

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

# **СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ**

**Сборник материалов**  
**X Республиканской научной конференции**  
**молодых учёных и студентов**

*23–24 ноября 2017 года*

**Брест 2017**

УДК 004+51+61+62+68+33+36  
ББК 22.11/.19+32.97

**Программный комитет конференции:**

**Председатель:** Головки В.А. – д. т. н., профессор (БрГТУ).  
**Зам. председателя:** Рубанов В.С. – к. физ.-мат. н., доцент (БрГТУ).  
**Члены:** Корзюк В.И. – академик НАНБ, д. физ.-мат. н., профессор (БГУ),  
Голеньков В.В. – д. т. н., профессор (БГУИР),  
Дудкин А.А. – д. т. н., профессор (ОИПИ НАНБ),  
Лазаквич Н.В. – д. физ.-мат. н., профессор (БГУ),  
Мазаник С.А. – д. физ.-мат. н., профессор (БГУ),  
Дереченник С.С. – к. т. н., доцент (БрГТУ),  
Махнист Л.П. – к. т. н., доцент (БрГТУ),  
Парфомук С.И. – к. т. н., доцент (БрГТУ),  
Матысик О.В. – к. физ.-мат. н., доцент (БрГУ им. А.С. Пушкина),  
Сендер Н.Н. – к. физ.-мат. н., доцент (БрГУ им. А.С. Пушкина).

**Редакционная коллегия:**

**Главный редактор:** Головки В.А. – д. т. н., профессор.  
**Члены редакционной коллегии:** Дереченник С.С. – к. т. н., доцент, Махнист Л.П. – к. т. н., доцент,  
Парфомук С.И. – к. т. н., доцент, Лебедь С.Ф. – к. физ.-мат. н., доцент, Рубанов В.С. – к. физ.-мат. н.,  
доцент, Муравьев Г.Л. – к. т. н., доцент, Матысик О.В. – к. физ.-мат. н., доцент.

**Рецензенты:**

кафедра прикладной математики и информатики БрГУ им. А.С. Пушкина;  
Сендер Н.Н., к. физ.-мат. н., доцент.

**Современные проблемы математики и вычислительной техники** : сборник материалов  
X Республиканской научной конференции молодых ученых и студентов, Брест, 23–24 ноября 2017 г. /  
Брестский государственный технический университет ; редкол.: В.А. Головки (гл. ред.) [и др.]. – Брест :  
БрГТУ, 2017. – 95 с.

**ISBN 978-985-493-407-5**

В сборнике представлены материалы докладов по современным проблемам интеллектуальных технологий обработки данных в научных и прикладных исследованиях, робототехники, моделирования нелинейных динамических процессов, аналитических и численных методов исследований в математике и их приложениях.

Конференция проводится при поддержке проекта TEMPUS 544137-TEMPUS-1-2013-1-SK-TEMPUS-JPHS «Centers of Excellence for young REsearchers (CERES)» в целях улучшения условий для научно-исследовательской работы молодых ученых из университетов Республики Беларусь. Информационную поддержку конференции оказывает Центр передового опыта для молодых ученых БрГТУ <http://ceres.bstu.by>.

УДК 004+51+61+62+68+33+36  
ББК 22.11/.19+32.97

**ISBN 978-985-493-407-5**

© «Издательство БрГТУ», 2017

**ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ.  
СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ РОБОТОТЕХНИКИ.  
АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ**

УДК 681.31, 621.398, 004.4:004.9

**ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ПРЕДОБРАБОТКИ, АНАЛИЗА  
И АВТОФОКУСИРОВКИ ДЛЯ УСТАНОВОК КОНТРОЛЯ КРИТИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ**

***Аваков С.М.<sup>13</sup>, Воронов А.А<sup>2</sup>, Дедков А.И.<sup>1</sup>***

*<sup>1</sup> ОАО КБТЭМ-ОМО, г. Минск*

*<sup>2</sup> Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, г. Минск*

*<sup>3</sup> Белорусский государственный университет информатики и  
радиоэлектроники, г. Минск*

*Научный руководитель: Аваков С.М., д. т. н., профессор*

**Введение.** Рассматривается задача автофокусировки для оборудования видеозахвата, которое применяется в установках контроля критических размеров и дефектов.

Актуальность автоматической фокусировки связана с тем, что без нее невозможно в принципе осуществить автоматический контроль изделий, поскольку определяющую роль в процессе контроля играет непрерывное поддержание резкого изображения. При этом могут достигаться различные цели контроля: поиск привнесенных дефектов, регистрация искажений топологического рисунка или контроль размеров элементов структур и т. п. Система автоматической фокусировки позволяет определить такое положение контролируемого образца относительно рабочего объектива, в котором объектив формирует изображение этого образца с распределением световой энергии, наименее отличающимся от ее распределения в образце, что имеет особую важность для достоверной регистрации топологического рисунка структуры полупроводникового прибора.

**Алгоритмы.** Автоматическая фокусировка по изображению основывается на итеративных методах с использованием функции резкости (ФР), реальной оценки резкости дискретного изображения. Для серии изображений, используемой для фокусировки, ФР должна достигать максимумов для корректно сфокусированного изображения. ФР дают значение, указывающее степень фокусировки для каждого изображения того же объекта. Эти функции основаны на знаниях о различиях в информационном наполнении в сфокусированных и несфокусированных изображениях. Основное предположение, лежащее в основе большинства этих функций, состоит в том, что расфокусированное изображение является результатом свертки изображения с определенной функцией точечного распространения (point-spread function, PSF), которая обычно приводит к уменьшению высоких частот изображения. Этот результат можно также увидеть в предположении, что хорошо сфокусированные изображения содержат больше информации и деталей (краев), чем несфокусированные изображения. ФР можно разделить на несколько групп: функции, основанные на дифференцировании изображения (градиенте

изображения); функции, основанные на глубине пиков и долин; функции, основанные на контрасте изображения; функции, основанные на гистограмме; функции, основанные на статистической информации; на основе Фурье преобразования.

*Функции, основанные на дифференцировании изображения, считаются перспективными, и реализация автофокусировки предлагается на основе данного решения.*

**Результаты и выводы.** Эксперимент показал, что: определение степени сфокусированности для части изображения осуществляется наилучшим образом путем свертки значений интенсивности пикселей выбранной области изображения с цифровым фильтром  $8 \times 8$  из 1 и ядром  $4 \times 4$  из троек. Программная реализация алгоритма используется в установках автоматического контроля предприятия ОАО КБТЭМ-ОМО.

#### **Список цитированных источников**

1. Шульман, М.Я. Автоматическая фокусировка оптических систем. – СПб: Машиностроение, 1990.

УДК 614.8 (43)

## **ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ ПОДХОД К УПРАВЛЕНИЮ ПОЖАРНОЙ БЕЗОПАСНОСТЬЮ**

***Беглякова М.С.***

*Университет гражданской защиты МЧС Беларуси, г. Минск  
Научный руководитель: Шамукова Н.В., к. физ.-мат. н., доцент*

Любая пропаганда, в том числе и противопожарная, является идеологической деятельностью, подчиняется общим требованиям и закономерностям, используя одни и те же формы и методы, базируется на тех же технических средствах массовой коммуникации. И конечная цель любой пропаганды – просветить, убедить, воспитать. Различие только в направлении этого процесса на решение той или иной проблемы. Таким образом, главная задача агитационно-пропагандистской работы органов пожарной охраны состояла и состоит в том, чтобы практически каждому человеку стало предельно ясно, что научно-техническая революция среди многих важнейших проблем остро поставила перед человечеством и проблему пожаров, огнеопасности среды обитания. Поэтому жизненно необходимо постоянно разъяснять содержание и суть норм и правил пожарной безопасности, резко повысить личную ответственность людей.

Поэтому пропаганда противопожарной безопасности – одно из приоритетных направлений деятельности МЧС Республики Беларусь.

Как пропаганда, так и агитация должны быть обязательно информационны, хотя и в неодинаковой степени. Насыщенность информацией агитации и пропаганды соотносятся, как один к двум (а по некоторым данным один к трем), что же касается собственно информации, то она лишь одно из используемых в этой работе средств. Основное отличие (при кажущемся сходстве) агитации от пропаганды заключается в преобладании в агитации эмоционального элемента и широкого использования массовых кампаний.

Кроме того, агитация может быть прерывна, тогда как пропаганда должна нестись постоянно — даже кратковременный перерыв снижает ее эффективность. Агитация практически неэффективна без предварительной (или параллельной) пропагандистской работы, которая создает почву для агитационной деятельности.

Необходимость адаптации современных промышленных предприятий к новым условиям (уменьшение финансовых средств на обеспечение пожарной безопасности, износ технологического оборудования, проблемы с кадровым составом, изменение окружающей среды и т. д.) требует внедрения новых информационных технологий управления, учитывающих интеллектуальный потенциал (капитал) организации. Интеллектуальный капитал представляет собой один из наиболее важных ресурсов развития организаций независимо от типа решаемых задач, места в общественном разделении труда, формы собственности и уровня развития.

Основными предпосылками для внедрения интеллектуальных технологий управления являются:

- знания и опыт специалистов, которые требуют системной обработки (поиск, отбор, накопление, хранение, передача);
- накопление большого объема данных (Big data), которые необходимо обрабатывать с целью поиска полезных закономерностей;
- увеличение количества информационных систем, расчетных программ, включающих базы данных по различным направлениям деятельности предприятия;
- повышение динамики принятия решений в кризисных ситуациях, требующее разработки и внедрения систем поддержки принятия управленческих решений;
- необходимость интеграции всех ресурсов в единое информационное пространство организации на основе интернет-технологий.

Указанные предпосылки формируют основные этапы деятельности по информатизации предприятий в сфере интеллектуальных технологий (рис.1). Важным аспектом внедрения технологий интеллектуализации управления пожарной безопасностью является формирование единого информационного пространства. Проблема заключается в разрозненности и дезинтеграции информационных технологий, применяемых в целях управления пожарной безопасностью объектов защиты.



**Рисунок 1 – Основные этапы интеллектуализации процессов управления пожарной безопасностью**

Целесообразно привлекать в сферу противопожарной пропаганды опыт маркетинговых подходов увеличения продаж товаров. Так, например, вирусный маркетинг – общее название различных методов распространения рекламы в прогрессии, близкой к геометрической, где главным распространителем информации являются сами получатели информации.

Так же для пропагандистской работы можно привлечь и фундаментальную математику, изучив свойства некоторых функций и наложив их на социальные и общественные процессы.

Пусть сообщается некоторая информация, о которой в момент времени  $t = 0$  из пропагандистской беседы получили информацию  $x_0$  человек из общего числа  $N$  потенциальной аудитории. Далее эта информация распространяется посредством общения людей, и в момент времени  $t > 0$  число знающих информацию людей равно  $x(t)$ . Сделаем предположение, что скорость роста числа имеющих информацию пропорциональна как числу осведомлённых в данный момент людей, так и числу неосведомлённых людей. Это приводит к дифференциальному уравнению Ферхюльста – Пирла:

$$\frac{dx}{dt} = kx(N - x).$$

Здесь  $k$  – положительный коэффициент пропорциональности.

Логистическая функция примет вид:

$$x = \frac{N}{1 + (1 - \alpha)e^{-Nkt}}.$$

Таким образом, можно рассчитать аудиторию для распространения противопожарной пропаганды, для того чтобы информация распространилась на весь объем её потенциальных потребителей. Так как известны свойства графика логистической кривой, то так же можно определить частоту проведения профилактических бесед, так чтобы они давали максимальный эффект.

В прикладных пакетах MS Excel решить дифференциальное уравнение Ферхюльста – Пирла можно для различных значений коэффициента  $a$ , а также для различных начальных условий, что позволяет рассчитать возможные варианты под конкретные агитационные цели.

Подход дает высокую точность прогнозируемых результатов.

Таким образом, пропаганда противопожарной безопасности может использовать весь арсенал естественнонаучной инженерной подготовки в вузах курсантов МЧС.

#### Список цитированных источников

1. Тихомиров, Н.П. Методы социально-экономического прогнозирования / Н.П. Тихомиров, В.А. Попов // – М.: Изд-во ВЗПИ, А/О «Росвузнаука», 2008.
2. Кафидов, В.В. Социология и технологии безопасности: учеб. пособ. для вузов. – М.: Академический Проект, 2005. – 224 с.

УДК 004.93'1; 004.932

## **АЛГОРИТМЫ ПОВЫШЕНИЯ ИНФОРМАТИВНОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЯ СЛОЁВ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМ ДЛЯ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТОПОЛОГИИ**

**Дедков А.И. <sup>1</sup>, Инютин А.В. <sup>2</sup>, Марушко Е.Е. <sup>2</sup>, Тутко Д.С. <sup>3</sup>, Шоломицкий В.Г. <sup>1</sup>**

<sup>1</sup>ОАО «КБТЭМ-ОМО», г. Минск

<sup>2</sup>Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, г. Минск

<sup>3</sup>Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

e-mail:marushkoe@gmail.com, avin@lsi.bas-net.by

Восстановление топологии (ВТ) является актуальным этапом для процессов обратного проектирования, проверки патентной чистоты продукции, контроля технологического процесса производства интегральных схем (ИС). ВТ производится путем определения соответствия некоторого набора фрагментов изображения многоугольникам, которые являются элементами транзистора, межслойными соединениями, контактами и т. д. ВТ на реальных снимках мешают многочисленные искажения, обусловленные как ограничениями микроскопа и системы видеозахвата, так и главным образом процессом получения послойных изображений кристалла ИС с помощью травления, шлифовки и т. д. Для задачи ВТ слоя полупроводниковой микросхемы под информативностью будем понимать площадь областей интереса, т. е. всех сегментов снимка, которые можно классифицировать как элементы топологии (проводники, контактные окна) и подложку.

Для повышения информативности предлагается использовать алгоритм объединения областей интереса слоя нескольких наборов кадров, полученных с разных кристаллов ИС, который имеет следующие шаги:

1. Выбор двух кадров с изображением общего фрагмента слоя из каждого набора.
2. Совмещение кадров относительно друг друга.
3. Выделение для каждого кадра областей интереса методом сегментации изображения.
4. Объединение дорожек кадров.
5. Уточнение подложек кадров и их объединение.
6. Объединение областей интереса кадров. Объектами интереса являются элементы топологии и подложка.

Исходными данными являются два или более набора цветных или полутоновых изображений слоя ИС. Каждое изображение слоя ИС представляет собой набор кадров с их координатами.

Результат выделения областей интереса кадров слоя металла содержит ошибки из-за влияния элементов соседнего слоя – поликремния. Поэтому разработан алгоритм коррекции изображения слоя, основанный на использовании элементов топологии одного слоя для коррекции соседнего:

1. Совмещение подлежащего слоя с обрабатываемым.

2. Выделение необходимых элементов подлежащего слоя методом сегментации.
3. Формирование маски путем уточнения формы выделенных элементов и конвертации их в черно-белое представление.
4. Обработка изображения на основе полученной маски. Исходными данными являются набор цветных изображений слоев ИС в виде набора кадров с их координатами.

### **Заключение**

Использование предложенных алгоритмов позволяет повысить информативность сильно искаженных изображений слоев ИС за счет объединения информации об областях интереса с нескольких кадров, а также уменьшении искажений элементов топологии и подложки слоя при использовании масок, сформированных на базе информации с соседних слоев.

### **Список цитированных источников**

1. Инютин, А.В. Повышение точности сегментации изображений печатных плат / А.В. Инютин // Развитие информатизации и государственной системы научно-технической информации (РИНТИ-2016): доклады XV Междунар. конф., Минск, 17 нояб. 2016 г. – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2016. – С. 296–299.
2. Gu, L. Morphological Segmentation Applied to Character Extraction from Color Cover Images / L. Gu, T. Kaneko and N. Tanaka // Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing. – Dordrecht : Kluwer, 1998 – P. 191-198.

УДК 004.932

## **СОСТАВЛЕНИЕ КАРТ СОСТОЯНИЯ РАСТИТЕЛЬНОСТИ И ПОСЕВОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДЕСКРИПТОРОВ НА ОСНОВЕ НЕЧЁТКОЙ ЛОГИКИ**

***Евкович Е.А.***

*Международный институт дистанционного образования (БНТУ),  
Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, г. Минск  
Научный руководитель: Старовойтов В.В., д. т. н., профессор*

### **Введение**

Для реализации геоинформационных технологий необходимы программно-технические системы, позволяющие выявить неоднородность поля в соответствии с потребностями посевов. Для этого необходимо использование методов анализа состояния растительного покрова сельскохозяйственных полей по аэрофотоснимкам, по ним есть возможность построения точных карт состояния растений и почв, автоматизированного выделения и идентификации различных типов сельскохозяйственных культур, оценки их развития и созревания, контроля возникновения и развития заболеваний растений.

Анализ состояния растительности базируется на решении двух основных задач: идентификации (выделение на исходных аэрофотоснимках однородных по некоторым

признакам объектов) и классификации. Их решение осложняется нечеткостью признаков, а также наличием мешающего фона, влиянием облачности и теней.

Дистанционные методы мониторинга сельскохозяйственных полей дают возможность оперативно выявить участки полей, пораженные болезнью. Выявление заболевания на ранних стадиях развития значительно сокращают затраты труда и средств [1]

### **1. Алгоритм построения комбинированных информативных признаков для составления карт состояния растительности**

Данный алгоритм предназначен для определения состояния растительности – разделения растительности по вегетативному состоянию и определения уровня поражения заболеваниями.

Алгоритм состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Вычисление усовершенствованного вегетационного индекса EVI.

Шаг 2. Вычисление зеленого нормализованного разностного вегетационного индекса GNDVI.

Шаг 3. Вычисление индекса листовой поверхности LAI.

Шаг 4. Проверка попаданий значений оттенка (Hue) и насыщенности (Saturation) в диапазоны значений.

Шаг 5. Построение гистограммных характеристик для каналов R, G и B.

Шаг 6. Определение областей, в которых индексы попадают в одинаковые интервалы.

Шаг 7. Формирование карты посевов.

Шаг 8. Маскирование карты, полученной на шаге 6 с помощью карты посевов.

Построение дескрипторов объектов основано на использовании комбинированных информативных признаков многоспектральных изображений.

### **2. Алгоритм построения комбинированных информативных признаков для составления карт посевов**

Данный алгоритм предназначен для решения задачи обнаружения растительности (отделение растительности от почвы, определение участков низкой всхожести, поиск участков погибшей растительности) и использует нормализованный относительный индекс биомассы, текстурные и фрактальные характеристики.

Алгоритм состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Вычисление нормализованного относительного индекса биомассы NDVI.

Шаг 2. Вычисление текстурных характеристик Харалика (Contrast, Entropy) для каждого из каналов мультиспектрального изображения поля.

Шаг 3. Вычисление значения фрактальной размерности для различного масштаба.

