи) факторов исключить из исследования тот фактор, у которого теснота парной зависимости меньше, чем частота межфакторной связи.

3. Линейное уравнение множественной регрессии y от x_1 и x_2 имеет вид:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2.$$

Для расчета его параметров применим метод стандартизации переменных и построим искомое уравнение в стандартизованном масштабе:

$$t_y = \beta_1t_{x_1} + \beta_2t_{x_2}.$$

Расчет β – коэффициентов выполним по формулам:

$$\beta_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2} = \frac{0,9699 - 0,9408 \cdot 0,9428}{1 - 0,9428^2} = 0,7461;$$

$$\beta_2 = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2} = \frac{0,9408 - 0,9699 \cdot 0,9428}{1 - 0,9428^2} = 0,2374.$$

Получим уравнение:

$$t_y = 0,7461 \cdot t_{x_1} + 0,2374 \cdot t_{x_2}.$$

Для построения уравнения в естественной форме рассчитаем b_1 и b_2 , используя формулы перехода от β_i к b_i :

$$\beta_i = b_i \frac{S_{x_i}}{S_y} \Rightarrow b_i = \beta_i \frac{S_y}{S_{x_i}}.$$

В нашем случае имеем:

$$b_1 = \beta_1 \cdot \frac{S_y}{S_{x_1}} = 0,7461 \cdot \frac{2,45807}{1,93877} = 0,9459;$$

$$b_2 = \beta_2 \cdot \frac{S_y}{S_{x_2}} = 0,2374 \cdot \frac{2,45807}{6,81407} = 0,0856.$$

Значение b_0 оценивает агрегированное влияние прочих (кроме учтенных в модели факторов x_1 и x_2) факторов на результат y .

Величины b_1 и b_2 указывают, что с увеличением x_1 и x_2 на единицу их значений результат увеличивается соответственно на 0,9459 и на 0,0856 млн.руб. Сравнивать эти значения не следует, так как они зависят от единиц измерения каждого признака и поэтому несопоставимы между собой.

4. Рассчитаем линейный коэффициент множественной корреляции с использованием r_{yx_j} и β_j :

$$R_{yx_1x_2} = \sqrt{r_{yx_1}\beta_1 + r_{yx_2}\beta_2} = \sqrt{0,9699 \cdot 0,7461 + 0,9408 \cdot 0,2374} = 0,9731.$$

Оценку надежности уравнения регрессии и показателя тесноты связи $R_{yx_1x_2}$ дает F – критерий Фишера. Анализ выполним сравнением фактического и табличного (критического) значений F – критерия Фишера $F_{\text{табл}}$ и $F_{\text{факт}}$ определяем из соотношения значений факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы:

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sum(\hat{y}_{x_1x_2} - \bar{y})^2}{m} : \frac{\sum(y - \hat{y}_{x_1x_2})^2}{n - m - 1} = \frac{S_{\text{факт}}}{S_{\text{ост}}} \cdot \frac{m - n - 1}{m}, \text{ где}$$

n – число единиц совокупности,

m – число факторов в уравнении регрессии.

$$S_{\text{общ}} = S_y^2 \cdot n = 6,0421 \cdot 20 = 120,8422;$$

$$S_{\text{факт}} = S_y^2 \cdot n \cdot R_{yx_1x_2}^2 = 120,8422 \cdot 0,9731^2 = 114,4283;$$

$$S_{\text{ост}} = S_y^2 \cdot n(1 - R_{yx_1x_2}^2) = S_{\text{общ}} - S_{\text{факт}} = 6,4139.$$

$$F_{\text{факт}} = \frac{114,4283}{6,4139} \cdot \frac{20 - 2 - 1}{2} = 151,65.$$

По таблицам значений F – критерия Фишера по уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k_1 = m = 2$ и $k_2 = n - m - 1 = 17$ находим $F_{\text{табл}} = 3,59$. Так как $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$, то гипотеза о статистической незначимости уравнения регрессии в целом и показателя тесноты связи отвергается. Т.е. уравнения регрессии и значения $R_{yx_1x_2}^2$ статистически надежны и сформировались под систематическими действиями неслучайных причин.

Вероятность того, что допускаются ошибки при отклонении гипотезы H_0 , не превышает 5%.

Нескорректированный коэффициент множественной регрессии $R_{yx_1x_2}^2 = 0,9731^2 = 0,9469$ оценивает долю вариации результата за счет представленных в уравнении факторов в общей вариации результата. Здесь эта доля составляет 94,69% и указывает на весьма высокую степень обусловленности вариации результата вариацией факторов x_1 и x_2 .

Скорректированный коэффициент множественной детерминации

$$\hat{R}_{yx_1x_2}^2 = 1 - (1 - R_{yx_1x_2}^2) \cdot \frac{n - 1}{n - m - 1} = 1 - (1 - 0,9469) \cdot \frac{20 - 1}{20 - 2 - 1} = 0,9407$$

определяет тесноту связи с учетом степеней свободы общей и остаточной дисперсии. Он дает такую оценку тесноты связи, которая не зависит от числа факторов в модели и поэтому может сравниваться по разным моделям с разным числом факторов. Оба коэффициента указывают на высокую (более 90%) детерминированность результата y в модели с факторами x_1 и x_2 .