Шаг 4. Построение карты плотности биомассы на основе значений NDVI согласно таблице.

Шаг 5. Построение карты плотности биомассы на основе текстурных характеристик Харалика.

Шаг 6. Построение карты плотности биомассы на основе фрактальных размерностей разного масштаба.

Шаг 7. Построение по полученным значениям карты посевов и объединение их операцией логического "ИЛИ". Алгоритм состоит из следующих шагов [3].

### **3. Алгоритмы нечеткой кластеризации**

Одной из особенностей исследуемых данных является невозможность однозначного разделения характеристик площадных объектов на кластеры. Это связано с тем, что здоровая растительность не всегда четко отличается по цвету от пораженной заболеванием (например, в случае наличия солнечных бликов, либо не корректного баланса белого). Для решения этой проблемы следует использовать дополнительные признаки, а также алгоритмы кластеризации, работающие для неоднозначно кластеризуемых данных. Такими алгоритмами являются алгоритмы нечеткой кластеризации.

Одним из наиболее мощных подходов к анализу многомерных нечетких данных является кластерный анализ, построенный на аппарате нечетких множеств. Нечеткая или мягкая кластеризация вводит понятие нечетких кластеров и функцию принадлежности объектов к ним, изменяющуюся в диапазоне  $[0; 1]$ , что позволяет оценить степень принадлежности объекта к тому либо иному кластеру.

Базовым алгоритмом нечеткой кластеризации является алгоритм FuzzyC-means (FCM) и две его модификации Gustafson-Kessel (GKC) и Gath-Geva (GGC).

### **4. Построение дескриптора на основе нечеткой логики**

Основная проблема распознавания данных заключается в том, что характеристики вариативности (текстурные и фрактальные) и информативные признаки (индексы биомассы) могут иметь пересекающиеся диапазоны. Отсюда следует, что четкое определение характеристик кластеров затруднено и может варьироваться. Поэтому выделяются две задачи: формирование кластеров и дескрипторов объектов с использованием нечеткого описания, классификация нечетких дескрипторов.

Алгоритм подготовки построения нечетких дескрипторов объектов состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Вычисление комбинированных информативных признаков многоспектральных изображений.

Шаг 2. Сегментация исходных изображений на основании вычисленных на шаге 1 информативных признаков.

Шаг 3. Классификация сегментов.

Шаг 4. Вычисление текстурных и фрактальных характеристик для каждого класса.

Шаг 5. Вычисление среднего значения характеристик и информативных признаков для каждого класса.

Алгоритм вычисления нормализованных расстояний имеет следующий вид.

Шаг 1. Вычисление расстояния значений характеристик и признаков объектов до среднего значения каждого класса.

Шаг 2. Нормализация значения расстояний, чтобы их сумма была равна 1.

Полученное множество нормализованных расстояний и является нечетким дескриптором объекта.

### **Заключение**

Алгоритмы построения комбинированных информативных признаков многоспектральных изображений, основанные на совместном использовании ряда вегетационных индексов, вычисляемых на базе видимого спектра и ближнего инфракрасного спектра, цветовых и текстурных характеристик изображений предназначены для оценки состояния сельскохозяйственной растительности и подготовки различных тематических карт для задач точного земледелия.

Алгоритм построения дескрипторов объектов, характеризующихся вариативностью информационных признаков может использоваться для сегментации и распознавания изображений в системах мониторинга состояния и прогнозирования урожайности сельскохозяйственной растительности.

### **Список цитированных источников**

1. Беляев, Б.И. Оптическое дистанционное зондирование / Б.И. Беляев, Л.В. Катковский. – Минск: БГУ, 2006. – С. 455.
2. Rouse, J.W. Monitoring vegetation systems in the Great Plains with ERTS / J.W. Rouse [at al.] // In 3rd ERTS Symposium, NASA SP-351 I. – 1973. – P. 309–317.
3. Huete, A.R. A comparison of vegetation indices over a global set of TM images for EOS-MODIS / A.R. Huete [at al.] // Remote Sensing of Environment. – 59. – P. 440 – 451.

УДК 004.89

## **СИСТЕМА МАШИННОГО ЗРЕНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА УПАКОВКИ**

***Иванюк Д.С., Лузан А.А., Головки В.А., Новик А.И.***

*Брестский государственный технический университет, г. Брест*

### **1. Постановка задачи**

Предприятия, выпускающие различного рода продукцию, сталкиваются с проблемой контроля качества упаковки: наличие крышки, закрученность крышки, уровень продукта, наличие напечатанной информации для покупателя (дата и время фасовки, номер партии) и т. д. Данная задача актуальна, так как удовлетворенность потребителя напрямую зависит от качества продукта и достоверности информации о товаре, который он покупает в магазине. В данной статье рассматривается задача контроля качества продукции, выпускаемой ОАО “Савушкин продукт”. Подробно описывается задача контроля надписей на крышках.

## 2. Решение задачи традиционными способами, их достоинства и недостатки

Существуют следующие стандартные способы контроля качества продукции:

### Операторский контроль

Самый простой способ решения данной проблемы – это возложение задачи контроля на оператора. Однако данный способ может применяться только для выборочного контроля, так как оператор занят выполнением целого спектра других обязанностей. Также данный подход имеет целый ряд других недостатков, например, субъективность контроля, сильное влияние внешних факторов и т. п.

### Оптические датчики (машинное зрение)

Сегодня, когда повышенное внимание на любом производстве уделяется контролю качества продукции, системы технического зрения набирают популярность. Многие производители промышленного оборудования обратили свое внимание на эту нишу, и можно назвать ряд компаний, которые предоставляют широкий спектр устройств от простых датчиков технического зрения до сложных систем. Среди наиболее известных фирм можно выделить Festo, Omron, Ifm, Cognex и др. Как правило, датчики промышленного исполнения имеют схожий функционал. На примере датчиков компании IFM рассматриваются устройства для определения брака продукции на разных уровнях (раздел 3).

### Использование искусственных нейронных сетей

Для решения задач, связанных с распознаванием, также могут использоваться искусственные нейронные сети. Данный подход в настоящее время очень актуален, так как:

- появляются мощные аппаратные решения для параллельных вычислений (*CUDA-EnabledGPU*)
- развиваются новые подходы машинного обучения (*Deep learning*)

## 3. Опыт использования решения от IFM

На первом уровне для проверки продукта используются устройства с независимым контролем контуров объекта и контролем наличия объекта, его размера и положения по контрастности. Далее для контроля маркировки используются датчики распознавания кодов. Данные устройства позволяют распознавать одномерные и двумерные коды. И на последнем этапе проверяется комплектность упаковки готовой продукции при помощи 3d-датчика. Каждый кадр, получаемый 3d-датчиком, представляет собой трёхмерное объёмное изображение объектов, попадающих в его поле зрения.

У всех устройств есть похожие черты. Они позволяют захватывать изображение для обработки на основе срабатывания внешних триггеров или путем получения программного сигнала. После этого камера производит анализ изображения (например, ищет заданный контур в определенной области снимка) и выдает сигнал об успешном завершении анализа. При большом количестве различной продукции, качество которой должна оценивать камера, возникает сложность с индивидуальными настройками. Так для разных продуктов необходимо настроить разные приложения. Например, для оценки раз-

личного объема или разного цвета этикетки или крышек нужны отдельные настройки. Каждый датчик позволяет настроить от восьми (восемь в случае распознавания кодов) до тридцати двух приложений для анализа. Каждое приложение позволяет настроить индивидуальное срабатывание триггера, параметры освещения (использование внутренней или внешней подсветки, время экспозиции), построение модели для поиска объекта, технологический интерфейс, который позволяет определить результирующие сигналы и сообщения о работе приложения. После окончания работы отдельного приложения мы можем собрать статистику об общем количестве снимков, успешных и не успешных обработках.

#### 4. Разработка решения на нейронных сетях

##### Описание системы

Система работает с видео, полученным непосредственно с камеры, расположенной над конвейером. Далее описывается подход к обработке видеопотока.

##### Алгоритм

Каждый кадр видеопотока обрабатывается как изображение. Во время обработки кадра используются предсказания четырех моделей:

- **pos** – модель, выполняющая классификацию на 4 класса: “крышка по центру”, “крышка слева”, “крышка справа”, “крышка не в кадре”.
- **detect** – модель, сегментирующая кадр для обнаружения пикселей, принадлежащими крышке.
- **digitpos** – модель, сегментирующая кадр для обнаружения центров символов.
- **digit** – модель, классифицирующая цифру на изображении.

Перед выполнением обработки информации нейронными сетями выполняется соответствующая предобработка изображения.

Описание алгоритма обработки кадра:

1. Считать изображение с камеры.
2. Выполнить классификацию сетью **pos**.
3. Если кадр не принадлежит классу “крышка”, то перейти на шаг 1.
4. Выполнить сегментацию сетью **detect**.
5. Выполнить бинаризацию сегментированного изображения, полученного на шаге 4.
6. Найти связную область наибольшей площади на бинаризованном сегментированном изображении.
7. Выделить часть изображения, соответствующую области, найденной на шаге 6.
8. Выполнить сегментацию сетью **digitpos**.
9. Выполнить бинаризацию сегментированного изображения, полученного на шаге 8.
10. Выровнить изображение, вычислив угол наклона, полученный в результате преобразования Хафа над маской, полученной на предыдущем шаге.
11. Для распределения символов по двум строкам выполним кластеризацию на 2 кластера по вертикальной компоненте координат центров изображений символов с помощью алгоритма k-средних.

12. Для всех связанных областей изображения, полученного на шаге 9, выделить окрестность центрального пикселя каждой из этих областей с метками принадлежности соответствующим строкам.

13. Классифицировать полученные изображения с помощью сети **digit**.

14. Сравнить распознанные символы с эталонными.

### Архитектура и обучение

Все нейронные сети обучались с помощью алгоритма оптимизации Adam [1] и начальным шагом обучения  $1e-4$  в течение 40 эпох. После этого дообучались в течение 10 эпох с шагом  $1e-5$  и 10 эпох с шагом  $1e-6$ .

#### pos

Так как классификация выполняется для каждого кадра, данная модель должна иметь высокую производительность. Размер входа:  $40 \times 40$  пикселей. Функции активации: **selu** [2]. Функция потерь: кросс-энтропия. Архитектура:

- Conv2D  $3 \times 3$  12 фильтров
- MaxPool2D  $2 \times 2$
- Conv2D  $3 \times 3$  12 фильтров
- MaxPool2D  $2 \times 2$
- Conv2D  $3 \times 3$  12 фильтров
- Conv2D  $3 \times 3$  12 фильтров
- MaxPool2D  $2 \times 2$
- Conv2D  $3 \times 3$  4 фильтра
- GlobalMaxPool2D
- Activation softmax

При обучении использовалась следующая аугментация изображений:

- Размытие
- Гауссовский шум
- Повороты на небольшие углы
- Вертикальные отражения
- Горизонтальный сдвиг

#### detect

Размер входа:  $32 \times 64$  пикселей. Функции активации: **selu**. Архитектура: U-net, которая представляет собой автоэнкодерную нейронную сеть с ядром  $4 \times 4$ . Первые 6 сверточных слоев сворачивают изображение, а остальные 6 разворачивают (UpSample) до исходного размера  $32 \times 64$ . Функция потерь: попиксельная перекрестная энтропия -  $\log(\text{DICE})$ .

При обучении использовалась следующая аугментация изображений:

- Размытие
- Гауссовский шум
- Повороты на большие углы
- Вертикальные и горизонтальные отражения
- Горизонтальный сдвиг
- Обрезание изображения
- Изменение оттенка (H в HSV)

#### digitpos

Размер входа: 128x128 пикселей. Функции активации: *selu*. Архитектура: U-net. На выходе Encoder части сети 64 фильтра. Функция потерь: попиксельная перекрестная энтропия -  $\log(\text{DICE})$ .

Обучение проводилось на случайных фрагментах изображения с крышкой. Фрагменты могли не содержать ни одного символа. Такой подход оказался критически важным для эффективного обучения, т. к. в остальных случаях модель переобучалась. Изображения предварительно поворачивались на случайный угол и выполнялось изменение оттенка.

### **digit**

Размер входа: 40x24 пикселей. Функции активации: *selu*. Функция потерь: перекрестная энтропия. Архитектура:

- Conv2D 3x3 32 фильтра
- Conv2D 3x3 32 фильтра
- MaxPool2D 2x2
- Conv2D 3x3 32 фильтра
- Conv2D 3x3 40 фильтра
- MaxPool2D 2x2
- Conv2D 3x3 64 фильтра
- Conv2D 3x3 72 фильтра
- MaxPool2D 2x2
- Conv2D 3x3 72 фильтра
- Conv2D 3x3 72 фильтра
- Conv2D 1x1 11 фильтров
- GlobalMaxPool2D
- Activation softmax

При обучении использовалась следующая аугментация изображений:

- Размытие
- Гауссовский шум
- Повороты на небольшие углы
- Горизонтальный сдвиг
- Масштабирование

## **5. Выводы**

Таким образом, в настоящее время наиболее перспективным является использование систем на базе искусственных нейронных сетей для сложных, часто меняющихся задач контроля. В настоящее время представленная в данной статье нейросетевая система планируется к внедрению в ОАО “Савушкин продукт”.

### **Список цитированных источников**

1. DiederikP. Kingma, JimmyLeiBa. Adam: A Method for Stochastic Optimization [Текст]/ Proceedings of the 3rd International Conference on Learning Representations (ICLR). – 2014.
2. Klambauer, G., Unterthiner, T., Mayr, A., & Hochreiter, S. Self-Normalizing Neural Networks [Текст] / In Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS). – 2017.

УДК 004.822

## СЕМАНТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

**Ковалёв М.В., Козел А.Л.**

*Белорусский государственный университет информатики  
и радиоэлектроники, г. Минск*

*Научный руководитель: Голенков В.В., д. т. н., профессор*

### Введение

В настоящий момент наблюдается бурный рост интереса к методам решения задач с помощью машинного обучения, в большей степени благодаря развитию теории нейронных сетей. Основной проблемой, с которой сталкиваются компании в начале работы с данными методами, является дефицит специалистов и экспертов в этой области.

В связи с этим становится актуальной разработка интеллектуальной справочной системы по теории нейронных сетей, которая позволяет систематизировать знания и представить их в интуитивно понятной форме, что упрощает изучение теоретических сведений. На основании такой системы становится возможным создание гибкого фреймворка, который бы предоставлял пользователю возможность моделировать и комбинировать различные типы нейронных сетей.

Данную интеллектуальную систему предлагается разрабатывать с помощью технологии OSTIS. Технология OSTIS – это комплексная технология проектирования интеллектуальных систем, в которой в качестве формальной основы для представления знаний используется унифицированная семантическая сеть с теоретико-множественной интерпретацией (SC-код). Элементы такой семантической сети названы *sc-узлами* и *sc-коннекторами* [1]. В системах, построенных с помощью технологии OSTIS, используется несколько вариантов представления SC-кода, одним из которых является SCn-код – его строковый нелинейный вариант.

Основной частью системы, разрабатываемой с помощью технологии OSTIS, является *sc-модель базы знаний*, построение которой осуществляется на основе онтологического подхода. Данный подход подразумевает построение онтологий как систем абсолютных и относительных понятий, описывающих ту или иную предметную область. В рамках технологии OSTIS уточняется понятие онтологии как спецификации *предметной области* [1], выделяется их типология.

Таким образом, важнейшим этапом разработки базы знаний по технологии OSTIS является формирование иерархии предметных областей, определяющей структуру базы знаний, и их спецификация [2]. Рассмотрение базы знаний с позиции соотношения с предметной областью позволяет рассматривать исследуемые объекты на различных уровнях детализации, которые отражаются в различных типах онтологий, описывающих определенное направление описания свойства объекта в рамках описываемой предметной области. К таким онтологиям относятся: структурная спецификация предметной области, логическая онтология, логическая система понятий и их определений, теоретико-множественная онтология.

## Структура предметной области нейронных сетей

На основе классификации нейронных сетей, приведенной в [3], была выделена следующая иерархия предметных областей (рисунок 1).

### **Предметная область нейронных сетей**

∈ предметная область

⇒ частная предметная область\*:

- {
  - Предметная область нейронных сетей по типу входной информации  
⇒ частная предметная область\*:
    - Предметная область аналоговых нейронных сетей
    - Предметная область двоичных нейронных сетей
  - Предметная область нейронных сетей по характеру обучения  
⇒ частная предметная область\*:
    - Предметная область нейронных сетей обученных с учителем
    - Предметная область нейронных сетей обученных без учителя
  - Предметная область нейронных сетей по характеру настройки связей  
⇒ частная предметная область\*:
    - Предметная область нейронных сетей с фиксированным связями
    - Предметная область нейронных сетей с динамическими связями
  - Предметная область нейронных сетей по методу обучения  
⇒ частная предметная область\*:
    - Предметная область нейронных сетей с алгоритмом обратного распространения ошибки
    - Предметная область нейронных сетей использующих правило Хебба
    - Предметная область нейронных сетей с гибридным обучением
  - Предметная область нейронных сетей по характеру связей  
⇒ частная предметная область\*:
    - Предметная область нейронных сетей с прямыми связями
    - Предметная область нейронных сетей с обратным распространением  
⇒ частная предметная область\*:
      - Предметная область релаксационных нейронных сетей
      - Предметная область многослойных нейронных сетей  
⇒ частная предметная область\*:
        - Предметная область рекуррентные нейронных сетей
        - Предметная область автоэнкодерных нейронных сетей
- }

**Рисунок 1 — Пример структуры Предметной области нейронных сетей на языке SСп**

Для перечисленных предметных областей были разработаны соответствующие онтологии, в частности, структурные спецификации [2]. Например, исследуемыми отношениями Предметной области нейронных сетей являются: *нейронный элемент*, *распределительный слой*, *обрабатывающий слой*, *скрытый слой*, *следующий слой*\*, *пороговый нейронный элемент*, *вес*\*. Максимальным классом объектов исследования будет являться абсолютное понятие *нейронная сеть*.

### Пример формализации конкретной нейронной сети

С использованием выделенных понятий были описаны конкретные примеры нейронных сетей. На рисунке 2 представлена структура хранения в базе знаний нейронной сети, решающей задачу **ИСКЛЮЧАЮЩЕГО ИЛИ**.

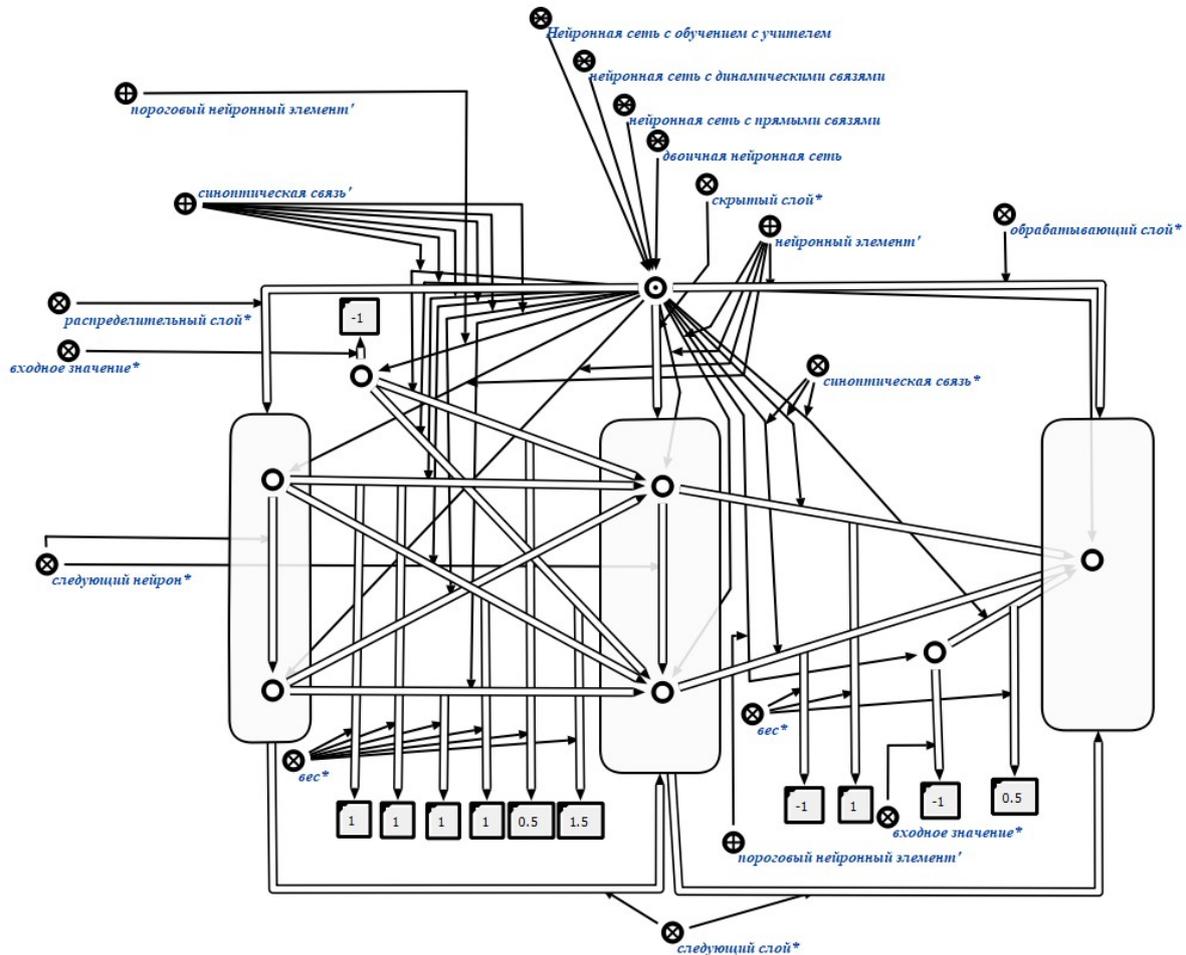


Рисунок 2 — Представление нейронной сети для решения задачи **ИСКЛЮЧАЮЩЕГО ИЛИ** в базе знаний

### Заключение

Разработанная иерархия предметных областей является основой для формализации теории нейронных сетей и создания полноценной интеллектуальной справочной системы. После формализации описанных предметных областей в системе можно будет хранить и обрабатывать различные виды нейронных сетей.

### Список цитированных источников

1. Голенков, В.В. Графодинамические модели параллельной обработки знаний: принципы построения, реализации и проектирования / В.В. Голенков, Н.А. Гулякина // Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем (OSTIS-2012): материалы Междунар. научн.-техн.конф. Минск: БГУИР, 2012.
2. Davydenko, I.T. Ontology-based design of intelligent systems / I.T. Davydenko // Open semantic technologies for intelligent systems (OSTIS-2017): materials of VII International.sc.-tech.conf. – Минск: БГУИР, 2017. – P. 57-72.
3. Головкин, В.А. Нейронные сети: Обучение, организация и применение / Под общ. ред. А.И. Галушкина. — М.: ИПРЖР, 2001. — 256 с. — (Серия «Нейрокомпьютеры и их применения». Кн. 4)

УДК 338.27

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ

**Козловский Д.В.**

Университет гражданской защиты МЧС Беларуси, г. Минск  
Научный руководитель: Шамукова Н.В., к. физ.-мат. н., доцент

Аппарат комплексных переменных уникален и активно используется в некоторых областях науки – например, в физике для объяснения теории относительности или в энергетике при моделировании процессов выработки электроэнергии. Но в экономике этот аппарат до сих пор не был использован должным образом. Только в 2004 году начались исследования по вопросу использования комплексных переменных в экономико-математическом моделировании [1]. Они показали на примере теории производственных функций, что использование комплексных переменных значительно расширяет инструментальную базу экономического анализа производственных процессов.

В работе по исследованию производственных функций комплексных переменных на данный момент лучше всего исследованы степенные производственные функции комплексных переменных. В общем виде они могут быть записаны следующим образом:

$$G + iC = (a_0 + ia_1)(K + iL)^{b_0 + ib_1} . \quad (1)$$

Здесь  $C$  – издержки производства, а  $G$  – валовая прибыль от производства. Производственные ресурсы представлены затратами трудовых ресурсов  $L$  и затратами капитальных ресурсов  $K$ . Очевидно, что все составляющие комплексных переменных затрат и результата (1) должны быть приведены к одним и тем же единицам измерения. В этой функции  $a_0 + ia_1$  – комплексный коэффициент пропорциональности, а  $b_0 + ib_1$  – комплексный показатель степени.

В результате исследования была построена линейная производственная функция комплексного аргумента. Исходные данные, которые использовались для построения производственной функции, указаны в таблице 1.

Производственная функция комплексного аргумента имеет следующий вид:

$$Q_t = (a_0 - ia_1)(K_t + iL_t) . \quad (2)$$

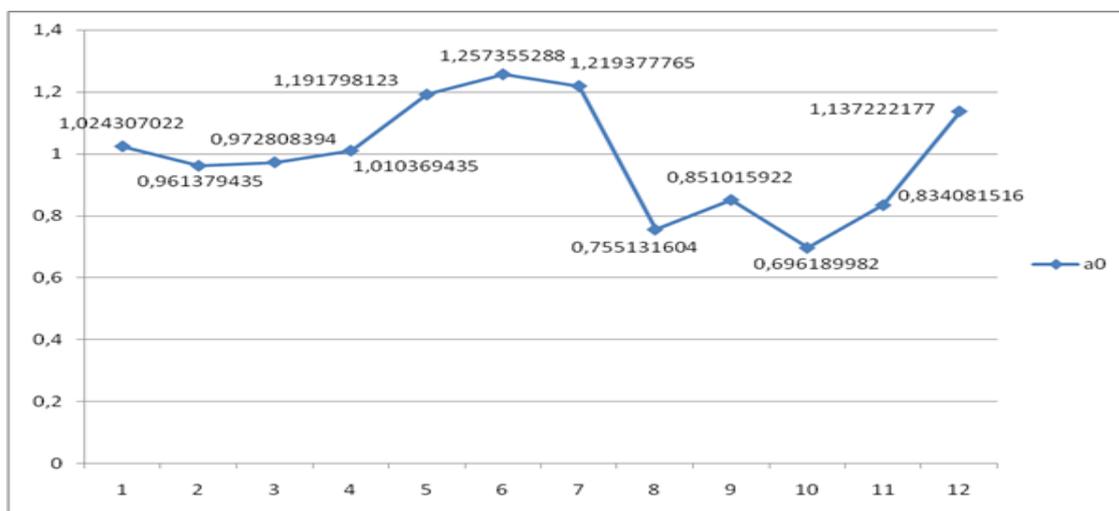
На основе предоставленных данных были рассчитаны коэффициенты производственной линейной функции комплексного аргумента по следующим формулам:

$$a_0 = \frac{Q_t K_t}{K_t^2 + L_t^2} ; a_1 = \frac{Q_t L_t}{K_t^2 + L_t^2} . \quad (3)$$

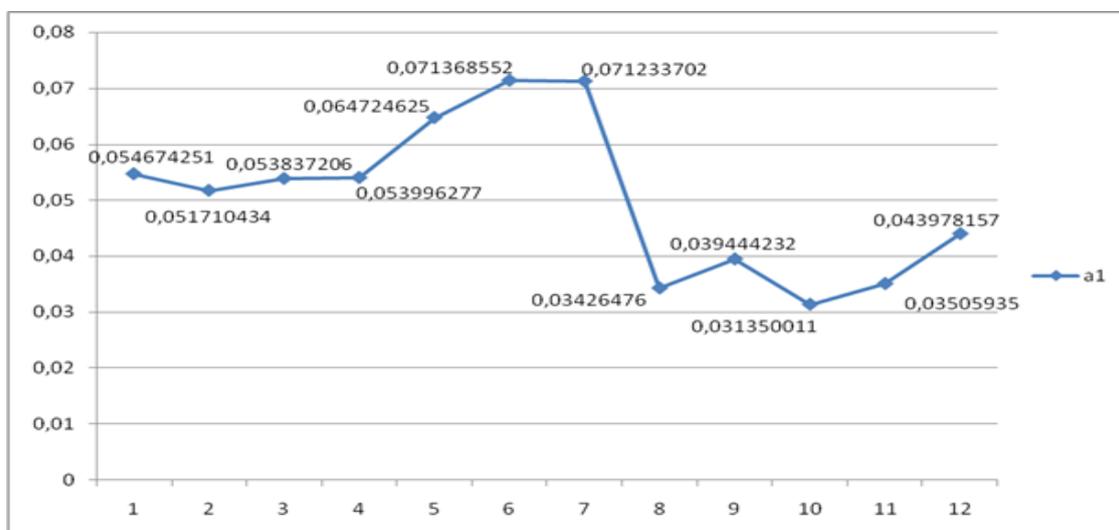
Таблица 1 – Основные показатели производственной деятельности среднестатистического предприятия поквартально 2014-2016 гг., где Q – выручка от реализации товаров, продукции, работ, услуг (млн руб.), K – общая стоимость внеоборотных активов (млн руб.), L – среднесписочная численность работников (чел.).

	2014				2015				2016			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Q	51653	49904	50780	55268	65545	70003	68342	52029	57648	47296	59794	86557
K	50284	51759	52040	54545	54835	55496	55856	68759	67595	67798	71562	75999
L	2684	2784	2880	2915	2978	3150	3263	3120	3133	3053	3008	2939

Динамика данных коэффициентов представлена на рисунках 1 и 2.



**Рисунок 1 – Динамика коэффициента  $a_0$  линейной производственной функции комплексного аргумента**



**Рисунок 2 – Динамика коэффициента  $a_1$  линейной производственной функции комплексного аргумента**

Динамика коэффициентов указывает на четвертую зону ( $a_0 > 0,5$ ,  $a_1 < 0,5$ ). Четвертая зона предполагает снижение коэффициента использования трудовых ресурсов относительно начального значения и повышение величин коэффициента использования капитальных ресурсов. Увеличение значений  $a_0$  по сравнению с  $a_1$  возможно только в ситуации, когда капитальные ресурсы привлекаются в большей степени, чем трудовые. При этом наблюдается и рост производства. Значит, фондоотдача уменьшается, а производительность труда растёт, это свойственно для капиталоемкого процесса.

Далее было найдено значение коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$  методом наименьших квадратов для всего ряда наблюдений с помощью следующих формул:

$$a_0 = \frac{\sum_t Q_t K_t (L_t^2 + K_t^2)}{\sum_t (L_t^2 + K_t^2)^2} \text{ и } a_1 = \frac{\sum_t Q_t L_t (L_t^2 + K_t^2)}{\sum_t (L_t^2 + K_t^2)^2} . \quad (4)$$

Производственная функция комплексного аргумента для всего ряда наблюдений имеет вид:

$$Q = (0,95 - i0,05)(K + iL) . \quad (5)$$

Таким образом, можно с уверенностью сказать, что увеличение инвестиций в основные производственные фонды приведёт к большему росту объёма производства, нежели при увеличении числа занятых в производстве.

#### **Список цитированных источников**

1. Теория функции комплексного переменного в экономико-математическом моделировании: материалы Всероссийского научного семинара, 19 декабря 2005 г. / Под ред. проф. С.Г. Светунькова. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2006.

УДК 004.8.032.26

## **ПРИМЕНЕНИЕ ГЛУБОКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ СЕГМЕНТАЦИИ СИГНАЛОВ ЭЛЕКТРОЭНЦЕФАЛОГРАММ**

**Кривущенко А.О.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научный руководитель: Артёменко С.В., к. т. н.*

Электроэнцефалография является, как известно, одним из основных методов объективного тестирования функций нервной системы человека. В настоящее время не существует универсальных алгоритмов, пригодных для всестороннего анализа электроэнцефалографической информации или решения задач автоматической медицинской диагностики. Однако многие прикладные задачи решаются при помощи ЭВМ весьма успешно. Сегментный подход в ЭЭГ-исследованиях был впервые предложен в 1977 г. и заключался в попытке исследователей "научить" ЭВМ автоматически разделять реализа-

цию биоэлектрического процесса на отдельные визуально отличающиеся друг от друга участки (сегменты) из заданного конечного набора (библиотеки) стандартизованных электрографических феноменов.

При этом основу методологии составляли несколько гипотез, допускающих существование у каждого конкретного индивидуума конечного числа физиологических состояний, имеющих специфические проявления на ЭЭГ и поддающихся в силу этого распознаванию. За более чем 20-летнюю историю исследования научно-практической проблемы сегментации ЭЭГ было предложено немало различных методов и подходов к статистической обработке электроэнцефалографической информации, обеспечивающих формирование описания процесса как информационного потока событий — совокупности последовательно сменяющих друг друга различных типов электрических активностей. Это позволило приблизить и сопоставить эффективность перспективного автоматического анализа ЭЭГ традиционному визуальному анализу и представлению процесса в клинической медицинской практике.

Сверточные нейросети – это определенный тип нейросетей, который произвел революцию в компьютерном зрении и распознавании образов. Также его используют для распознавания речи, обработки аудиосигналов, обработки временных рядов, для анализа смысла текстов. Можно сказать, что на данный момент – это самая успешная модель, самая успешная инновация в рамках того, что называют глубоким или глубинным обучением.

Сверточная нейросеть – это такой особый вид нейросетей прямого распространения, и под прямым распространением понимается то, что переменные нейроны в этой сети разбиты на группы, называемые слоями. И когда такая слоистая нейронная сеть применяется к данным, то активация слоев – значение этих переменных – подсчитывается последовательно: сначала значение активации первого слоя, потом значение активации второго слоя, и так до последнего слоя. Активация последнего слоя и служит выходами нейронной сети, и в этой нейросети есть много параметров, в каждом слое есть какие-то свои параметры, которые определяют, как активация следующего слоя зависит от активации предыдущего слоя. И что еще важно, активации внутри одного слоя могут подсчитываться параллельно, одновременно, они друг от друга не зависят, и это приводит к тому, что такие нейросети можно очень удобно и эффективно обчислять на современных процессорах, в том числе на графических сопроцессорах. Для получения качественных характеристик ритмов ЭЭГ используются операции взвешенного усреднения всех ее отсчетов. Для получения подобных характеристик активности ЭЭГ применяемые операции должны использовать отсчеты, образующие только одну волну (одного импульса). В результате отдельная волна (импульс) по характеру своей формы, значениям длительности и размаха обоснованно относится к одному из видов биоэнергетической активности. Необходимым условием для подобной классификации является предварительная сегментация тонкой структуры ЭЭГ. В результате весь анализируемый участок ЭЭГ, на котором зафиксирована ее активность в виде отдельного колебания, разбивается на пронумерованную последовательность разрешенных импульсов[1].

Глубокое обучение подразумевает обучение нейронной сети без учителя. Это и есть главное преимущество «глубокого» подхода: машинное обучение с учителем, особенно

в случае глубоких структур, требует колоссальных временных и трудовых затрат. Глубокое же обучение – подход, моделирующий человеческое абстрактное мышление (или, по крайней мере, представляет собой попытку приблизиться к нему), а не использующий его [2].

Применение нейронных сетей в области сегментации временных рядов показало неплохие результаты и возможность выделять сегменты малой длительности. Для нейронной сети входными данными является фрагмент данных ЭЭГ, при этом на основе выходных данных необходимо выполнить принятие решения о том, является ли участок условно-стационарным сегментом и где находится граница сегмента [3].

Применение глубоких нейронных сетей для сегментации сигналов должно повысить скорость вычислений и выделения сегментов. Актуальность сегментации обуславливается тем, что содержательная трактовка анализа электрической активности мозга часто остается затруднительной в силу того, что ЭЭГ являются кусочно-нестационарными процессами. Обычные статистические характеристики, применимые к ЭЭГ-сигналу, имеют смысл только после предварительного сегментирования ряда на участки относительной стационарности.

#### **Список цитированных источников**

1. Артёменко, С.В. Нейросетевые алгоритмы обработки электроэнцефалограмм для диагностики эпилепсии: автореферат диссертации. Минск, 2016.
2. Хайкин, С. Нейронные сети: полный курс. – 3-е изд. – Москва: Издательский дом "Вильямс", 2014. 1104 с.
3. Wolpaw, J.R. Braincomputer interfaces for communication and control / J.R. Wolpaw, N. Birbaumer, D.J. McFarland, G. Pfurtscheller, T.M. Vaughan // Clin Neurophysiol. – 2002. – Vol. 113, № 6. – P. 767.

УДК 004.032.26

## **ПРИМЕНЕНИЕ СВЁРТОЧНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБНАРУЖЕНИЯ СОЛНЕЧНЫХ ПАНЕЛЕЙ**

***Крощенко А.А.***

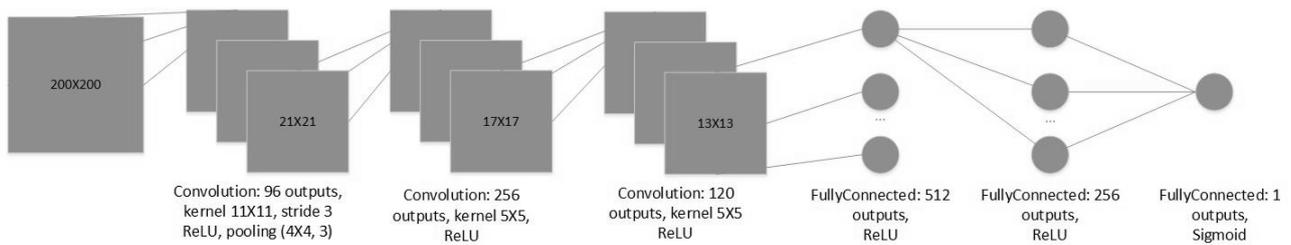
*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест*

Популярность использования солнечных панелей возрастает из года в год. Такая технология позволяет получать дешевую и восполняемую энергию. Немаловажным преимуществом использования такой энергии является ее экологическая чистота, поскольку ее производство не связано с выделением диоксида углерода, являющегося одним из основных факторов глобального потепления [1]. С ростом заинтересованности в установке и эксплуатации солнечных панелей растет и потребность в своевременном анализе использования этой технологии в мире.