5. Частный F – критерий Фишера оценивает статистическую целесообразность включения фактора x_1 в модель после того, как в нее включен фактор x_2 . Частный F – критерий Фишера строится как отношение прироста факторной дисперсии за счет

дополнительно включенного фактора (на одну степень свободы) к остаточной дисперсии (на одну степень свободы), подсчитанной по модели с включенными факторами x_1 и x_2 :

$$F_{\text{част } x_1} = \frac{S_{\text{факт}} - S_{\text{факт } yx_2}}{S_{\text{ост}}} \cdot \frac{n - m - 1}{1}.$$

Имеем:

$$S_{\text{факт } yx_2} = S_y^2 \cdot n \cdot r_{yx_2}^2 = 120,8422 \cdot 0,9408^2 = 106,95799$$

$$S_{\text{факт } yx_1} = S_{\text{факт}} - S_{\text{факт } yx_2} = 114,4283 - 106,95799 = 7,4703$$

По таблицам значений F – критерия Фишера

$$F_{\text{табл}} = F(0,05; 1; 17) = 4,45.$$

$$\text{Так как } F_{\text{част. } x_1} = \frac{7,4703}{6,4139} \cdot \frac{20 - 2 - 1}{1} = 19,8 > 4,45 = F_{\text{табл}},$$

то включение фактора x_1 после фактора x_2 оказывается статистически значимым и оправданным. Таким образом, фактор x_1 должен присутствовать в уравнении, в том числе в варианте, когда он дополнительно включается после фактора x_2 .

Поменяем порядок включения факторов в модель и рассмотрим варианты включения x_2 после x_1 . Выполним расчет с использованием показателей тесноты связи $R^2_{yx_1x_2}$ и $r^2_{yx_1}$:

$$F_{\text{част. } x_2} = \frac{R^2_{yx_1x_2} - r^2_{yx_1}}{1 - R^2_{yx_1x_2}} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,9469 - 0,9699^2}{1 - 0,9469} \cdot \frac{20 - 2 - 1}{1} = 2.$$

Так как $F_{\text{част. } x_2} = 2 < 4,45 = F_{\text{табл.}}$, приходим к выводу, что включение x_2 после x_1 оказалось бесполезным, влияние фактора x_2 не является устойчивым, систематическим.

На основе частных F – критериев Фишера оценим значимость коэффициентов b_1 и b_2 .

Вычислим t – критерии Стьюдента для коэффициентов регрессии линейного уравнения как квадратный корень из соответствующего частного F – критерия Фишера:

$$t_{b_1} = \sqrt{F_{\text{част. } x_1}} = \sqrt{19,8} = 4,45;$$

$$t_{b_2} = \sqrt{F_{\text{част. } x_2}} = \sqrt{2} = 1,41.$$

Табличные (критические) значения t – критерия Стьюдента зависят от уровня значимости α , числа свободы $k = n - m - 1$ (n – объем совокупности, m – число факторов в уравнении)

$$\text{Таким образом } t_{\text{кр}} = t(0,05; 20 - 3) = 2,1.$$

Так как $t_{b_1} = 4,45 > t_{\text{кр}} = 2,1$, то коэффициенты регрессии b_1 является статистически значимым, на него можно опираться в прогнозе.

Так как $t_{b_2} = 1,41 < t_{кр} = 2,1$, то величина b_2 является статистически незначимой, ненадежной в силу того, что она формируется под воздействием случайных факторов.

Общий вывод состоит в том, что множественная модель с факторами x_1 и x_2 содержит неинформативный фактор x_2 .

Если его исключить, то можно ограничиться уравнением парной регрессии:
 $\hat{y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 x_1$.

$$\text{Коэффициент регрессии } \alpha_1 = r_{yx_1} \cdot \frac{S_y}{S_{x_1}} = 0,9699 \cdot \frac{2,45807}{1,93877} = 1,23.$$

Тогда $\bar{y} = \alpha_0 + 1,23 \bar{x}_1$, откуда $\alpha_0 = \bar{y} - 1,23 \bar{x}_1 = 9,6 - 1,23 \cdot 6,19 = 1,99$.
Окончательно, $\hat{y}_x = 1,99 + 1,23 x_1$.

Данное уравнение более простое, детерминированное, пригодное для прогноза и анализа.

6. Среднее частные коэффициенты эластичности $\bar{\mathcal{E}}_{xy_i}$ показывают на сколько процентов от значения своей средней \bar{y} изменяется результат при изменении фактора x_i на 1% от своей средней \bar{x}_i и при фиксированном воздействии на y всех прочих факторов, включенных в уравнении регрессии. Для линейной зависимости $\bar{\mathcal{E}}_{yx_i} = b_i \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}}$,

где b_i – т коэффициент регрессии при x_i в уравнении регрессии.

Таким образом

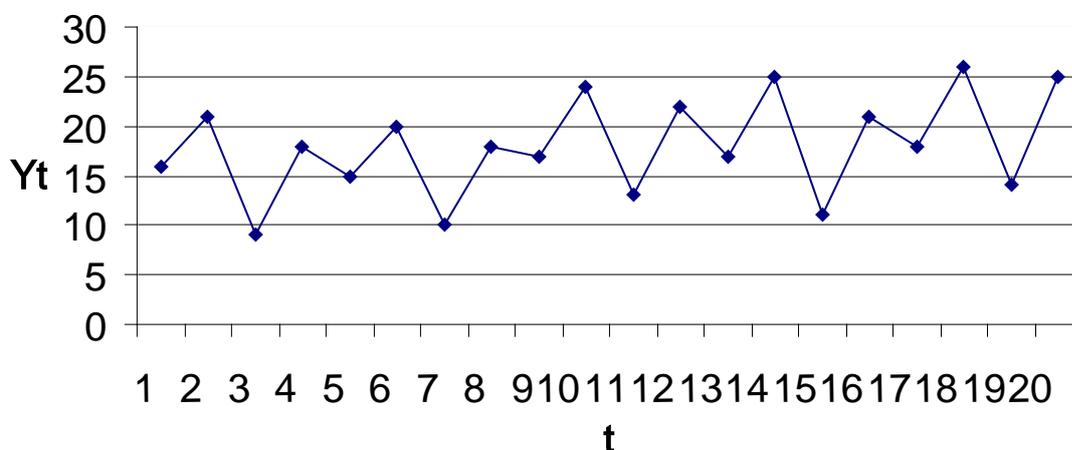
$$\bar{\mathcal{E}}_{yx_1} = b_1 \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} = \frac{0,9459 \cdot 6,19}{9,6} = 0,6099\%;$$
$$\bar{\mathcal{E}}_{yx_2} = b_2 \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} = \frac{0,0856 \cdot 22,3}{9,6} = 0,1989\%.$$