Для анализа и распознавания изображений с начала 2000-х годов успешно применяются сверточные нейронные сети (СНС). В последние годы, с выходом работы Дж. Хинтона [2], посвященной предобучению глубоких нейронных сетей, алгоритмы обуче-

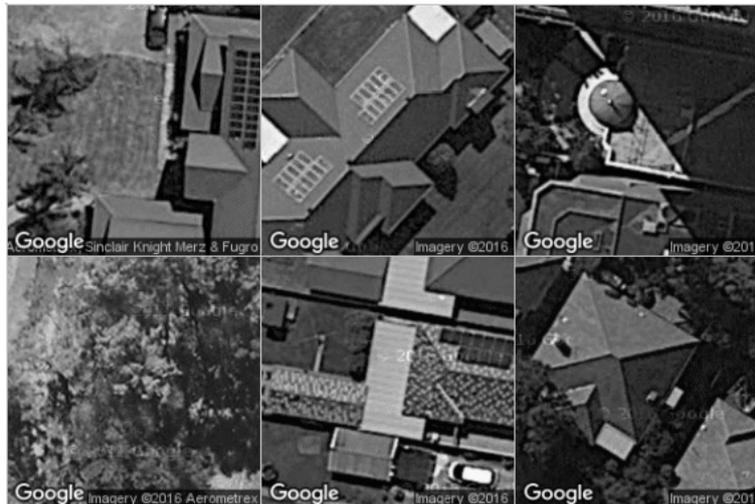
ния сверточных сетей и их архитектуры претерпели существенные изменения в сторону усложнения. Также произошло расширение областей их применимости. В частности, глубокие сверточные сети в последнее время успешно применяются в задачах сегментации изображений и распознавания отдельных сегментов [3].

Перед нами была поставлена задача, состоящая в исследовании перспектив использования сверточных нейронных сетей для распознавания наличия солнечных панелей на изображении. Решение такой задачи потребовало построения бинарного классификатора на основе сверточной нейронной сети. Применяемая глубокая СНС имеет архитектуру, изображенную на рис. 1.



**Рисунок 1 – Структура сверточной нейронной сети**

Для обучения были использованы изображения низкого качества, полученные фотографированием со спутника (Google Maps). Для обучения и тестирования была использована выборка из 3347 3-канальных изображений размером 200X200 пикселей (из которых 1643 содержали солнечные панели, а 1704 — нет). Полная выборка делилась на обучающую и тестирующую выборки в соотношении 4 к 1. На рисунке 2 отображены примеры используемых изображений.



**Рисунок 2 – Примеры изображений, используемых для обучения**

Сеть обучалась на протяжении 70 эпох методом обратного распространения ошибки, при этом были использованы следующие параметры: скорость обучения — 0,001, моментный параметр — 0,9, weight-decay — 0,0005, размер мини-батча — 20.

Дополнительно применялся dropout с вероятностью 0,5 для полносвязных слоев сверточной нейронной сети.

В режиме тестирования нами использовалось простое преобразование выходных данных в виде пороговой функции вида

$$b_s = y_s > 0,5,$$

где  $y_s$  задает реальный выход сети,  $b_s$  — его бинаризованную форму,  $s = 1, 2, \dots, L$ , где  $L$  — количество изображений в тестовой выборке.

Обобщающая способность сети определялась по формуле

$$A = \frac{S}{L} * 100,$$

$$S = \sum_{s=1}^L I(b_s = e_s),$$

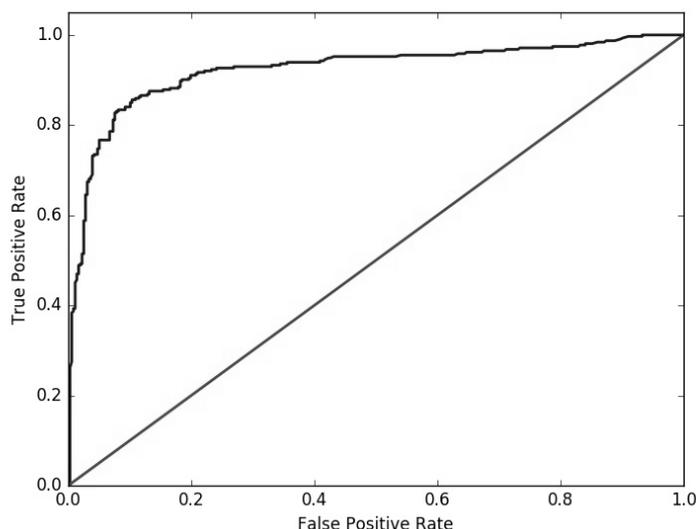
где  $I(\ )$  — индикаторная функция,  $e_s$  — целевой выход нейронной сети для заданного изображения (содержит (1) или не содержит (0)).

В результате проведенных экспериментов была получена точность обнаружения объектов в 87.46% (таблица 1 представляет собой матрицу сопряженности для полученного бинарного классификатора, построенную с использованием тестирующей выборки).

**Таблица 1 – Матрица сопряженности для обученного классификатора**

	Предсказано «Нет»	Предсказано «Да»
«Нет»	325	32
«Да»	52	261

На основе показателей специфичности и полноты, вычисленных для разного значения порога, был построен график ROC-кривой, изображенный на рис. 3.



**Рисунок 3 – ROC-кривая для обученной модели**

Для указанной кривой показатель AUC составил 0,92, что соответствует отличному качеству модели.

Таким образом, нами был обучен бинарный классификатор для определения наличия солнечных панелей на фотографиях. Такая модель может быть использована для оценки масштабов применения данной технологии по аэрофотоснимкам.

Качество работы предложенного классификатора может быть улучшено привлечением к работе экспертов, которые смогут профессионально определить наличие солнечных панелей на фотографиях.

#### **Список цитированных источников**

1. Boucher, O. 2013: Clouds and Aerosols / O. Boucher, D. Randall, P. Artaxo, C. Bretherton // In: Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. – Cambridge University Press, 2013. – P. 571–657.

2. Hinton, G. A fast learning algorithm for deep belief nets / G. Hinton, S. Osindero, Y. Teh // Neural Computation. – 2006. – Vol. 18. – P. 1527–1554.

3. Long, J. Fully Convolutional Networks for Semantic Segmentation / J. Long, E. Shelhamer, T. Darrell // The IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). – 2015. – P. 3431–3440.

УДК 004.8.032.26

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ ПАТОЛОГИЙ В СИГНАЛАХ ЭЛЕКТРОЭНЦЕФАЛОГРАММ**

***Лаерущик А.И.***

*Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научный руководитель: Артёменко С.В., к. т. н.*

Одним из направлений исследований в области искусственного интеллекта, основанным на попытках воспроизвести нервную систему человека, является нейронная сеть.

Прототипом для создания нейронных сетей послужили биологические нейронные сети. А именно: способность нервной системы обучаться и исправлять ошибки, что должно позволить смоделировать, пусть и достаточно грубо, работу человеческого мозга.

Существуют методы нестандартного применения нейронных сетей, в частности, в медицинской отрасли при диагностике возможных патологий при считывании сигналов головного мозга с помощью электроэнцефалографии.

Однако и здесь есть некоторые трудности. Первая – это правильно выбрать структуру нейронной сети. Вторая – реализовать правильное обучение выбранной модели, при котором необходимо исключить вариант «необнаружения» тревожных сигналов и минимизировать оповещение о ложных случаях.

Электроэнцефалография – метод записи электрической активности различных отделов головного мозга, которая преобразуется в соответствующую кривую, называемую электроэнцефалограммой (ЭЭГ). Прибор, с помощью которого выполняется электроэнцефалография, называется энцефалографом. Электроэнцефалограмма с помощью ря-

да характеристик отражает состояние головного мозга человека и уровень его сознания. Электроэнцефалография применяется главным образом для диагностики и определения участков головного мозга, пораженных эпилепсией.

Нейронные сети представляют собой нелинейные системы, позволяющие гораздо лучше классифицировать данные, чем обычно используемые линейные методы. В применении к медицинской диагностике они дают возможность значительно повысить специфичность метода, не снижая его чувствительности. Широкому привлечению методов нейросетевого моделирования к медицинским задачам способствуют и некоторые особенности таких методов по сравнению с линейными:

1) нейронные сети не требуют формулировки каких-либо правил для принятия решения, они обучаются на примерах;

2) нейронные сети обладают способностью «видеть» сквозь шум;

3) нейронные сети обладают способностью извлекать идеальное из несовершенных входов – что позволяет применять их к широкому классу задач распознавания образов.

Исходя из анализа современной зарубежной и российской литературы, можно сделать вывод, что нейронные сети на данный момент применяются для анализа ЭЭГ.

Одним из классов нейронных сетей в ЭЭГ являются нейронные сети глубокого обучения [3]. Изучение и использование данного вида нейронных сетей существенно упростило задачу распознавания образов.

Отличие данных сетей от обычных состоит в наличии большего числа скрытых слоёв. Эти слои находятся между первым, или входным, и последним, выходным, слоем нейронов. Каждый последующий скрытый слой в иерархии получает на вход выходные данные предыдущего слоя.

Вариантами применения таких нейросетей являются:

– разработка диагностической системы, которая состоит из четырех модулей: предобработка, сегментация, расчет старшего показателя Ляпунова, обнаружение, что позволяет анализировать сигналы ЭЭГ (нейросетевой модуль для расчета старшего показателя Ляпунова сигналов ЭЭГ), осуществлять локализацию эпилептических вспышек в группе сигналов одной регистрации и выявлять те сигналы, в которых раньше других происходит появление эпилептической активности [1];

– использование совокупности нейронных сетей, объединенных в каскад, для анализа получаемой информации с каждого датчика, и проведение попытки интерпретации результатов, используя номера групп. Таким образом, каскадная структура нейронной сети позволит на 1 уровне каскада найти закономерности в каждом ЭЭГ-датчике и сформировать кластеры активности, выделенные из ЭЭГ, на 2 уровне каскада, используя сформированные кластеры активности, выделенные из ЭЭГ, возможно интерпретировать конечный результат. Предложенный подход является одним из возможных для интерпретации результатов ЭЭГ [2].

Применение глубоких нейронных сетей по сравнению с моделью многослойного персептрона [1] может дать следующие результаты:

- уменьшение вероятности потери сигнальных вспышек и ложных срабатываний;
- уменьшение времени диагностирования сигналов ЭЭГ;
- повышение диагностической эффективности.

Следовательно, актуальной задачей является применение глубокой нейронной сети, способной автоматически анализировать, классифицировать, локализовать изменения ритмов и вспышки активности в группе сигналов, формировать заключения о ЭЭГ, сохранять высокую диагностическую эффективность в процессе использования в клинической практике.

#### **Список цитированных источников**

1. Артёменко, С.В. Нейросетевые алгоритмы обработки электроэнцефалограмм для диагностики эпилепсии: автореферат диссертации. – Минск, 2016.
2. Жиганов, С.В. Использование каскада нейронных сетей для анализа ЭЭГ данных // Вестник научного общества студентов, аспирантов и молодых ученых. – 2015. – №1. – С. 14-22.
3. Peter Flach. Machine learning – The Art and Science of Algorithms that Make Sense of Data. 2015.

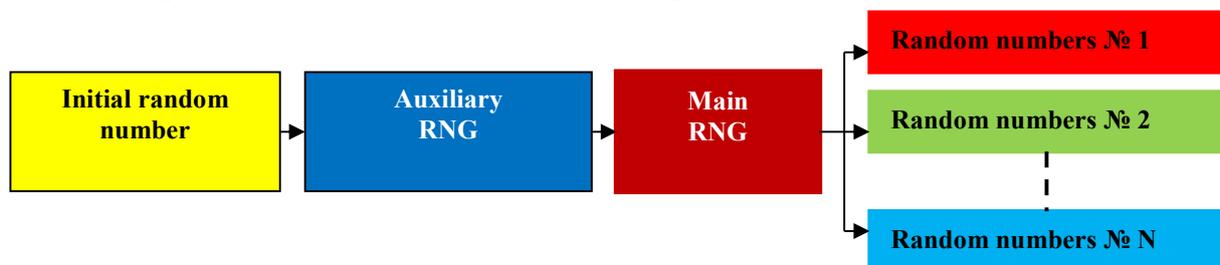
УДК 004.021

## **SIMULATION MODELLING OF PSEUDORANDOM SEQUENCES FOR DIGITAL COMMUNICATION CHANNELS**

*Меньших Т.Ю.*

*Брестский государственный технический университет,  
г. Брест, Республика Беларусь  
Научный руководитель: Дереченник С.С., к. т. н., доцент*

We demonstrate a model of pseudorandom numbers generation using a random number generator (RNG), described in details in [1]. Pseudorandom sequences formation is needed to identify the processes at the succeeding computational experiments. The random number generator which is started every time from the same position realizes this identity via initial random number. Thus the processes occurring in the communication channel can exist simultaneously. For example, to form signal depression and station interference simultaneously. Therefore each process needs its own and independent of other sequences of pseudorandom numbers. Formed model is use initial numbers of auxiliary RNG to generate numbers for each block of the signal. In this case, we use the following scheme for model implementation:



**Fig.1 – Scheme of pseudorandom sequences generation**

The scheme was implemented with Matlab software, version R2011b. For example, consider an initial random number DXO=143. On 16-bit RNG we generate random numbers, for example, for the five main blocks. The follow result values were assigned >> GENERATION

RN =21153.0  
RN =42837.0  
RN =41113.0  
RN =27565.0  
RN =26321.0

These pseudorandom numbers are the initial numbers for the main 53-bit RNG for the signal processes. For example, for the second block with the initial number RN = 42837.0 first ten numbers of the sequence are the following: >> gen53

RDNO = 856745  
RDNO =4283725  
RDNO =21418625  
RDNO =107093125  
RDNO = 535465625  
RDNO = 2.6773e+009  
RDNO =1.3387e+010  
RDNO =6.6933e+010  
RDNO =3.3467e+011  
RDNO =1.6733e+012

The auxiliary generator should differ from the main RNG in principle of formation of the sequence, otherwise processes can be intercorrelated. During the sessions initial numbers should depend on the number of session. The operator sets only one initial number and this number combine with the number of the communication session in any manner. This algorithm of pseudorandom number sequences generation allow simultaneously and bypass implement the processes in communication channel simulation with the use of only one initial number.

#### **Список цитированных источников**

1. Меньших, Т.Ю. Генераторы псевдослучайных чисел для криптографической защиты канала связи // Соврем. пробл. математики и выч. техники: матер. IX Республ. науч. конф. молодых ученых и студентов, Брест, 19–21 ноября 2015 г. – Брест: БрГТУ, 2015. – С. 31–34.

УДК 004.4:004.032.26

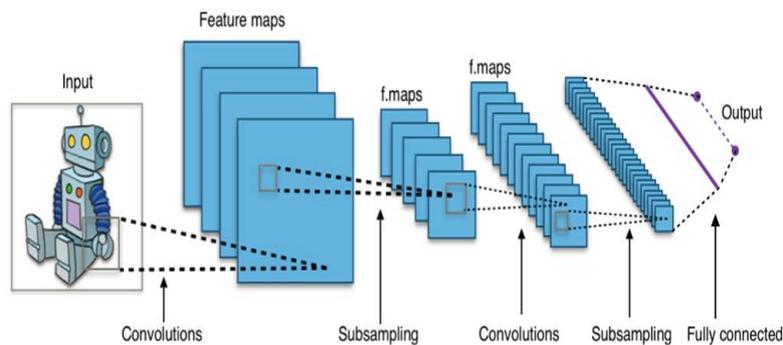
## **KERAS: БИБЛИОТЕКА ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ PYTHON**

**Хацкевич М.В.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научный руководитель: Головки В.А., д. т. н., профессор*

Keras - мощный простой в использовании API(Application Programming Interface), разработанный на языке программирования Python и способный работать с библиотеками: TensorFlow, CNTK или Theano. Keras применяется для разработки и оценки моделей глубокого обучения. Основная цель Keras – предоставить возможность быстрой разра-

ботки различных моделей нейронных сетей. Keras позволяет разрабатывать сверточные нейронные сети (convolutional neural network, CNN) и рекуррентные нейронные сети (recurrent neural network; RNN), а также разрабатывать комбинированные модели нейронных сетей на базе сверточных нейронных сетей и рекуррентных нейронных сетей. Простота разработки нейронной сети обеспечивает возможность быстрого экспериментирования разработанных моделей нейронных сетей. Современные системы обучения нейронных сетей поддерживают GPU (Graphics Processing Unit) для сокращения времени обучения нейронной сети в несколько раз. Библиотеки Theano и Tensorflow работают с GPU.



**Рисунок 1 – Общая структура сверточной нейронной сети**

Для разработки сверточной нейронной сети необходимо следующее: настроить свою среду, установить Keras, импортировать библиотеки и модули, загрузить данные из базы данных (например, CIFAR-10), выполнить предварительную обработку входных данных для Keras, разработать модель нейронной сети, скомпилировать модель, обучать модель на обучающей выборке, оценить модель по тестовым данным.

Общая структура сверточной нейронной сети приведена на рисунке 1.

Простейшим типом модели является последовательная модель, линейная совокупность слоев. Пример создания последовательной модели:

```
# Создаем последовательную модель
from keras.models import Sequential
model = Sequential()
```

Для реализации модели сверточной нейронной сети используются следующие методы:

1) Conv2D - 2D сверточный слой (например, пространственная свертка над изображениями).

Общий формат без списка параметров: `keras.layers.Conv2D()`

Пример: `model.add(Conv2D(32, (3, 3), input_shape=x_train.shape[1:]))`

Здесь `filters` - число выходных фильтров в свертке; `kernel_size` - ширина и высота окна 2D свертки; `input_shape` – входные данные;

2) MaxPooling2D – слой пулинга (иначе подвыборки, субдискретизации) представляет собой нелинейное уплотнение карты признаков.

Общий формат без списка параметров: `keras.layers.pooling.MaxPooling2D()`

Пример: `model.add(MaxPooling2D(pool_size=(2, 2)))`, где `pool_size` – размер фильтра;

3) Dropout - слой регуляризации.

Пример: `model.add(Dropout(0.25))`

Переобучение — это излишне точное соответствие нейронной сети конкретному набору обучающих примеров, при котором сеть теряет способность к обобщению.

dropout с параметром  $p$  за одну итерацию обучения проходит по всем нейронам определенного слоя и с вероятностью  $p$  полностью исключает их из сети на время итерации. Это заставит сеть обрабатывать ошибки и не полагаться на существование определенного нейрона (или группы нейронов), а полагаться на “единое мнение” (consensus) нейронов внутри одного слоя;

4) Flatten - слой преобразования данных из 2D представления в плоское

Пример: `model.add(Flatten())`

5) Dense - полносвязный слой для классификации.

Пример: `model.add(Dense(512))`

6) Dense - выходной полносвязный слой

Пример: `model.add(Dense(num_classes))`, где `num_classes`- количество классов

Пример модели сверточной нейронной сети приведен на рисунке 2.

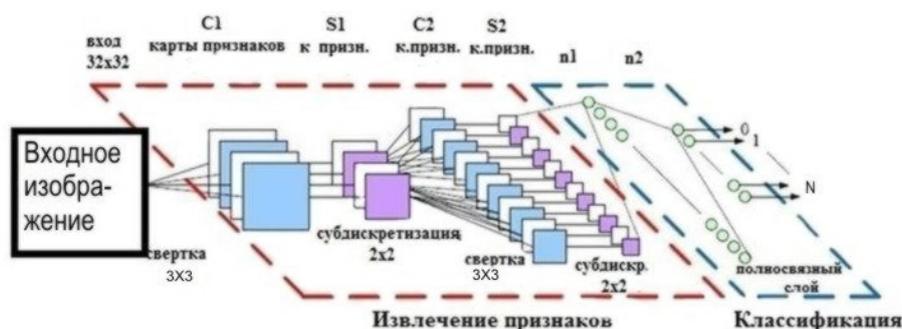


Рисунок 2 – Модель сверточной нейронной сети

Наконец, для обучения модели используют следующие методы:

1) `compile` – начинает процесс обучения.

Пример, `model.compile(loss='categorical_crossentropy', optimizer='adam', metrics=['accuracy'])`

Здесь `loss`(имя целевой функции; используем перекрестную энтропию в качестве функции потерь); `optimizer='adam'` (оптимизатор Адама для градиентного спуска);

`metrics` (список показателей, которые будут оцениваться моделью во время обучения и тестирования: `accuracy`(точность));

2) `fit` - обучает модель фиксированное число эпох.

Метод `fit` принимает на вход обучающую выборку вместе с метками - `x_train` и `y_train`, размером батча `batch_size`, который ограничивает количество примеров, подаваемых за раз, количеством эпох `epochs`, а также тем, какую долю обучающей выборки отдать под валидацию - `validation_split`(которые будут использоваться в качестве данных проверки достоверности). `shuffle`(нужно ли перетасовывать образцы в каждую эпоху). Пример: `model.fit(x_train,y_train,batch_size=batch_size,epochs=epochs,validation_data=(x_test,y_test), shuffle=True)`

3) evaluate - получает на вход тестовую выборку вместе с метками для нее.

Пример: `score = model.evaluate(x_test, y_test, batch_size=batch_size)`

Здесь `x_test` – тестовая выборка; `y_test` – метки; `batch_size` – количество обучающих образцов, обрабатываемых одновременно за одну итерацию алгоритма.

Результат работы программы после обучения на тестовых данных (CIFAR-10) составляет 76.29% (верных ответов).

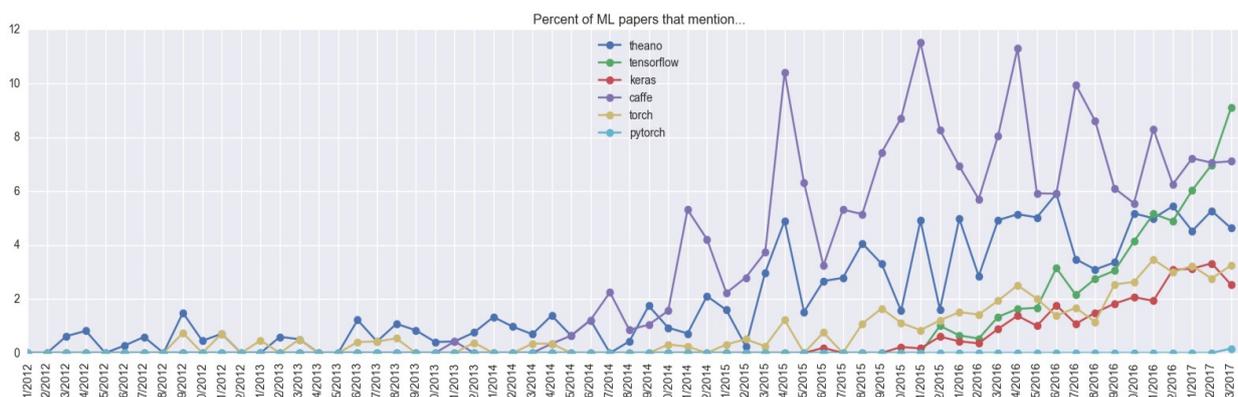


Рисунок 3 – График

Достоинства Keras: удобство и простота использования, модульность, простота модификации, отсутствие отдельных файлов конфигурации. Keras становится все более и более популярным (см рисунок 3).

#### Список цитированных источников

1. Головкин, В.А. Семантическое кодирование на основе глубоких автоассоциативных нейронных сетей / В.А. Головкин, А.А. Крошченко, М.В. Хацкевич // Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем: Материалы VI Международной научно-технической конференции (Open Semantic Technologies for Intelligent Systems). – Минск : БГУИР, 2016. – с. 313–318.

2. Головкин, В.А. Теория глубокого обучения : конвенциональный и новый подход / В.А. Головкин, А.А. Крошченко, М.В. Хацкевич // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2016. – № 5(101): Физика, математика, информатика. – С. 7 – 15.

УДК 004.032.26

## КЛАССИФИКАЦИЯ ФУНКЦИЙ АКТИВАЦИИ В НЕЙРОННЫХ СЕТЯХ

Юхимук Т.Ю.

Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научный руководитель: Махнист Л.П., к. т. н., доцент

Всякая нейронная сеть принимает на входе и выдает на выходе числовые значения. Взвешенная сумма  $S$  – сумма входных сигналов, умноженная на соответствующие им веса. Функция активации  $F(S)$ , принимающая взвешенную сумму как аргумент, для

каждого элемента сети обычно выбирается таким образом, чтобы ее входной аргумент мог принимать произвольные значения, а выходные значения лежали бы в строго ограниченном диапазоне. Рассмотрим наиболее известные функции активации, а также укажем их производные первого и второго порядка.

Условно все функции активации можно разделить на три группы:

- 1) функции с неограниченной областью значений;
- 2) функции, обладающие свойствами плотности распределения случайных величин и полученные из них с помощью некоторых преобразований или предельного перехода;
- 3) функции, обладающие свойствами функций распределения случайных величин и полученные из них с помощью некоторых преобразований или предельного перехода.

К первой группе относятся следующие функции:

– линейная функция с областью значений  $E(F) = (-\infty; +\infty)$ :

$$F(S) = cS, \quad F'(S) = c, \quad F''(S) = 0;$$

– обратная гиперболическая функция аресинус с  $E(F) = (-\infty; \infty)$ :

$$F(S) = \operatorname{arsh}(cS), \quad F'(S) = \frac{c}{e^{F(S)} - cS}, \quad F''(S) = -\frac{c^3 S}{(e^{F(S)} - cS)^3};$$

– положительная полулинейная функция с  $E(F) = [0, +\infty)$ :

$$F(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ cS, & S \geq 0, \end{cases} \quad F'(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ c, & S > 0, \end{cases} \quad F''(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ 0, & S > 0; \end{cases}$$

– модульная функция с областью значений  $E(F) = [0, +\infty)$ :

$$F(S) = |S|, \quad F'(S) = \begin{cases} -1, & S < 0, \\ 1, & S > 0, \end{cases} \quad F''(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ 0, & S > 0. \end{cases}$$

Ко второй группе относятся следующие функции:

– линейная функция с  $E(F) = [0; 1]$ :

$$F(S) = \begin{cases} 0, & S < -1, \\ 1 - |S|, & -1 \leq S \leq 1, \\ 0, & S > 1, \end{cases} \quad F'(S) = \begin{cases} 0, & S < -1, \\ 1, & -1 < S < 0, \\ -1, & 0 < S < 1, \\ 0, & S > 1, \end{cases} \quad F''(S) = \begin{cases} 0, & S < -1, \\ 0, & -1 < S < 0, \\ 0, & 0 < S < 1, \\ 0, & S > 1; \end{cases}$$

– экспоненциальная функция с  $E(F) = (0; 1]$ :

$$F(S) = e^{-S^2}, \quad F'(S) = -2SF(S), \quad F''(S) = -2F(S)(1 - 2S^2).$$

К третьей группе относятся следующие функции:

– функция Хевисайда (сдвинутое вырожденное распределение) с  $E(F) = [0;1]$ :

$$F(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ 1, & S \geq 0, \end{cases} \quad F'(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ 0, & S > 0, \end{cases} \quad F''(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ 0, & S > 0; \end{cases}$$

– функция единичного скачка (вырожденное распределение) с  $E(F) = [0;1]$ :

$$F(S) = \begin{cases} 0, & S < b, \\ 1, & S \geq b, \end{cases} \quad F'(S) = \begin{cases} 0, & S < b, \\ 0, & S > b, \end{cases} \quad F''(S) = \begin{cases} 0, & S < b, \\ 0, & S > b; \end{cases}$$

– линейная с ограничениями функция (равномерное распределение) с  $E(F) = [0;1]$ :

$$F(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ S, & 0 \leq S \leq 1, \\ 1, & S > 1, \end{cases} \quad F'(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ 1, & 0 < S < 1, \\ 0, & S > 1, \end{cases} \quad F''(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ 0, & 0 < S < 1, \\ 0, & S > 1; \end{cases}$$

– симметричная линейная с ограничениями функция с  $E(F) = [-1;1]$ , полученная из равномерного распределения путем растяжения графика вдоль оси  $F(S)$  и параллельного переноса:

$$F(S) = \begin{cases} -1, & S < -1, \\ S, & -1 \leq S \leq 1, \\ 1, & S > 1, \end{cases} \quad F'(S) = \begin{cases} 0, & S < -1, \\ 1, & -1 < S < 1, \\ 0, & S > 1, \end{cases} \quad F''(S) = \begin{cases} 0, & S < -1, \\ 0, & -1 < S < 1, \\ 0, & S > 1; \end{cases}$$

– симметричная с жесткими ограничениями функция с областью значений  $E(F) = [-1;1]$ , полученная из равномерного распределения путем предельного перехода и растяжения вдоль оси  $F(S)$ :

$$F(S) = \begin{cases} -1, & S < 0, \\ 1, & S \geq 0, \end{cases} \quad F'(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ 0, & S > 0, \end{cases} \quad F''(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ 0, & S > 0; \end{cases}$$

– логистическая функция (логистическое распределение) с  $E(F) = (0;1)$ :

$$F(S) = \frac{1}{1 + e^{-cS}}, \quad F'(S) = cF(S)(1 - F(S)), \quad F''(S) = c^2F(S)(1 - F(S))(1 - 2F(S));$$

– гиперболическая тангенциальная функция (смещённое логистическое распределение) с  $E(F) = (-1;1)$ :

$$F(S) = \frac{2}{1 + e^{-cS}} - 1, \quad F'(S) = \frac{c}{2} \cdot (1 - F^2(S)), \quad F''(S) = -\frac{c^2}{2} \cdot F(S)(1 - F^2(S));$$

– синусоидальная функция с  $E(F) = (-1;1)$ :

$$F(S) = \sin(cS), \quad F'(S) = c \cos(cS), \quad F''(S) = -c^2 F(S);$$

– рациональная (гиперболическая) функция с  $E(F) = (-1;1)$ :

$$F(S) = \frac{S}{1+|S|}, F'(S) = \begin{cases} \frac{1}{(1+S)^2}, & S > 0, \\ \frac{1}{(1-S)^2}, & S < 0, \end{cases} F''(S) = \begin{cases} \frac{-2}{(1+S)^3}, & S > 0, \\ \frac{2}{(1-S)^3}, & S < 0; \end{cases}$$

– функция распределения Коши (распределение Лоренса)  $E(F) = (0;1)$ :

$$F(S) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg}(cS),$$

$$F'(S) = \frac{c}{\pi \left(1 + \operatorname{tg}^2 \left(\pi F(S) - \frac{\pi}{2}\right)\right)}, F''(S) = -\frac{2c^2 \operatorname{tg} \left(\pi F(S) - \frac{\pi}{2}\right)}{\pi \left(1 + \operatorname{tg}^2 \left(\pi F(S) - \frac{\pi}{2}\right)\right)^2};$$

– гиперболический тангенс с  $E(F) = (-1;1)$ :

$$F(S) = \operatorname{th}(cS), F'(S) = c \cdot (1 - F^2(S)), F''(S) = -2c^2 F(S)(1 - F^2(S));$$

– гиперболический тангенс с  $E(F) = (0;1)$ :

$$F(S) = \frac{1}{2} (\operatorname{th}(cS) + 1),$$

$$F'(S) = 2cF(S) \cdot (1 - F(S)), F''(S) = 4c^2 F(S)(1 - F(S))(1 - 2F(S));$$

– обратная тригонометрическая функция (смещенное распределение Коши) с  $E(F) = (-1;1)$ :

$$F(S) = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg}(cS),$$

$$F'(S) = \frac{2c}{\pi \left(1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{2} F(S)\right)\right)}, F''(S) = -\frac{4c^2 \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} F(S)\right)}{\pi \left(1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{2} F(S)\right)\right)^2}.$$

#### Список цитированных источников

1. Головкин, В.А. Нейронные сети: обучение, организация и применение : учеб. пособие для вузов [Текст] / В. А. Головкин ; под общ. ред. А.И. Галушкина. - Кн. 10. - М. : ИПРЖР, 2000.
2. Горбачевская, Е.Н. Классификация нейронных сетей / Е.Н. Горбачевская // Вестник Волжского университета им. В.Н. Татищева. – 2012. – № 2 (19). – С. 128-134

## ЭЛЕКТРОННЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУЧНЫХ И ПРИКЛАДНЫХ РАЗРАБОТКАХ

УДК 366.624

### КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА В ЭКОНОМИКЕ

**Александровский Д.С., Наумик В.А.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научный руководитель: Санюкевич А.В., к. физ.-мат. н., доцент, Гладкий И.И.*

Сегодня сложно представить себе ряд наук без применения комплексных чисел. Теория электротехники, электромеханики, радиотехники, самолетостроения и других наук невозможна без применения моделей в виде комплексных чисел. Экономика до сих пор не знала применения комплексных чисел.

Товар является носителем двух составляющих: потребительских свойств, объективно присущих товару, и цены – денежной оценки потребительских свойств товара конкретным потребителем. С учетом того, что и потребительские свойства товара, и его цена являются необходимыми показателями свойств товара, возникает потребность разработки и использования комплексного показателя, характеризующего эти две стороны одного объекта. Именно таким показателем может стать комплексное число, состоящее из действительной и мнимой частей.

Представив какую-либо оценку потребительских свойств товара  $G$  как действительную часть комплексного числа, а его цену  $C$  - как мнимую часть, получим:

$$G = P + iC, \quad (1)$$

где  $i$  – мнимая единица, которая удовлетворяет соотношению:

$$i^2 = -1. \quad (2)$$

Легко убедиться в том, что запись (1) позволяет полностью описать свойства конкретного товара и математически корректно работать как с каждой из двух его составляющих, так и с их совокупностью в целом.

Потребитель товара, приобретая его, удовлетворяет свои потребности не в товаре, а в тех свойствах, которыми этот товар обладает. Не всякий товар полностью удовлетворяет возникшие потребности; чаще всего приходится сталкиваться с тем, что товар лишь в некоторой степени удовлетворяет потребности потребителя. Товар, который полностью их удовлетворяет, можно назвать идеальным. Обозначим потребительские свойства идеального товара через  $P_i$ . Тогда для каждого товара можно определить, насколько он далек от идеала:

$$P_i - P. \quad (3)$$

Легко убедиться в том, что чем ближе разность (3) к нулю, тем ближе товар к идеальному, а значит, тем большую цену потребитель готов заплатить за него. Очевидно также, что чем дальше товар от идеала, чем меньшими потребительскими свойствами он обладает, чем выше значение разности (3), тем ниже цена, за которую потребитель готов приобрести данный товар. Аналогично и производитель несет большие издержки, чем выше потребительские свойства товара, которые он производит. Поэтому указанная взаимосвязь является универсальной для товара, выступающего на рынке. Рынок предоставляет

покупателю возможность приобрести из множества товаров с различными уровнями потребительских свойств (и соответственно с различными ценами) или дорогой товар с высокими потребительскими свойствами, или дешевый товар с низкими потребительскими свойствами. Воспользовавшись условиями (1) и (3) можно описать группу товаров, реализуемых на рынке. Понятно, что это – не вся совокупность товаров, а только та, которая удовлетворяет в той или иной степени одну или несколько заданных потребностей.

В маркетинге выделяют понятие товарной линии предприятия. Обычно под товарной линией понимают совокупность товаров, объединенных производителем по какому-либо признаку – одинаковый уровень цен, одно назначение и т. п.

Всю совокупность товаров, предложенных на рынок разными производителями и удовлетворяющих одну и ту же потребность (или совокупность одинаковых потребностей) в различной степени и по разной цене, назовем потребительской товарной линией.

Для потребительской товарной линии между разностью (3) и ценой существует обратная зависимость. Эту зависимость можно описать моделями различной сложности. Наибольший интерес представляют модель в виде комплексного числа. Очевидно, что для определения вида данной зависимости необходимо провести многочисленные полевые исследования, обработать полученные статистические данные и подобрать модель, наилучшим образом описывающую зависимость. В настоящее время подобных данных в нашем распоряжении нет, поэтому следует воспользоваться общепринятым в научных исследованиях методом – постепенным переходом от простых моделей к моделям повышенной сложности.

Для комплексного числа указанная зависимость наиболее простым способом будет описана так:

$$(PI - P)^2 + C^2 = K^2 = \text{const}, \quad (4)$$

где  $K$  – модуль комплексного числа.

Действительно, легко убедиться в соответствии с равенством (4), что с уменьшением потребительских свойств товара  $P$  (увеличением разности  $PI - P$ ) его цена будет уменьшаться, а при повышении потребительских свойств (уменьшением разности  $PI - P$ ) и их приближению к свойствам идеального товара цена увеличивается. Так что модель в целом правильно описывает главную особенность потребительской товарной линии.