По значениям частных коэффициентов эластичности можно сделать вывод о более сильном влиянии на результат y признака фактора x_1 , чем фактора x_2 : 0,6% против 0,2%.

Задание 2 (нулевой вариант).

1. Нанесем значения y_t на график:

объем товарооборота тыс.долл



Определим коэффициент автокорреляции первого порядка:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)(y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 \cdot \sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}} \quad (4.1)$$

$$\text{где } \bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=2}^n y_t}{n-1}; \bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=2}^n y_{t-1}}{n-1} \quad (4.2)$$

Коэффициент r_1 измеряет зависимость между двумя соседними уровнями ряда t и $t-1$, т.е. при лаге 1. Составим расчетную таблицу (4.2).

Таблица 4.2

t	y_t	y_{t-1}	$y_t - \bar{y}_1$	$y_{t-1} - \bar{y}_2$	$(y_t - \bar{y}_1)(y_{t-1} - \bar{y}_2)$	$(y_t - \bar{y}_1)^2$	$(y_{t-1} - \bar{y}_2)^2$
1	16	—	—	—	—	—	—
2	21	16	2,89	-1,63	-4,7107	8,3521	2,6569
3	9	21	-9,11	3,37	-30,7007	82,9921	11,3569
4	18	9	-0,11	-8,63	0,9493	0,0121	74,4769
5	15	18	-3,11	0,37	-1,1507	9,6721	0,1369
6	20	15	1,89	-2,63	-4,9707	3,5721	6,9169
7	10	20	-8,11	2,37	-19,2207	65,7721	5,6169
8	18	10	-0,11	-7,63	0,8393	0,0121	58,2169
9	17	18	-1,11	0,37	-0,4107	1,2321	0,1369
10	24	17	5,89	-0,63	-3,7107	34,6921	0,3969
11	13	24	-5,11	6,37	-32,5507	26,1121	40,5769
12	22	13	3,89	-4,63	-18,0107	15,1321	21,4369

13	17	22	-1,11	4,37	-4,8507	1,2321	19,0969
14	25	17	6,89	-0,63	-4,3407	47,4721	0,3969
15	11	25	-7,11	7,37	-52,4007	50,5521	54,3169
16	21	11	2,89	-6,63	-19,1607	8,3521	43,9569
17	18	21	-0,11	3,37	-0,3707	0,0121	11,3569
18	26	18	7,89	0,37	2,9193	62,8921	0,1369
19	14	26	-4,11	8,37	-34,4007	16,8921	70,0569
20	24	14	6,89	-3,63	-25,0107	47,4721	13,1769
Итого	360	335	-0,09*	0,03*	-251,2633	481,7899	434,4211

* Сумма не равна нулю ввиду наличия ошибок округления

$$\text{Таким образом } \bar{y}_1 = \frac{21 + 9 + 18 + 15 + \dots + 14 + 25}{19} = \frac{344}{19} = 18,11,$$

$$\bar{y}_2 = \frac{16 + 21 + 9 + 18 + \dots + 14}{19} = \frac{335}{19} = 17,63.$$

$$\text{По формуле (4.1) } r_1 = \frac{-251,263}{\sqrt{481,7899 \cdot 434,4211}} = -0,5492.$$

Аналогично определяются коэффициенты автокорреляции второго и более высоких порядков.

Так коэффициент автокорреляции второго порядка характеризует тесноту связи между уровнями ряда y_t и y_{t-2} , и определяется по формуле

$$r_2 = \frac{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3)(y_{t-2} - \bar{y}_4)}{\sqrt{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3)^2 \cdot \sum_{t=3}^n (y_{t-2} - \bar{y}_4)^2}}, \quad (4.3)$$

$$\text{где } \bar{y}_3 = \frac{\sum_{t=3}^n y_t}{n-2}; \bar{y}_4 = \frac{\sum_{t=3}^n y_{t-2}}{n-2}. \quad (4.4)$$

Строим ряд y_{t-2} и расчетную таблицу (4.3)

Таблица 4.3 Расчет коэффициента автокорреляции второго порядка

T	y_t	y_{t-2}	$y_t - \bar{y}_3$	$y_{t-2} - \bar{y}_4$	$(y_t - \bar{y}_3)(y_{t-2} - \bar{y}_4)$	$(y_t - \bar{y}_3)^2$	$(y_{t-2} - \bar{y}_4)^2$
1	16	—	—	—	—	—	—
2	21	—	—	—	—	—	—
3	9	16	-8,94	-1,83	16,3602	79,9236	3,3489
4	18	21	0,06	3,17	0,1902	0,0036	10,0489
5	15	9	-2,94	-8,83	25,9602	8,6436	77,9689
6	20	18	2,06	0,17	0,3502	4,2436	0,0289
7	10	15	-7,94	-2,83	22,4702	63,0436	8,0089
8	18	20	0,06	2,17	0,1302	0,0036	4,7089
9	17	10	-0,94	-7,83	7,3602	0,8836	61,3089

10	24	18	6,06	0,17	1,0302	36,7236	0,0289
11	13	17	-4,94	-0,83	4,1002	24,4036	0,6889
12	22	24	4,06	6,17	25,0502	16,4836	38,0689
13	17	13	-0,94	-4,83	4,5402	0,8836	23,3289
14	25	22	7,06	4,17	29,4402	49,8436	17,3889
15	11	17	-6,94	-0,83	5,7602	481636	0,6889
16	21	25	3,06	7,17	21,9402	9,3636	51,7089
17	18	11	0,06	-6,83	-0,4098	0,0036	46,6489
18	26	21	8,06	3,17	25,5502	64,9636	10,0489
19	14	18	-3,94	0,17	-0,6698	15,5236	0,0289
20	25	26	7,06	8,17	57,6802	49,8436	66,7489
Итого	360	321	0,08	0,06	246,8336	472,9448	420,5002

Для исходных данных

$$\bar{y}_3 = \frac{9 + 18 + 15 + \dots + 14 + 25}{18} = \frac{323}{18} = 17,94,$$

$$\bar{y}_4 = \frac{16 + 21 + 9 + \dots + 18 + 26}{18} = \frac{321}{18} = 17,83.$$

Подставив значения из таблицы (4.3) в формулу (4.3), имеем

$$r_2 = \frac{246,8336}{\sqrt{472,9448 \cdot 420,5002}} = 0,5534.$$

Строим далее ряд y_{t-3} и расчетную таблицу (4.4).

Таблица 4.4 Расчет коэффициента автокорреляции третьего порядка

t	y_t	y_{t-3}	$y_t - \bar{y}_5$	$y_{t-3} - \bar{y}_6$	$(y_t - \bar{y}_5)(y_{t-3} - \bar{y}_6)$	$(y_t - \bar{y}_5)^2$	$(y_{t-3} - \bar{y}_6)^2$
1	16	—	—	—	—	—	—
2	21	—	—	—	—	—	—
3	9	—	—	—	—	—	—
4	18	16	-0,47	-1,35	0,6345	0,2209	1,8225
5	15	21	-3,47	3,65	-12,6655	12,0409	13,3225
6	20	9	1,53	-8,35	-12,7755	2,3409	69,7225
7	10	18	-8,47	0,65	-5,5055	71,7409	0,4225
8	18	15	-0,47	-2,35	1,1045	0,2209	5,5225
9	17	20	-1,47	2,65	-3,8955	2,1609	7,0225
10	24	10	5,53	-7,35	-40,6455	30,5809	54,0225
11	13	18	-5,47	0,65	-3,5555	29,9209	0,4225
12	22	17	3,53	-0,35	-1,2355	12,4609	0,1225
13	17	24	-1,47	6,65	-9,7755	2,1609	44,4225
14	25	13	6,53	-4,35	-28,4055	42,6409	18,9225
15	11	22	-7,47	4,65	-34,7355	55,8009	21,6225
16	21	17	2,53	-0,35	-0,8855	6,4009	0,1225
17	18	25	-0,47	7,65	-3,5955	0,2209	58,5225
18	26	11	7,53	-6,35	-47,8155	56,7009	40,3225
19	14	21	-4,47	3,65	-16,3155	19,9809	13,3225
20	25	18	6,53	0,65	4,2445	42,6409	0,4225
Итого	360	295	0,11	0,05	-215,824	388,2353	349,8825

Учитывая, что $\bar{y}_5 = \frac{\sum_{t=4}^n y_t}{n-3} = \frac{18+15+20+\dots+25}{17} = \frac{314}{17} = 18,47,$

$$\bar{y}_6 = \frac{\sum_{t=4}^n y_{t-3}}{n-3} = \frac{16+21+9+\dots+21+18}{17} = \frac{295}{17} = 17,35,$$

имеем:

$$r_3 = \frac{\sum_{t=4}^n (y_t - \bar{y}_5)(y_{t-3} - \bar{y}_6)}{\sqrt{\sum_{t=4}^n (y_t - \bar{y}_5)^2 \cdot \sum_{t=4}^n (y_{t-3} - \bar{y}_6)^2}} = \frac{-215,824}{\sqrt{388,2353 \cdot 349,8825}} = -0,5855.$$

Строим ряд y_{t-4} и расчетную таблицу (4.5).

Таблица 4.5. Расчет коэффициента автокорреляции четвертого порядка

t	y_t	y_{t-4}	$y_t - \bar{y}_7$	$y_{t-4} - \bar{y}_8$	$(y_t - \bar{y}_7)(y_{t-4} - \bar{y}_8)$	$(y_t - \bar{y}_7)^2$	$(y_{t-4} - \bar{y}_8)^2$
1	16	—	—	—	—	—	—
2	21	—	—	—	—	—	—
3	9	—	—	—	—	—	—
4	18	—	—	—	—	—	—
5	15	16	-3,5	-1,3125	4,59375	12,25	1,722656
6	20	21	1,5	3,6875	5,53125	2,25	13,59766
7	10	9	-8,5	-8,3125	70,63625	72,25	69,09766
8	18	18	-0,5	0,6875	-0,34375	0,25	0,472656
9	17	15	-1,5	-2,3125	3,46875	2,25	5,347656
10	24	20	5,5	2,6875	14,78125	30,25	7,222656
11	13	10	-5,5	-7,3125	40,21875	30,25	53,47266
12	22	18	3,5	0,6875	2,40625	12,25	0,472656
13	17	17	-1,5	-0,3125	43,46875	2,25	0,097656
14	25	24	6,5	6,6875	32,34375	42,25	44,72266
15	11	13	-7,5	-4,3125	11,71875	56,25	18,59766
16	21	22	2,5	4,6875	0,15625	6,25	21,97266
17	18	17	-0,5	-0,3125	28,40625	0,25	0,097656
18	26	25	7,5	7,6875	23,96875	56,25	59,09766
19	14	11	-4,5	3,6875		20,25	39,84766
20	25	21	6,5			42,25	13,59766
Итого	360	277	0	0	339,5	388	349,4375