Воспользовавшись полученной моделью и записью (1), легко описать модель поведения потребителя по отношению к товару как комплексное число:

$$K = (PI - P) + iC. \quad (5)$$

Очевидным преимуществом модели (5) является то, что она является весьма информативной. Действительно, для того, чтобы описать потребительскую товарную линию, состоящую из нескольких сотен различных товаров, следует лишь вычислить  $K$  – модуль комплексного числа. Преимущества и удобства практического использования такой формы модели очевидны. Для того, чтобы определить, например, цену товара данной линии, который предприятие предполагает вывести на рынок, необходимо выяснить у потребителей оценку  $PI - P$  и по равенству (4), зная, что  $K=100$ , легко определяется цена. Или, предполагая выйти на рынок данной линии с товаром, ориентированным на состоятельных покупателей, предприятие по ориентировочной цене может определить совокупность потребительских свойств, которую потребители будут готовы увидеть в данном товаре.

Модель (5) является простейшей из класса возможных моделей. Скорее всего, на практике при попытке её использования придётся столкнуться с целым рядом проблем. Реальная потребительская товарная линия будет плохо описываться моделью (5). Действительно, экономическая практика показывает, что она никогда не вписывается в красивые и изящные математические модели, которые ученые в таком изобилии предлагают практикам. Не сомневаясь в том, что и с моделью (5) будет то же самое, можно предложить простой способ решения этой проблемы. Модель легко усложняется, например, можно воспользоваться следующей её модификацией:

$$K = m * (PI - P) + iC. \quad (6)$$

Очевидно, что модификация (6) является не единственно возможной. На практике можно будет использовать модели самой различной сложности, причем как действительная, так и мнимая части данного комплексного числа могут представлять собой сложные функции.

Вид каждого комплексного числа и коэффициенты моделей следует находить с помощью методов регрессионно-корреляционного анализа. После того, как будет построена модель потребительской товарной линии в форме комплексного числа, можно использовать ее в самых разных случаях экономической практики, в том числе и при прогнозировании экономической конъюнктуры.

#### **Список цитированных источников**

1. Научные подходы к оценке масштабов теневой экономики в финансово-кредитной сфере и меры по их снижению. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 272 с.
2. Бухарин, С.Н. Методы и технологии информационных войн / С.Н. Бухарин, В.В. Цыганов. – М.: Академический Проект, 2007. – 384 с.
3. Шимова, О.С. Экономическая эффективность мероприятий по сохранению биологического разнообразия / О.С. Шимова, В.М. Байчоров, О.Н. Лопачук. – М.: Беларуская Навука, 2010. – 124 с.

УДК 004.912

## **РАСПОЗНАВАНИЕ ТЕКСТОВЫХ ДАННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ КАССОВЫХ ЧЕКОВ**

**Гладун Д.П.**

*Брестский государственный технический университет  
Научный руководитель: Кузьмицкий Н.Н., к. т. н.*

### **Введение**

Одним из наиболее востребованных направлений в области компьютерного зрения является оптическое распознавание образов (от англ. optical character recognition, OCR), цель которого – создание прикладных технологий оцифровки текстовых данных, представленных в виде изображения [1]. Задачи OCR актуальны в различных сферах деятельности: автоматизации систем учета в бизнесе, оцифровке архивных документов, потоковом вводе и др. Сложность их решения связана с разнообразием форм текста: рукописный, машинописный, печатный и др., что, несмотря на значительные достижения, не позволило вплоть до настоящего момента создать исчерпывающие решения в ряде практических

приложений. К таковым можно отнести и рассматриваемое в рамках представленной работы распознавание текстовых данных растровых изображений кассовых чеков.

### Постановка задачи

Целью исследования являлось создание программно-алгоритмической классической технологии оцифровки текстовых данных растровых изображений, которая может использоваться для создания систем планирования и учета финансовых затрат. Для достижения цели требовалось решить следующие задачи: предобработка входного изображения, обнаружение и сегментация текста, распознавание текстовых объектов. Предобработка необходима для повышения точности процедур анализа изображения, задача сегментации заключается в локализации структурных единиц текста (строк, слов и символов), в дальнейшем распознаваемых в ходе классификации. Эффективное решение перечисленных задач позволяет получить оцифрованные текстовые данные на выходе.

### Описание предлагаемых решений

Корректная предобработка изображения является важнейшим фактором успешности анализа в целом. Среди наиболее сложных проблем на данном этапе можно выделить: недостаточная четкость текста, наличие оптических шумов, нарушение горизонтальной ориентации текста, повреждение чека и т. д. В результате детального исследования данных проблем в состав предобработки включены следующие алгоритмы:

- преобразование цветного изображения в полутоновое ( $0.2126R+0.7152G+0.0722B$ );
- локальное шумоподавление с помощью сглаживающей гауссовой фильтрации;
- построение контуров на основе оператора Собеля и метода Кэнни;
- локализация прямых линий с использованием преобразования Хафа;
- выравнивание ориентации чека с применением аффинных преобразований;
- адаптивная бинаризация текста для последующего распознавания символов.

Реализация алгоритмов основана на применении известной библиотеки компьютерного зрения OpenCV, при этом экспериментально подобраны оптимальные значения основных параметров соответствующих функций [2]. Пример предобработанного изображения кассового чека приведен на рисунке 1.

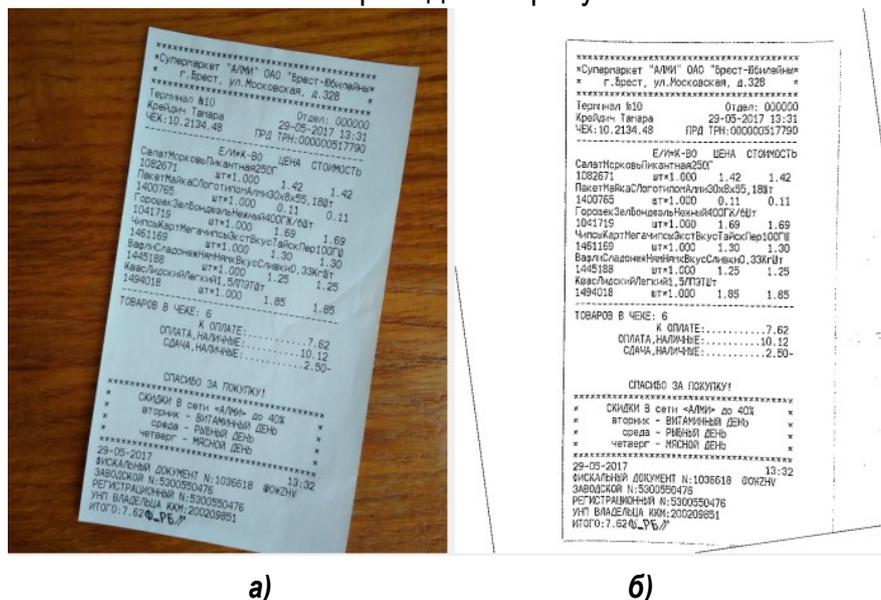


Рисунок 1 — Пример исходного (а) и предобработанного (б) изображения кассового чека

Для реализации этапов сегментации и распознавания текста применена OCR-система Tesseract, являющаяся развивающейся системой с открытым исходным кодом [3]. Функции классификатора символов в Tesseract основаны на реализации нейронной сети архитектуры LSTM (от англ. long short-term memory), превосходящей как альтернативные, так и классические алгоритмы распознавания символов во многих практических задачах. Tesseract содержит тренировочные файлы (для более 100 поддерживаемых языков), на основе которых можно дообучать классификатор примерам специфичных входных данных. Такое дообучение была выполнено с использованием изображений кассовых чеков и утилиты SunnyPage, в которой имеется реализация метода обучения с учителем. Для этого на вход программы подается исходное изображение и распознается. В местах возникновения ошибок пользователь самостоятельно указывает корректный для данного случая символ.

### **Экспериментальная работа**

На языке программирования C# с использованием технологий NET Framework создан модуль, реализующий описанные выше решения задач обработки. Для тестирования собрана выборка из пятидесяти изображений кассовых чеков, разделенная на три группы по уровню сложности: отсканированные чеки без дефектов, сфотографированные чеки с наклоном и сфотографированные чеки с дефектами (со сгибами, местами разрыва и т. п.). Для получения сравнительной оценки модуля выбраны следующие OCR системы: ABBYY FineReader 15, Free Online OCR, FinPix. Проведенный анализ показал, что созданный модуль в целом успешно справляется с решением рассматриваемых задач (сравнение результатов отражено в таблице 1). Такие результаты достигнуты не только благодаря системе Tesseract, но и грамотно составленному алгоритму предобработки, который, в случае увеличения набора выполняемых алгоритмов, сможет улучшить качество распознавания. Также возможно повышение качества распознавания, например, путем реализации классификатора в виде нейросети сверточной архитектуры, устойчивой к аффинным преобразованиям (повороту, сдвигу и др.) и удобной для распараллеливания расчетов.

Таблица 1 — Результаты тестирования созданного модуля распознавания и аналогов

Средство оцифровки	Среднее количество ошибок распознавания на изображении, %			Время работы
	Чеки без дефектов (сканы)	Чеки с наклоном (фотографии)	Чеки с дефектами (фотографии)	
Созданный модуль	0,67 %	1 %	1,67 %	3,74 с
ABBYY FineReader 15	0,33 %	0,33 %	0,67 %	11,21 с
Free Online OCR	1,67 %	2 %	3 %	5,5 с
FinPix	0,83 %	1,67 %	2,67 %	16,05 с

### **Заключение**

В исследовании рассмотрены задачи распознавания растровых изображений кассовых чеков. Описана авторская реализация оцифровки их текстовых данных. Проведенная экспериментальная работа показала работоспособность реализации, при этом выявлен ряд проблем, которые являются предметом дальнейших исследований.

В частности, представляет интерес применение нейросетевых технологий для решения всех этапов обработки и повышение производительности реализации на базе распараллеливания.

#### Список цитированных источников

1. Херн, Д. Компьютерная графика и стандарт OpenGL [текст] / Д. Херн, М.П. Бейкер. — 3-е издание.: пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. — 1168 с.
2. Bradski, G. Learning OpenCV [текст] / G. Bradski, A. Kaehler, 1-st edition.: O'Reilly Media, 2008. — 557 p.
3. An Overview of the Tesseract OCR Engine [Электронный ресурс]. GitHub [сайт]. Режим доступа: <https://github.com/tesseract-ocr/docs/blob/master/tesseractidcar2007.pdf>. — Дата доступа: 10.10.2017.

УДК 330.42

## ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ С УЧЕТОМ ПРОЦЕССОВ ЕСТЕСТВЕННОЙ УБЫЛИ ПРОДУКЦИИ

**Дворниченко А.В., Лебедь С.Ф.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест*

Достижение необходимого уровня запасов в постоянно изменяющихся условиях внешней и внутренней среды является одной из важнейших задач управления предприятиями различных размеров и форм собственности. Недостаточное количество запасов может привести к сбою работы предприятия, простоям, потерям прибыли, потере клиентов и т. д. С другой стороны, избыток запасов ведет к денежным потерям в связи с порчей и повреждением запасов, их моральным устареванием, высоких издержек, связанных с хранением избытка запасов.

Таким образом, установление необходимого количества запасов повышает эффективность работы предприятия, а уточнение и корректировка количества запасов способствует готовности предприятия сохранять устойчивость при изменении факторов среды.

В настоящее время в экономической науке разработан ряд моделей, на основании которых происходит управление запасами.

При оптимизации управления запасами одним из наиболее простых и наглядных инструментов является формула Харриса – Уилсона. Ее называют формулой экономического размера заказа (Economic Order Quantity — EOQ)[1]. Предполагается, что известны параметры модели, а спрос считается постоянным. С моделью указанного типа соотносят следующие параметры:  $D$  – годовое потребление продукции;  $C_h$  – затраты на хранение единицы продукции за год;  $C_0$  – накладные расходы на каждую поставку;  $q$  – размер заказа;  $C_{II}$  – себестоимость единицы продукции;  $C_S$  – цена реализации единицы продукции;  $C_T$  – общие годовые затраты;  $Pr$  – общая годовая прибыль (до уплаты налогов).

В традиционной EOQ – модели управления запасами определение экономического размера заказа основано на минимизации общих годовых затрат [2]. Указанные затраты

рассматриваются как функция от размера заказа  $q$  и определяются следующим соотношением:

$$C_{\Gamma} = C_{\Gamma}(q) = C_0 \cdot \frac{D}{q} + C_h \cdot \frac{q}{2} + C_{\Pi} \cdot D. \quad (1)$$

Оптимальный размер заказа  $q^*$  в данной модели будет являться решением следующей системы:

$$\begin{cases} \frac{dC_{\Gamma}(q)}{dq} = 0 \\ \frac{d^2C_{\Gamma}(q)}{dq^2} > 0 \end{cases} \quad (2)$$

Решение системы (2) дает известную формулу Харриса-Уилсона или формулу экономического (оптимального) размера заказа:

$$q^*_{\text{(Харрис-Уилсон)}} = \sqrt{\frac{2C_0 \cdot D}{C_h}} \quad (3)$$

В практической деятельности специалистам, работающим в области управления запасами, приходится сталкиваться с ситуациями, которые обуславливают неопределенность ряда параметров модели [3].

Формула, определяющая величину нормы естественной убыли продукции за период хранения, представима в следующем виде:

$$\eta(T) = \varepsilon_n + \Delta\varepsilon \cdot T \quad (4)$$

где  $\eta(T)$  – норма естественной убыли продукции товара за период  $T$ , (%);  $\varepsilon_n$  – начальное значение величины нормы естественной убыли, (%);  $\Delta\varepsilon$  – «шаг» изменения нормы естественной убыли, (% в день);  $T$  – период хранения продукции [2].

Рассмотрим задачу максимизации годовой прибыли:

$$\text{Pr} = \text{Pr}(q) = C_S \cdot D - C_{\Gamma}(q) \rightarrow \max q > 0 \quad (5)$$

Для периода времени между поставками средняя цена реализации одного короба составит:

$$C_S(cp) = \frac{1}{2} \cdot [C_S - \varepsilon_n \cdot C_S - \Delta C_S(t)] \quad (6)$$

Подставим выражение (6) для средней цены реализации одного тарного места продукции с учетом потерь от естественной убыли в формулу (5) для вычисления прибыли. Получаем следующее выражение:

$$\text{Pr} = \text{Pr}(q) = C_S \cdot D \cdot \left(1 - \varepsilon_n - \Delta\varepsilon \cdot \frac{T}{2}\right) - \left(C_0 \cdot \frac{D}{q} + C_h \cdot \frac{q}{2} + C_{\Pi} \cdot D\right) \quad (7)$$

В анализируемой модели фактор ограниченности сроков годности продукции учитывается введением понижающего коэффициента  $\alpha$  для выручки [3]. Тогда соответствующая формула для расчета прибыли представима следующим образом:

$$\text{Pr}(q) = \alpha \cdot C_{S(\text{mod})} \cdot D - C_{\Gamma}(q) \quad (8)$$

Для определения величины экономичного размера заказа с учетом вышеперечисленных особенностей необходимо решить следующую задачу оптимизации:

$$\text{Pr}(q) = \alpha \cdot C_{S(\text{mod})} \cdot D - C_{\Gamma}(q) \rightarrow \max \quad \text{при } q > 0.$$

Формула (8) с учетом коэффициента  $\alpha$  дает:

$$\text{Pr} = \text{Pr}(q) = \alpha \cdot C_S \cdot D \cdot \left(1 - \varepsilon_n - \Delta\varepsilon \cdot \frac{q}{2D}\right) - \left(C_0 \cdot \frac{D}{q} + C_h \cdot \frac{q}{2} + C_{II} \cdot D\right) \quad (9)$$

В формате представленной модели задача максимизации прибыли обобщает классическую задачу минимизации общих затрат за тот же период. Оптимальный размер заказа найдем как решение системы:

$$\begin{cases} \frac{d \text{Pr}(q)}{dq} = 0 \\ \frac{d^2 \text{Pr}(q)}{dq^2} < 0 \end{cases}, q > 0 \quad (10)$$

Система имеет единственное решение в области  $q > 0$ . Оптимальный размер заказа при оптимизации прибыли (для детерминированной модели) необходимо определять по следующей формуле:

$$q^*(C_{S(\text{mod})}) = \sqrt{\frac{2D \cdot C_0}{\alpha \cdot C_S \cdot \Delta\varepsilon + C_h}} \quad (11)$$

Формула (11) показывает, что оптимальный размер заказа с учетом особенностей анализируемой модели (в случае  $\Delta\varepsilon > 0$  и  $0 < \alpha \leq 1$ ) должен быть меньшим, чем требует формула на основе классических рекомендаций:

$$q^*(C_{S(\text{mod})}) < q^*(\text{Харрис-Уилсон}).$$

Можно сделать вывод, что учет процессов естественной убыли и ограниченности сроков реализации продукции изменяют традиционно рекомендуемые значения параметров стратегии управления запасами [4]. В частности, рекомендации на основе традиционных формул без учета вышеперечисленных факторов обуславливают завышение объема заказа. Уменьшение длительности интервала между поставками товаров приводит к уменьшению объемов хранимых товаров и к снижению объемов соответствующих страховых запасов по этим товарам, что способствует снижению издержек на хранение запасов, их морального и материального износа, что положительно сказывается на эффективности работы предприятия[5].

**Список цитированных источников**

1. Бродецкий, Г.Л. Экономико-математические методы и модели в логистике: процедуры оптимизации / Г.Л. Бродецкий, Д.А. Гусев.– Москва: Академия, 2012.– 84 с.
2. Сток, Д.Р. Стратегическое управление логистикой / Д.Р. Сток, Д. М. Ламберт. – Москва: ИНФРА – М., 2005. –797с.
3. Управление цепями поставок / Под ред. Дж. Гатторны; пер. с 5-го англ. изд. – Москва: ИНФРА-М, 2008. – 670 с.
4. Шрайбфредер, Дж. Эффективное управление запасами / Дж. Шрайбфредер; пер. с англ. – 2-е изд. – Москва: Альпина Бизнес Букс, 2006. – 304 с.
5. Бродецкий, Г.Л. Системный анализ в логистике. Выбор в условиях неопределенности: учебник / Г.Л. Бродецкий.– Москва: Академия, 2009. – 390 с.
6. Стерлигова, А.Н. Управление запасами в цепях поставок: учебное пособие / А.Н. Стерлигова. – Москва: Инфра-М, 2007. – 400 с.