$$\text{Учитывая, что } \bar{y}_7 = \frac{\sum_{t=5}^n y_t}{n-4} = \frac{15 + 20 + 10 + \dots + 25}{16} = \frac{296}{16} = 18,5,$$

$$\bar{y}_8 = \frac{\sum_{t=5}^n y_{t-4}}{n-4} = \frac{16 + 21 + 9 + \dots + 11 + 21}{16} = \frac{277}{16} = 17,3125.$$

$$\text{Тогда } r_4 = \frac{\sum_{t=5}^n (y_t - \bar{y}_7)(y_{t-4} - \bar{y}_8)}{\sqrt{\sum_{t=5}^n (y_t - \bar{y}_7)^2 \cdot \sum_{t=5}^n (y_{t-4} - \bar{y}_8)^2}} = \frac{339,5}{\sqrt{388 \cdot 349,4375}} = 0,9220.$$

Данное значение свидетельствует о достаточно сильной связи текущих уровней y_t и y_{t-4} . Продолжив аналогично расчеты, получим автокорреляционную функцию данного временного ряда.

Таблица 4.6 Коррелограмма временного ряда объёма товарооборота

Лаг	Коэффициент автокорреляции уровней	Лаг	Коэффициент автокорреляции уровней
1	-0,5492	5	-0,6398
2	0,5534	6	0,5134
3	-0,5855	7	-0,6661
4	0,9220	8	0,9655

Анализ значений автокорреляционной функции позволяет сделать вывод о наличии в изучаемом временном ряде, во-первых, линейной тенденции (r_i принимают достаточно большие значения), во-вторых, сезонных колебаний периодичностью в четыре квартала. Данный вывод подтверждается и графическим анализом структуры ряда (рис.4.1).

2. Рассчитаем компоненты аддитивной модели временного ряда вида

$$Y = T + S + E,$$

где T – трендовая компонента, S – сезонная компонента, E – случайная компонента.

Шаг 1. Проведем выравнивание исходных уровней ряда методом скользящей средней. Для этого:

а) просуммируем уровни ряда последовательно за каждые четыре квартала со сдвигом на один момент времени и определим условные годовые объёмы товарооборота (гр.3 табл.4.7);

Таблица 4.7 Расчет оценок сезонной компоненты в аддитивной модели и мультипликативной модели

Номер квартала, t	Объем товаро-оборота, тыс.долл., Y_t	Итого за четыре квартала тыс. долл.,	Скользкая средняя за четыре квартала, тыс. долл.	Центри-рованная скользящая средняя, тыс.долл.	Оценка сезонной компоненты в аддитивной модели	Оценка сезонной компоненты в мульти-пликативной модели
1	2	3	4	5	6	7
1	16	—	—	—	—	—
2	21	64	16,00	—	-6,875	—
3	9	63	15,75	15,875	2,375	0,567
4	18	62	15,70	15,625	-0,625	1,152
5	15	63	15,75	15,625	4,250	0,960
6	20	63	15,75	15,750	-6,000	1,270
7	10	65	16,25	16,000	1,250	0,625
8	18	69	17,25	16,750	-0,625	1,075
9	17	72	18,00	17,625	5,500	0,965
10	24	76	19,00	18,500	-6,000	1,297
11	13	76	19,00	19,000	2,875	0,684
12	22	77	19,25	19,125	-2,000	1,150
13	17	75	18,75	19,000	6,375	0,895
14	25	74	18,50	18,625	-7,625	1,342
15	11	75	18,75	18,625	2,175	0,591
16	21	76	19,00	18,825	-1,375	1,113
17	18	79	19,75	19,375	5,75	0,929
18	26	73	20,75	20,250	—	1,284
19	14	—	—	—	—	—
20	25	—	—	—	—	—

б) разделив полученные суммы на 4, находим скользящие средние (графа 4 табл. 4.7).

Отметим, что полученные таким образом выравненные значения уже не содержат сезонные компоненты;

в) приведем эти значения в соответствие с фактическими моментами времени, для чего найдем средние значения из двух последовательных скользящих средних - центрированные скользящие средние(графа 5 табл.4.7);

Шаг 2. Найдем оценки сезонной компоненты как разность между фактическими уровнями ряда и центрированными скользящими средними (графа 6 табл. 4.7). Используем эти оценки для расчета значений сезонной компоненты S (табл. 4.8). Для этого найдем средние за каждый квартал (по всем годам) оценки сезонной компоненты S_i .

Таблица 4.8 Расчет значений сезонной компоненты в аддитивной модели

Показатель	Год	Номер квартала, i			
		I	II	III	IV
	1	-	-	-6,875	2,375
	2	-0,625	4,250	-6,000	1,250
	3	-0,625	5,500	-6,000	2,875
	4	-2,000	6,375	-7,625	2,175
	5	-1,375	5,75	-	-
Итого за i – ый квартал (за все годы)	X	4,625	21,875	-26,5	8,675
Средняя оценка сезонной компоненты для i – ого квартала, \bar{S}_i	X	1,15625	5,46875	-6,625	2,16875
Скорректированная сезонная компонента, S_i	X	-1,120	5,505	-6,589	2,204

В моделях с сезонной компонентой обычно предполагается, что сезонные воздействия за период взаимопогашаются. В аддитивной модели это выражается в том, что сумма значений сезонной компоненты по всем кварталам должна быть равна нулю.

Для данной модели $-1,15625 + 5,46875 - 6,625 + 2,16875 = -0,14375$.

Определим корректирующий коэффициент

$$k = \frac{-0,14375}{4} = -0,0359375.$$

Рассчитаем скорректированные значения сезонной компоненты как разность между ее средней оценкой и корректирующим коэффициентом

k :

$$S_i = \bar{S}_i - k, i = \overline{1,5}.$$

Проверим условие равенства нулю суммы значений сезонной компоненты:

$$-1,20 + 5,505 - 6,589 + 2,204 = 0.$$

Таким образом, получены следующие значения сезонной компоненты:

I квартал: $S_1 = -1,120$;

II квартал: $S_2 = 5,505$;

III квартал: $S_3 = -6,589$;

IV квартал: $S_4 = 2,204$.

Шаг 3. Исключаем влияние сезонной компоненты, вычитая ее значение из каждого уровня исходного временного ряда.

Получим: $T + E = Y - S$ (графа 4, табл.4.9). Эти значения рассчитываются для каждого момента времени и содержат только тенденцию и случайную компоненту.

Таблица 4.9 Расчет выровненных значений T и ошибок E в аддитивной модели

t	y_t	S_i	$T + E = y_i - S_i$	Усл. время t_i	t_i^2	$y_i t_i$	T	T + S	$E = y_i - (T + S)$	E^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	16	-1,12	17,12	-10	100	-171,5	15,15	14,03	1,97	3,8809

2	21	5,505	15,495	-9	81	-139,455	15,435	20,94	0,06	0,0036
3	9	-6,589	15,589	-8	64	-124,712	15,72	9,131	-0,131	0,017161
4	18	2,204	15,796	-7	49	-110,572	16,005	18,209	-0,209	0,043681
5	15	-1,12	16,12	-6	36	-96,72	16,29	15,17	-0,17	0,0289
6	20	5,505	14,495	-5	25	-72,475	16,575	22,08	-2,08	4,3264
7	10	-6,589	16,589	-4	16	-66,356	16,86	10,271	-0,271	0,073441
8	18	2,204	15,796	-3	9	-47,388	17,145	19,349	-1,349	1,819801
9	17	-1,12	18,12	-2	4	-36,24	17,43	16,31	0,69	0,4761
10	24	5,505	18,495	-1	1	-18,495	17,715	23,22	0,78	0,6084
11	13	-6,589	19,589	1	1	19,589	18,285	11,696	1,304	1,700416
12	22	2,204	19,796	2	4	39,592	18,57	20,774	1,226	1,503076
13	17	-1,12	18,12	3	9	54,36	18,855	17,735	-0,735	0,540225
14	25	5,505	19,495	4	16	77,98	19,14	24,645	0,355	0,126024
15	11	-6,589	17,589	5	25	87,945	19,425	12,836	-1,836	3,370896
16	21	2,204	18,796	6	36	112,776	19,71	21,914	-0,914	0,855396
17	18	-1,12	19,12	7	49	133,84	19,995	18,875	-0,875	0,765625
18	26	5,505	20,495	8	64	163,96	20,28	25,785	0,215	0,046225
19	14	-6,589	20,589	9	81	185,301	20,565	13,976	0,024	0,000576
20	25	2,204	22,796	10	100	227,96	20,85	23,054	1,946	3,786916
Итого	360	—	360	0	770	219,69	360	360	0	23,95376

Шаг 4. Определим компоненту Т данной модели для чего проведем аналитическое выравнивание ряда (Т + Е) с помощью линейного тренда.

$$T = b_0 + b_1 t.$$

Расчет параметров линейного тренда представлен в таблице 4.9.

Так как введено условное время так что $\sum t_i = 0$, то $b_0 = \frac{\sum T_i}{n}$; $b_1 = \frac{\sum T_i t_i}{\sum t_i^2}$.

$$\text{У нас } b_0 = \frac{360}{20} = 18; b_1 = \frac{219,69}{770} = 0,285.$$

Таким образом, имеем линейный тренд: $T = 18 + 0,285t$.

Подставив в это уравнение значения $t = -10, -9, \dots, -1; \dots, 9, 10$, найдем уровни Т для каждого момента времени (графа 8, табл.4.9)

Шаг 5. Найдем значения уровней ряда, полученные по аддитивной модели. Для этого прибавим к уровням Т значения сезонной компоненты для соответствующих кварталов (графа 9, табл. 4.9).

Шаг 6. В соответствии с методикой построения аддитивной модели расчет ошибки проводится по формуле $E = Y - (T + S)$.

Это абсолютная ошибка. Численные значения абсолютных ошибок приведены в графа10 табл.4.9.

Для оценки качества построения модели можно использовать сумму квадратов абсолютных ошибок. Для данной модели сумма квадратов абсолютных ошибок равна: $\sum E^2 = 23,95$.

3. Рассчитаем компоненты мультипликативной модели временного ряда

$$Y = T \cdot S \cdot E,$$

где Т – трендовая компонента, S – сезонная компонента,

E – случайная компонента.

Шаг 1. Проведем выравнивание исходных уровней по методу скользящей средней (методика совпадает с аддитивной моделью, табл. 4.7).