УДК 004.77:346.26

**МЕТОДИКИ ПРИВЛЕЧЕНИЯ ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСОВ  
ДЛЯ РАСШИРЕНИЯ ТОРГОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ*****Жижина Е.А., Аверина И.Н.****Брестский государственный технический университет, г. Брест*

В условиях информационной экономики бизнес-процессы современного предприятия подразумевают широкое привлечение интернет-ресурсов для развития своей деятельности. Массовое использование интернет-технологий привело к появлению такого экономического феномена, как «электронная коммерция». Электронная коммерция включает все финансовые и торговые транзакции и бизнес-процессы, осуществляемые при помощи компьютерных сетей и цифровых коммуникаций. Сегодня электронная коммерция является базовой основой сетевой экономики, включающей электронную торговлю (e-trade), электронный маркетинг (e-marketing), электронные деньги (e-cash), электронный банкинг (e-banking) и др.

Современный рынок электронной коммерции Республики Беларусь находится в стадии активного роста. Развитие интернет-коммуникаций определило начало нового этапа в расширении торговых отношений. В частности, электронная торговля обеспечивает виртуальное проведение торговых операций и сделок в сети Интернет, которые сводятся к трансформации цепей поставок, информированию покупателей, а также организации приёма заказов и платежей.

Сегодня практически каждая компания представлена в интернете. Организации заявляют о себе на различных торговых площадках. По информации Министерства антимонопольного регулирования и торговли Беларуси (МАРТ РБ), по состоянию на 1 июля 2017 года в Беларуси зарегистрировано более 15 тыс. интернет-магазинов, из них 51% принадлежит индивидуальным предпринимателям, 48% - юридическим лицам. В Беларуси увеличиваются объемы продаваемой через интернет продукции. С 2010 по 2016 годы товарооборот интернет-торговли вырос в 25,8 раза. В 2010 году доля интернет-торговли в розничном товарообороте составляла 0,5%, в начале текущего года

2,8%. Наибольший удельный вес в структуре товарооборота (80%) составляют непродовольственные товары: электроприборы, детали, принадлежности, трикотажные изделия, парфюмерия, косметика, верхняя одежда и др. [1].

Торговля через интернет-магазины выгодна как продавцам, так и покупателям. Продавцы экономят на торговых площадях и поэтому имеют возможность предложить покупателям более выгодные цены по сравнению с обычными магазинами. А покупатель делает покупку не выходя из дому.

Вопросы интернет-торговли, требования, предъявляемые к созданию и функционированию интернет-магазинов регулируются в Республике Беларусь на законодательном уровне. Четкое понимание того, что по законодательству считается интернет-магазином и какими признаками при этом он должен обладать, важно по двум причинам. Во-первых, от этого может зависеть налоговая нагрузка торгового предприятия, а, во-вторых, выбор методики привлечения интернет-ресурсов и стоимость разработки сайта с определенным функционалом.

Так, если организации и индивидуальные предприниматели осуществляют розничную торговлю через интернет-магазин, то согласно вступившим в силу с 1 января 2016 года изменениям Налогового кодекса Республики Беларусь они не вправе применять упрощенную систему налогообложения (УСН) [2]. Если проиллюстрировать это на цифрах, то, например, при выручке за квартал 46 тыс. руб. налог при УСН составит 2,3 тыс. руб. (5%), а при наличии интернет-магазина и после перехода на общую систему налогообложения – 8,28 тыс. руб. (18%).

Понятие интернет-магазина как информационного ресурса субъекта торговли в глобальной компьютерной сети интернет, позволяющего «осуществить заказ на приобретение или выбор и приобретение товаров без (вне) торгового объекта», определено в Законе Республики Беларусь «О государственном регулировании торговли и общественного питания в Республике Беларусь». Определяющим критерием интернет-магазина является наличие сведений об интернет-магазине в Торговом реестре РБ, который является государственным информационным ресурсом, поддерживаемым МАРТ. Признаком интернет-магазина по законодательству является то, что на странице информационного ресурса в сети интернет, имеется информация о товарах и их ценах, продавце и предоставляется возможность осуществить выбор, заказ и приобретение товара. Предоставление в интернет-сети рекламных описаний товаров расценивается как розничная торговля по образцам через интернет-магазин. В то же время наличие или отсутствие на сайте рекламы, а также договора на её размещение не может являться основанием для непризнания сайта интернет-магазином.

На основе изучения современных интернет-технологий и тенденций их развития можно предложить для коммерческих предприятий следующие методики использования интернет-ресурсов для расширения торговой деятельности. Коммерческие предприятия могут выбрать один из следующих способов создания интернет-магазина в соответствии со своей целью.

1. Разработка интернет-магазина по индивидуальному заказу. В этом случае индивидуальный сайт представляет собой креативное дизайнерское решение, при котором возможности сайта и интерфейс можно изменять, подстраивать под определенную фирму, добавлять детали. Однако такой способ создания сайта является наиболее дорогостоящим и рассматривается чаще всего крупными предприятиями.

2. Использование готовой онлайн-платформы для создания интернет-магазина, полностью удовлетворяющего требованиям законодательства в сфере электронной торговли. Например, с помощью такого сервиса, как SaaS-платформа, можно создать и заполнить магазин товарами буквально за несколько дней. Данный способ организации интернет-торговли подходит для предприятий среднего звена, так как не требует больших затрат, однако заказчик получает в ограниченное пользование шаблонный сайт, который практически невозможно модифицировать.

3. Использование для создания интернет-магазина CMS (от англ. content management system), то есть информационной системы для создания, редактирования и управления содержимым (контентом – от англ. content). Функционал CMS может предоставляться как на платной, так и на бесплатной основе. Среди бесплатных CMS выделяют: WordPress, Joomla, Drupal. Платными лидерами являются: 1С-Битрикс, UMI.CMS, NetCat, Shop-Script 6, CS-Cart [3].

При выборе такого варианта предприятие сможет редактировать и настраивать функциональное меню самостоятельно, так как этот способ предоставляет возможность решать специфические задачи с помощью готовых инструментов. Одновременно с этими преимуществами создание интернет-сайта при помощи CMS является самым дешевым. Однако в случае необходимости внесения значительных изменений в имеющийся функционал могут потребоваться программные доработки специалистом.

При создании интернет-магазина, помимо выбора способа его разработки, определяют хостинг, подбирают и оплачивают доменное имя в национальной зоне («.by» или «.бел»), а также регистрируют сайт в Государственном реестре информационных сетей, систем и ресурсов национального сегмента глобальной компьютерной сети Интернет, размещенных на территории РБ.

При выборе методики организации интернет-торговли, помимо анализа реализации требуемых функций, важна также оценка затрат на создание интернет-магазина.

В проведенном исследовании выполнена сравнительная оценка возможных затрат по каждой методике. Результаты анализа представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Оценка затрат на создание интернет-магазина.

Индивидуальный заказ		Платформа		CMS			
				платная		бесплатная	
Разработка с нуля	11640 р	Место на платформе	428 р/год	Инструмент создания сайта	750 р	Инструмент создания сайта	–
		Программист	582 р	Программист	1940 р	Программист	1940 р
Домен	30 р/год	Домен	–	Домен	30 р/год	Домен	30 р/год
Хостинг	288 р/год	Хостинг	–	Хостинг	288 р/год	Хостинг	288 р/год
Итого	11640 р+ 318 р/год	Итого	582 р + 428 р/год	Итого	2690 р+ 318 р/год	Итого	1940 р.+ 318 р/год

Как вариант расширения торгового пространства, коммерческими предприятиями может также рассматриваться использование действующих интернет-магазинов других компаний на условиях комиссионной торговли, однако при этом надо иметь в виду действующие по законодательству ограничения на комиссионную торговлю некоторыми видами товаров.

От выбранной коммерческим предприятием методики привлечения интернет-ресурсов и способа создания интернет-магазина будет зависеть вариант отражения в бухгалтерском учёте затрат на его создание и обслуживание.

Проведенный анализ может быть полезен торговым предприятиям при расширении предпринимательской деятельности с привлечением интернет-ресурсов.

#### Список цитированных источников

1. Количество интернет-магазинов в Беларуси за пять лет увеличилось более чем в 3,5 раза [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.belta.by/society/view/kolichestvo-internet-magazinov-v-belarusi-za-pjat-let-uvlichilos-bole-chem-v-35-raza-256563-2017/> // Дата доступа: 12.09.2017.

2. Налоговый кодекс Республики Беларусь (Особенная часть) от 29.12.2009 г. № 71-3 (ред. от 09.01.2017).

3. Как открыть интернет-магазин в Беларуси [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://beseller.by/blog/kak-otkryit-internet-magazin-v-belarusi-poshagovoe-rukovodstvo/> // Дата доступа: 15.09.2017.

УДК 004.514.62

## ПОДХОД К ОЦЕНКЕ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ ДЛЯ АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

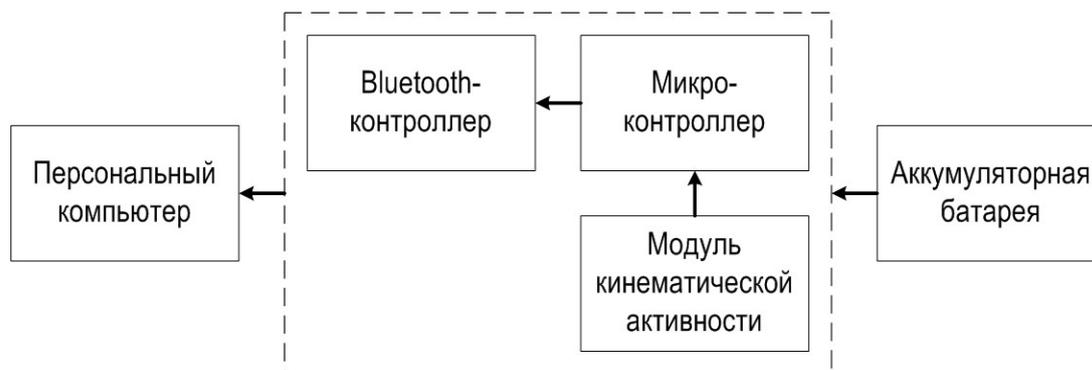
*Латий О.О.*

*Брестский государственный технический университет, г. Брест*

*Научный руководитель: Костюк Д.А., к. т. н., доцент*

Определение нагрузки, воздействующей на пользователя ПК, выполняемое по измерению его физиологического состояния, позволяет достаточно быстро определить слабые стороны и «узкие места» человеко-машинного интерфейса [1]. Одна из решаемых при этом подзадач – качественная и количественная оценка кинематической активности пользователя, направленной на перемещение манипулятора (мыши, трекбола и др.) при работе с тем или иным программным продуктом. Приборное решение этой задачи предполагает использование носимых датчиков, регистрирующих мгновенные значения линейного ускорения по осям OX, OY и OZ декартовой системы координат.

Структура разрабатываемого приборного решения регистрации кинематической активности пользователя представлена на рисунке 1.



**Рисунок 1 – Структурная схема устройства, регистрирующего ускорение для оценки кинематической активности пользователя**

В качестве микроконтроллера выбран Atmel ATmega328. Микроконтроллер осуществляет сбор данных от модуля кинематической активности по интерфейсу I<sup>2</sup>C, обрабатывает их и передает в компьютер по протоколу Bluetooth. Беспроводную передачу данных осуществляет контроллер CC2541 от Texas Instruments. Данный контроллер поддерживает работу в энергосберегающем режиме Low Energy, когда выполняется передача коротких пакетов данных с периодическим выключением передатчика.

Модуль кинематической активности содержит датчик регистрации линейного ускорения, в роли которого использована инерциальная измерительная система MPU6050 от компании InvenSense [2]. MPU6050 имеет в своём составе датчики линейного ускорения (акселерометры), угловой скорости (гироскопы) и датчик температуры. Датчики гироскопа и акселерометра изготовлены как микроэлектромеханическая система: внешнее воздействие на датчик изменяет состояние механической части, а затем изменяется сигнал электрической части.

Математическая обработка сигналов, получаемых с датчика, выполняется микроконтроллером с задействованием следующего математического аппарата.

Как известно, ускорение связано с пространственным перемещением следующим соотношением (1):

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{s}}{dt^2}. \quad (1)$$

Соответственно, для нахождения значения перемещения необходимо дважды проинтегрировать ускорение (2):

$$\vec{s} = \int \vec{v} dt = \int \int (\vec{a} dt) dt. \quad (2)$$

При цифровой обработке интегрирование сигнала сводится к суммированию дискретных значений. Учитывая то, что период дискретизации является константной величиной, можно записать (3):

$$\begin{aligned} v_n &= v_{n-1} + a_n \Delta t, \\ x_n &= x_{n-1} + v_{n-1} \Delta t + \frac{1}{2} a_n \Delta t^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Вышеописанный случай интегрирования осуществляется по правилу, предусматривающему разбиение общей площади сигнала на прямоугольники. Однако из рисунка 2 (а) можно заметить, что интегрирование по данному методу имеет существенный недостаток – не учитываются участки в виде криволинейных треугольников, которые образуются между верхней стороной прямоугольника и кривой сигнала. Сумма площадей данных областей выражается в общей ошибке интегрирования. А для задачи нахождения перемещения на основе показаний ускорения накопление ошибки на каждом этапе интегрирования имеет критический характер, вытекающий в недостоверность получаемых результатов.

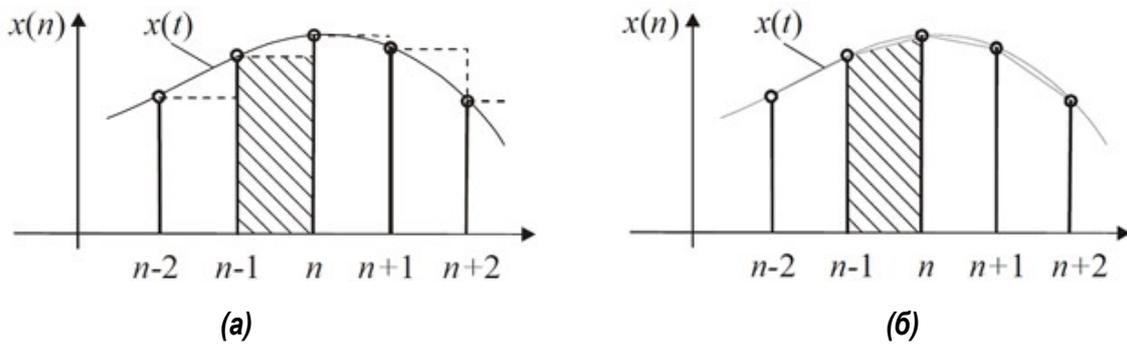


Рисунок 2 – Разбиение непрерывного сигнала на прямоугольники (а) и трапеции (б)

Поэтому для снижения погрешностей вычислений в системе применен метод трапеций. Аппроксимация площади под графиком функции прямоугольными трапециями позволяет более детально повторить форму непрерывного сигнала (рисунок 2 (б)). Выражения для нахождения скорости и перемещения представлены в формулах (4) и (5) соответственно.

$$v_n = v_{n-1} + \frac{(a_{n-1} + a_n) \Delta t}{2}. \tag{4}$$

$$x_n = x_{n-1} + \frac{(v_{n-1} + v_n) \Delta t}{2}. \tag{5}$$

Стоит отметить, что интегрирование данных, принимаемых с акселерометра, с использованием правила трапеций, недостаточно для получения подлинной информации о количественной мере перемещения объекта. В показаниях акселерометра присутствует высокочастотный шум и для его исключения использован низкочастотный цифровой фильтр. Также в показаниях акселерометра присутствует составляющая гравитационного притяжения, которая при расчете перемещений является паразитным показателем. Для устранения влияния ускорения свободного падения необходимо пропустить сигнал через высокочастотный фильтр или воспользоваться низкочастотным фильтром, как показано в (6) [3]:

$$\begin{aligned} g_{xyz}^{lpf} &= \alpha \cdot g_{xyz} + (1 - \alpha) \cdot a_{xyz}, \\ a_{xyz}^{hpf} &= a_{xyz} - g_{xyz}, \end{aligned} \tag{6}$$

где  $g_{xyz}^{lpf}$  – значение проекции ускорения свободного падения, обработанного через НЧ-фильтр,  $g_{xyz}$  – значение проекции ускорения свободного падения,  $a_{xyz}^{hpf}$  – значение проекции линейного ускорения, обработанного через ВЧ-фильтр,  $a_{xyz}$  – значение проекции линейного ускорения,  $\alpha$  – коэффициент фильтра, рассчитываемый по формуле  $\alpha = t / (t + dT)$ , в которой  $t$  – временная константа фильтра, а  $dT$  – период дискретизации сигнала.

Таким образом, в общем случае, упрощенный алгоритм определения перемещения сводится к следующим шагам:

- считывание показаний акселерометра;
- фильтрация полученных показаний (устранение высокочастотных помех и удаление составляющей гравитационного ускорения);
- расчет скорости посредством интегрирования по правилу трапеций;
- фильтрация рассчитанной скорости (устранение неточности интегрирования);
- расчет перемещения посредством интегрирования по правилу трапеций.

#### **Список цитированных источников**

1. Латий, О.О. Подход к биометрической оценке эргономики графического интерфейса пользователя / Д.А. Костюк, О.О. Латий, А.А. Маркина // Вестник БрГТУ. – 2016. – № 5: Физика, математика, информатика. – С. 46–49.
2. MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification Revision 3.4 [Электронный ресурс] – Режим доступа : <https://goo.gl/gmQ36i>. – Дата доступа 10.09.2017.
3. SensorEvent [Электронный ресурс] – Режим доступа : <https://goo.gl/bbNTu4>. – Дата доступа 10.09.2017.

УДК 004.514.62

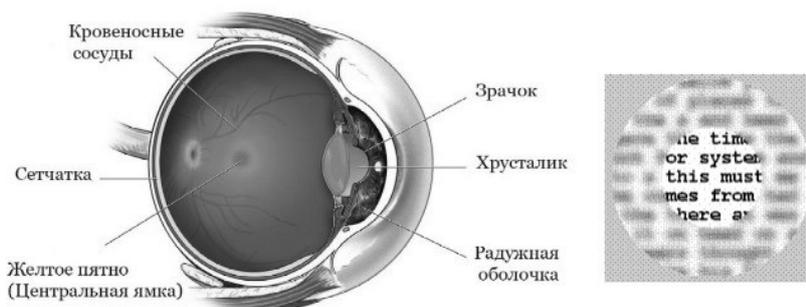
## **ОСОБЕННОСТИ ОКУЛОГРАФИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ГРАФИЧЕСКОГО ИНТЕРФЕЙСА ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ**

**Маркина А.А., Дубицкий А.В.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научный руководитель: Костюк Д.А., к. т. н., доцент*

Окулография (айтрекинг) – это анализ движения взгляда пользователя, зон визуальной фокализации, на которых концентрируется взгляд, или, в более узком смысле, определение точки пересечения оптической оси глазного яблока и наблюдаемого на экране объекта. В отличие от других методик тестирования эргономики интерфейса, при использовании биометрического оборудования (в частности, окулографического) испытуемые не комментируют свои действия, что является преимуществом, т. к. вербализация может влиять на поведение. Поэтому такие приборные исследования достаточно актуальны при исследовании эргономики графических приложений [1].