Шаг 2. Найдем оценки сезонной компоненты как частное от деления фактических уровней ряда на центрированные скользящие средние (графа 7 табл. 7). Используем эти оценки для расчета сезонной компоненты S (табл. 4.10). Для этого найдем средние за каждый квартал оценки сезонной компоненты \bar{S}_i . Взаимопогашаемость сезонных воздействий в мультипликативной модели выражается в том, что сумма значений сезонной компоненты по всем кварталам должна быть равна числу периодов в цикле, т.е. четырем, т.к. в нашем случае число периодов одного цикла (год) равно четырем кварталам.

Таблица 4.10 Расчет сезонной компоненты в мультипликативной модели

Показатель	Год	Номер квартала, i			
		I	II	III	IV
	1	-	-	0,567	1,152
	2	0,960	1,270	0,625	1,075
	3	0,965	1,297	0,684	1,15
	4	0,895	1,342	0,591	1,113
	5	0,929	1,284	-	-
Итого за i – ый квартал (за все годы)	X	3,749	5,193	2,467	4,49
Средняя оценка сезонной компоненты для i – ого квартала, \bar{S}_i	X	0,93725	1,29825	0,61675	1,1225
Скорректированная сезонная компонента, S_i	X	0,94	1,31	0,62	1,13

Имеем: $0,93725 + 1,29825 + 0,61675 + 1,1225 = 3,97475$.

Рассчитаем корректирующий коэффициент:

$$k = \frac{4}{3,97475} = 1,00635$$

Определим скорректированные значения сезонной компоненты, умножив ее средние оценки на корректирующий коэффициент k :

$$S_i = \bar{S}_i \cdot k, k = 1,4.$$

Проверим условие равенства четырем сумм значений сезонной компоненты:

$$0,94 + 1,31 + 0,62 + 1,13 = 4.$$

Получим следующие значения сезонной компоненты:

$$\text{I квартал: } S_1 = 0,94;$$

$$\text{II квартал: } S_2 = 1,31;$$

$$\text{III квартал: } S_3 = 0,62;$$

$$\text{IV квартал: } S_4 = 1,13.$$

Шаг 3. Разделим каждый уровень исходного ряда на соответствующие значения сезонной компоненты. Получим $T \cdot E = \frac{Y}{S}$. (графа 4 табл. 4.11).

Полученные значения содержат только тенденцию и случайную компоненту.

Таблица 4.11 Расчет выравненных значений T и ошибок E в мультипликативной модели

t	y_t	S_i	$T \cdot E = \frac{Y}{S_i}$	усл. время t_i	t_i^2	$y_t \cdot t_i$	T	T · S	$E = \frac{y_t}{T \cdot S}$	$E' = y_t - (T \cdot S)$	$(E')^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	16	0,94	17,02128	-10	100	-170,213	15,14	14,2316	1,124259	1,7684	3,127239
2	21	1,31	16,03053	-9	81	-144,275	15,43	20,2133	1,03892	0,7867	0,618897
3	9	0,62	14,51613	-8	64	-116,129	15,72	9,7464	0,923418	-0,7464	0,557113
4	18	1,13	15,9292	-7	49	-111,504	16,01	18,0913	0,994953	-0,0913	0,008336
5	15	0,94	15,95745	-6	36	-95,7447	16,3	15,322	0,978984	-0,322	0,103684
6	20	1,31	15,26718	-5	25	-76,3359	16,59	21,7329	0,920264	-1,7329	3,002942
7	10	0,62	16,12903	-4	16	-64,5161	16,88	10,4656	0,955511	-0,4656	0,216783
8	18	1,13	15,9292	-3	9	-47,7876	17,17	19,4021	0,927735	-1,4021	1,965884
9	17	0,94	18,08511	-2	4	-36,1702	17,46	16,4124	1,035802	0,5876	0,345274
10	24	1,31	18,32061	-1	1	-18,3206	17,75	23,2525	1,032147	0,7475	0,558756
11	13	0,62	20,96774	1	1	20,96774	18,33	11,3646	1,143903	1,6354	2,674533
12	22	1,13	19,46903	2	4	38,93805	18,62	21,0406	1,045598	0,9594	0,920448
13	17	0,94	18,08511	3	9	54,25532	18,91	17,7754	0,956378	-0,7754	0,601245
14	25	1,31	19,08397	4	16	76,33588	19,2	25,152	0,993957	-0,152	0,023104
15	11	0,62	17,74194	5	25	88,70968	19,49	12,0838	0,91031	-1,0838	1,174622
16	21	1,13	18,58407	6	36	111,5044	19,78	22,3214	0,939538	-1,3514	1,826282
17	18	0,94	19,14894	7	49	134,0426	20,07	18,8658	0,954107	-0,8658	0,74961
18	26	1,31	19,84733	8	64	158,7786	20,36	26,6716	0,97482	-0,6716	0,451047
19	14	0,62	22,58065	9	81	203,2258	20,65	12,803	1,093494	1,197	1,432809
20	25	1,13	22,12389	10	100	221,2389	20,94	23,6622	1,056537	1,3378	1,789709
Σ	360	—	360,8184	0	770	227,0009	-	-	20,00063	-0,6405	22,14832

Шаг 4. Определим компоненту T в мультипликативной модели. Для этого рассчитаем параметры линейного тренда, используя уровни $(T \cdot E)$. (табл. 10)

$$T = b_0 + b_1 t. \sum t_i = 0, \quad b_0 = \frac{\sum T_i}{n}; \quad b_1 = \frac{\sum T_i t_i}{\sum t_i^2}.$$

$$\text{Имеем } b_0 = \frac{360,8184}{20} = 18,04; \quad b_1 = \frac{223,3}{770} = 0,29.$$

Таким образом, имеем линейный тренд: $T = 18,04 + 0,29t$.

Подставив в это уравнение значения $t = -10; -9; \dots; -1; 1; \dots; 9; 10$ найдем уровни T для каждого момента времени (графа 8, табл.4.11)

Шаг 5. Найдем уровни ряда по мультипликативной модели, умножив уровни T на значения сезонной компоненты для соответствующих кварталов (графа 9 табл. 4.11).

Шаг 6. Расчет ошибки в мультипликативной модели проводится по формуле $E = Y : (T \cdot S)$ (графа 10 табл. 4.11).

Для сравнения мультипликативной модели с аддитивной, используем сумму квадратов абсолютных ошибок: $E^2 = (y_t - (T \cdot S))^2$.

В данной модели сумма квадратов абсолютных ошибок составляет 22,14832. Так как в аддитивной модели аналогичная сумма равна 23,95, то можно сделать вывод, что мультипликативная модель лучше отражает исходный временной ряд.

4. Найдем прогнозное значение ожидаемого товарооборота специализированного магазина за первое полугодие ближайшего следующего года.

Прогнозное значение F_t уровня временного ряда в мультипликативной модели – это произведение трендовой и сезонной компонент. Для определения трендовой компоненты воспользуемся уравнением тренда

$$T = 18,04 + 0,29t.$$

Получим:

$$t = 11 \quad T_{11} = 18,04 + 0,29 \cdot 11 = 21,23$$

$$t = 12 \quad T_{12} = 18,04 + 0,29 \cdot 12 = 21,52$$

Значения сезонной компоненты равны:

$$S_1 = 0,94 \text{ (I квартал); } S_2 = 1,31 \text{ (II квартал).}$$

Таким образом,

$$F_{11} = T_{11} \cdot S_1 = 19,9562;$$

$$F_{12} = T_{12} \cdot S_2 = 28,1912.$$

Прогноз ожидаемого объема товарооборота специализированного магазина на первое полугодие следующего года составляет:

$$19,9562 + 28,1912 = 48,1474 \text{ (тыс. долл.)}$$

Литература

1. Бабешко Л.О. Основы эконометрического моделирования. М.:Ком Книга, 2006. – 432 с.
2. Бородич С.А. Эконометрика: Учебное пособие. – Мн.: Новое знание, 2001.-408 с.
3. Е.Ю. Дорохина, Л.Ф. Преснякова, Н.П. Тихомиров. Сборник задач по эконометрике. Учебное пособие для студентов экономических вузов. – М.: изд. «Экзамен», 2003.-224с.
4. Комаев В.А. Эконометрика: Учебник.- М.: ИНФРА.-2006.-160 с.
5. Новак Эдуард. Введение в методы эконометрики. Сборник задач. Перевод с польск./ под ред. И.И. Елесеевой.- М.: Финансы и статистика, 2004.-248 с.
6. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс: учеб.- М., Дело, 2001.-400 с.
7. Катышев П.К., Магнус Я.Р., Пересецкий А.А. Сборник задач по начальному курсу эконометрики.- М.: Дело, 2002.-208 с.

Содержание

Методические указания к выполнению и оформлению работы.....	3
Вопросы программы.....	4
Контрольные задания.....	4
Решение типового варианта.....	9
Литература.....	27
Содержание.....	28
Приложение 1.....	29

СТАТИСТИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

1. Таблица значений F -критерия Фишера при уровне значимости $\alpha = 0,05$

k_1 k_2	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	эээ	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48

Продолжение

	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,36	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

2. Критические значения t -критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10, 0,05,0,01 (двухсторонний)

Число степеней	а			Число степеней	а		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982		1,6449	1,9600	2,5758

**3. Критические значения корреляции для уровневой значимости
0,05 и 0,01**

df	a = 0,05	a = 0,01	df	a = 0,05	a = 0,01
1	0,996917	0,9998766	17	0,4555	0,5751
2	0,95000	0,99000	18	0,4438	0,5614
3	0,8783	0,95873	19	0,4329	0,5487
4	0,8114	0,91720	20	0,4227	0,5368
5	0,7545	0,8745	25	0,3809	0,4869
6	0,7067	0,8343	30	0,3494	0,4487
7	0,6664	0,7977	35	0,3246	0,4182
8	0,6319	0,7646	40	0,3044	0,3932
9	0,6021	0,7348	45	0,2875	0,3721
10	0,5760	0,7079	50	0,2732	0,3541
11	0,5529	0,6835	60	0,2500	0,3248
12	0,5324	0,6614	70	0,2319	0,3017
13	0,5139	0,6411	80	0,2172	0,2830
14	0,4973	0,6226	90	0,2050	0,2673
15	0,4821	0,6055	100	0,1946	0,2540
16	0,4683	0,5897			

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Годунов Борис Алексеевич,
Гусева Светлана Тадеушевна,
Золотухина Лада Станиславовна,
Шамовская Галина Владимировна.

ЭКОНОМЕТРИКА

Методические рекомендации и варианты контрольных работ
по курсу "Эконометрика" для студентов экономических специальностей заочной формы
обучения.

Ответственный за выпуск: Гусева С.Т.
Редактор Строкач Т.В.

Подписано к печати 2008. Формат 60x84/16.

Усл. п. л. Уч. изд. л. . Заказ N

Тираж экз. Отпечатано на ризографе

УО «Брестский государственный технический университет»
224017. Брест, ул. Московская, 267.