Результатом работы айтрекера является массив координат, соответствующих положению взгляда в различные моменты времени. При его интерпретации необходимо учитывать разницу между периферическим и центральным зрением (рис. 1).



**Рисунок 1 – Строение глаза и визуализация различий в периферическом и центральном зрении**

Фоторецепторы сетчатки глаза делятся на два типа – колбочки и палочки. Основная масса колбочек сосредоточена в центральной части сетчатки, называемой жёлтым пятном или макулой. Центральное (колбочковое) зрение является более детализированным, но охватывает достаточно малую часть поля зрения (см. область четкого изображения на рис. 1 справа), и информация поступает с помощью зрительной выборки. Однако, периферическое (палочковое) зрение указывает центральному на следующую точку фокусировки взгляда. Фактически, взгляд перемещается быстрыми скачками (саккадами) с короткими паузами между ними (фиксациями). Так, при работе с текстом за одну саккаду считывается 7 – 9 букв, а продолжительность фиксации составляет около 250 миллисекунд, но восприятие распространяется на вдвое большее число букв из-за участия периферического зрения. Однако то, что воспринимают глаза, является лишь небольшой частью процесса – изображения, поступающие в мозг, изменяются и интерпретируются (треугольник Канижа, эффект Мюллера-Лайтера).

Применение айтрекера для оценки эффективности человеко-машинного взаимодействия можно разделить на три категории:

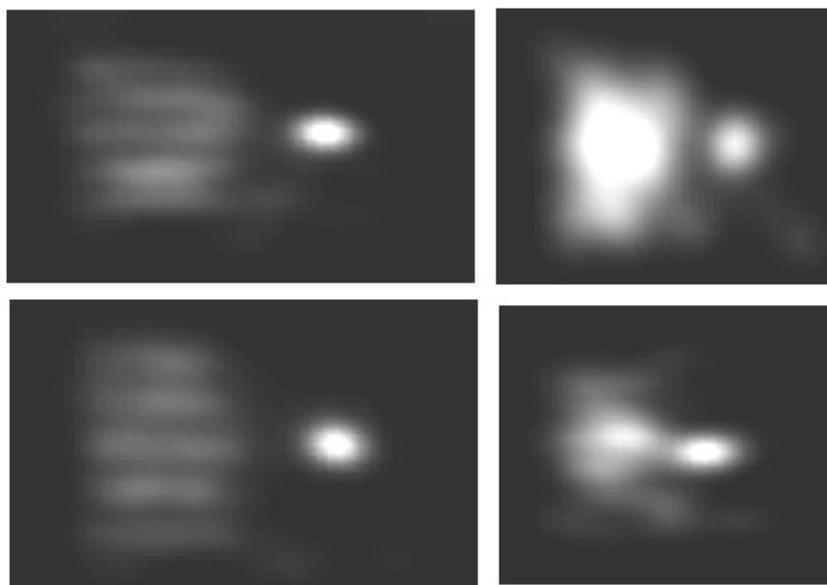
- выяснение причин возникших затруднений (долгое заполнение формы и др.), в особенности, связанных с заметностью элементов, точками фокуса внимания, ментальной нагрузкой и отвлечениями;
- выявление особенностей поведения пользователей (стратегии визуального поиска, паттерны чтения и сканирования);
- сравнение нескольких дизайнерских решений в совокупности с другими видами тестирования (анкетированием, биометрической оценкой).

Последняя категория является наиболее трудоёмкой, т. к. требует учета корреляции между различными параметрами, соблюдения лабораторных условий, дополнительного видеопотоколирования рабочего процесса.

Несмотря на все преимущества использования данного оборудования, существует ряд ограничений. В процессе исследований движения глаз анализируется только центральное зрение, а видимое периферическое зрение не учитывается. Из того, что те или иные визуальные элементы интерфейса привлекли повышенное внимание пользователя, не следует, что эти элементы действительно удобны для решения конкретных задач, и пользователь не гарантированно обращал на них внимание (эффект слепоты невнимания); также сужается поле зрения при возникновении затруднений и стрессовой ситуации (гиперконцентрация, избирательное внимание). Кроме этого, легко исказить данные слежения за взглядом в зависимости от инструкций, которые были даны перед экспериментом. Также существуют физиологические ограничения использования данной методики, например, нистагм (неконтролируемые движения глаз с высокой частотой и, как следствие, нарушение фокуса взгляда).

Основная причина, по которой данная методология тестирования не является массовой – дороговизна необходимого специализированного оборудования. Профессиональные айтрекеры рассчитаны на исследовательские лаборатории с большим бюджетом, и их стоимость начинается от \$10000. Однако в последние годы на рынке появляются бюджетные устройства стоимостью сотни долларов, разработанные для игровой индустрии. Несмотря на то, что бытовые айтрекеры изначально ориентированы на сферу развлечений, они позволяют добиться точности, достаточной для решения ряда исследовательских задач [2].

В ходе исследования методика окулографического тестирования с использованием подобного бюджетного айтрекера, производимого компанией Tobii, отработывалась нами на задаче многократного поиска заданной геометрической фигуры в матрице из 25 различных фигур, в режиме переключения между двумя полноэкранными окнами либо в режиме перекрывающихся окон. В начальном этапе тестирования принимали участие 13 человек (3 женщины и 10 мужчин) в возрасте от 18 до 25 лет. Предварительное обучение респондентов позволило снизить эффект новизны программного обеспечения. Невозможность исключения фоновых естественных эффектов в ходе эксперимента учитывалось при обработке данных с помощью удаления невалидных результатов. Визуализация результатов эксперимента осуществлялась построением теплокарт (рис. 2), а также оценкой смещения центра распределения средствами параметрической статистики, таких как выделение срединной области, через которую проходит взгляд, вычислением медианы, усредненное значение координат точки, где происходила фиксация взгляда, а также определение точки, на которой пользователь чаще всего фокусировал взгляд, с помощью моды. На основе теплокарт, выполняющих взвешенную визуализацию множества точек фиксации взгляда с помощью бивариантной оценки плотности ядра, выявляется стандартный паттерн сканирования информации (пользователь быстро просматривает строки с минимальной фокусировкой на них), а также особенности работы с элементами графических окон приложения (см. рис. 2, где на приведенных примерах теплокарт четко прослеживаются особенности тестовых заданий: длительная фокусировка взгляда на правой части изображения, предложенного для поиска, с попыткой его запоминания, а также сканирование матрицы изображений в левой части).



**Рисунок 2 – Примеры визуализации результатов окулографического исследования**

#### **Список цитированных источников**

1. Костюк, Д.А. Подход к биометрической оценке эргономики графического интерфейса пользователя / Д.А. Костюк, О.О. Латий, А.А. Маркина // Вестник БрГТУ. – 2016. – № 5: Физика, математика, информатика. – С. 46–49.
2. Gibaldi A. et al. Evaluation of the Tobii EyeX Eye tracking controller and Matlab toolkit for research // Behav. Res. V. 49, 2017. P.923–946.

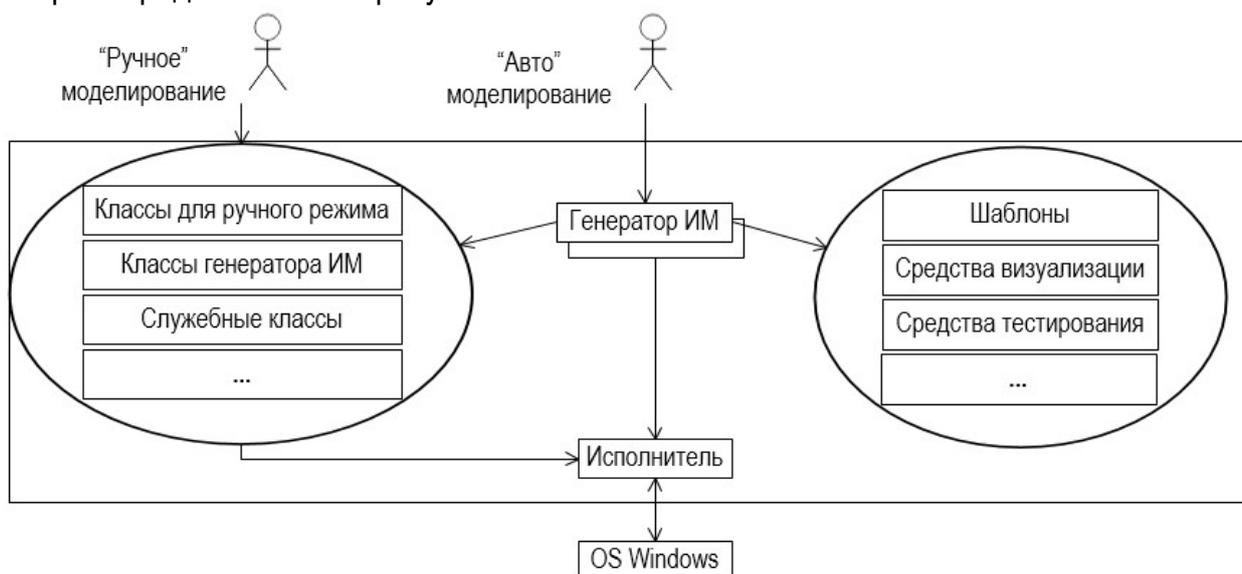
УДК 681.3

## ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ СРЕДСТВ КОНСТРУИРОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ОБУЧЕНИЯ

**Наливки Д.В.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научный руководитель: Муравьев Г.Л., к. т. н., доцент*

Моделирование, в том числе имитационное (ИМ), является широко распространенным инженерным средством для решения задач, возникающих в процессе разработки и использовании систем различной природы. Обучение ИМ, в свою очередь, является комплексной, трудоемкой задачей. Требует наличия инструментов, позволяющих создавать спецификации учебных систем, реализовать типовые этапы моделирования в ручном и автоматических режимах, просматривать данные о ходе и результатах моделирования, тестировать полученные результаты. Все указанное может быть реализовано в виде единой системы – фреймворка, как набор связанных средств, упрощенная схема которого представлена на рисунке ниже



**Рисунок 1 – Состав системы**

Базовые варианты использования: - генерация исходных спецификаций; - автогенерация результативных моделей по спецификациям системы; - самостоятельное конструирование моделей на базе готовых классов, элементов, процессов; - контроль, тестирование результатов. Требования к системе: - типовая функциональность имитационных моделей; - возможность проведения моделирования в "ручном" режиме; - автоматическое построение имитационной модели в выбранной библиотеке.

Цель работы - снижение трудоемкости, повышение эффективности обучения моделированию за счет автоматизация следующих процессов: - разработка структуры модели; - реализация псевдопараллельностей; - организация управления модельным временем, списками событий, обработкой событий; - генерация случайных объектов с задан-

ными вероятностными свойствами; - фиксация результатов наблюдений с последующей статистической обработкой [1] и т. д.

Соответственно задача сведена: - к разработке макета системы; - к разработке иерархий классов, обеспечивающих функциональность средств моделирования; - к разработке приложений для поддержки ручного и автоматического конструирования моделей; - к разработке рекомендаций по использованию средств в ручном и автоматическом режимах. При этом в качестве математической модели систем использовались произвольные сети массового обслуживания.

Используемый аппарат: методы имитационного моделирования дискретных систем, теории массового обслуживания для построения моделей; объектно-ориентированный подход, каркасное программирование [2], средства UML для разработки и реализации системы. Упрощенная диаграмма классов представлена на рисунке ниже.

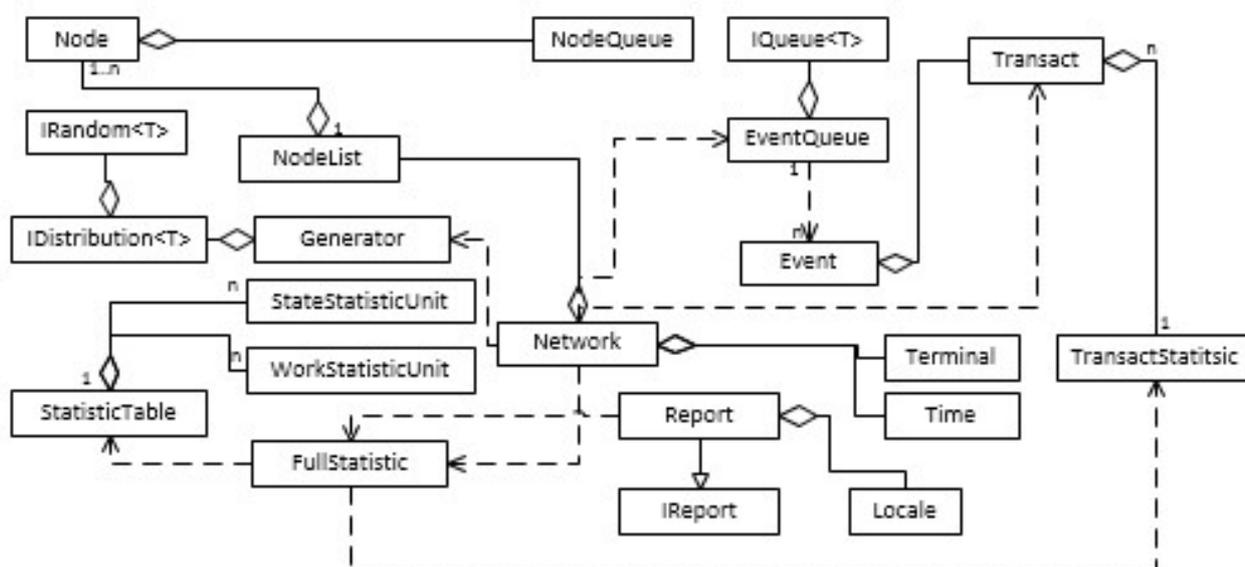


Рисунок 2 – Иерархия классов

Здесь класс Network представляет моделируемую сеть; NodeList, NodeQueue инкапсулируют узлы; классы Transact, Event описывают запросы и ассоциируемые события; EventQueue (интерфейс IQueue) инкапсулирует очередь событий; система TransactStatistic, FullStatistic, StatisticTable обеспечивает сбор данных, а классы вроде Report, поддерживающие интерфейс IReport, генерацию отчетов.

Реализованы иерархии классов библиотек типовых элементов, процессов ИМ и генераторы моделей, позволяющие автоматически строить код модели по спецификациям пользователя на базе выбранного каркаса. Макетирование проведено в системе Microsoft Visual Studio. Предполагается расширение системы для использования с возможностью доступа через мобильные устройства.

#### Список цитированных источников

1. Наливко, Д.В. Разработка средств обучения моделированию / Д.В. Наливко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы 20 РНК студентов и аспирантов, Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2017.
2. Труб, И.И. Объектно-ориентированное моделирование на C++ / И.И. Труб. – СПб.: Питер, 2006. – 411 с.

УДК 539.3

## РАСЧЁТ БАЛОК МЕТОДОМ НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ В MATHCAD

**Олесик Е.С., Пархомук И.П.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научные руководители: Гарбачевский В.В., Веремейчик А.И.*

Известно [1, 2], что балки являются одним из основных расчетных элементов в сопротивлении материалов. Расчеты на прочность и жесткость, являющиеся ключевыми при исследовании напряженно-деформированного состояния тел, требуют определения внутренних усилий в произвольном сечении балки, что позволит определить опасные сечения, в которых возможно разрушение. Результаты таких расчетов обычно представляются в виде эпюр. Для простых схем нагружения можно использовать стандартные подходы для построения эпюр: по сечениям или по характерным точкам [2]. Однако для сложных схем нагружения, а особенно статически неопределимых балок, для которых при определении опорных реакций недостаточно одних только уравнений статики, такой подход может вызвать серьезные трудности.

Рассмотрим построение математической модели расчета балок на примере консольной статически определимой балки, изображенной на рисунке 1.

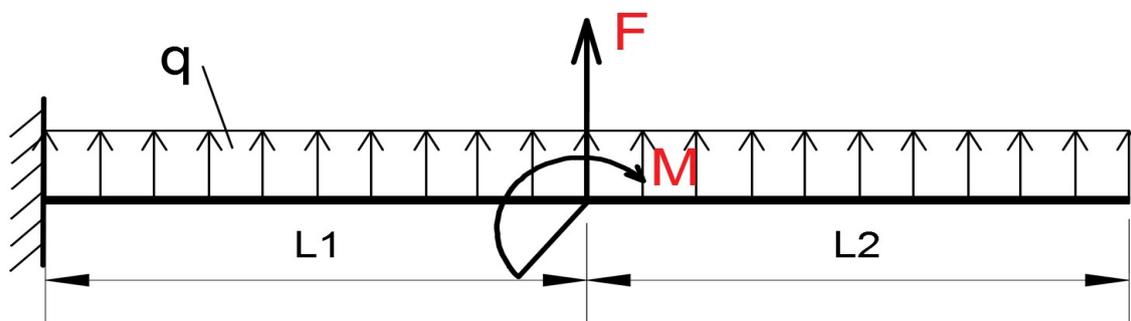


Рисунок 1 – Схема балки

Балка содержит два силовых участка, расчетные схемы которых показаны на рисунке 2.

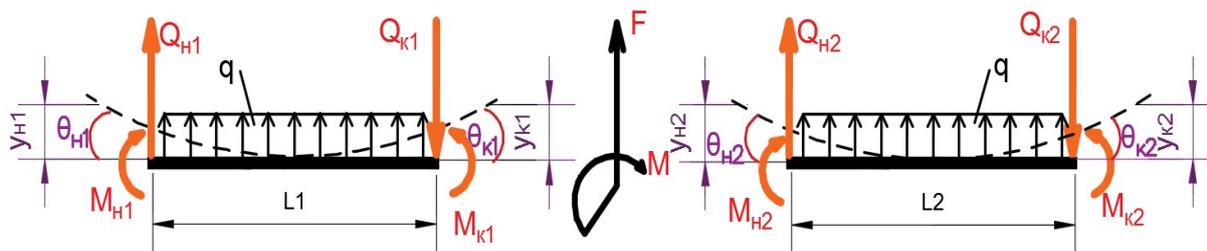


Рисунок 2 – Расчетные схемы силовых участков балки

Положительные значения для внутренних усилий и геометрических параметров:  $Q$  — при сдвиге отсеченной части балки по часовой стрелке;  $M$  — при растянутых волокнах снизу;  $\theta$  — при повороте против часовой стрелки;  $y$  — при перемещении вверх.

На каждом силовом участке четыре пары неизвестных в начале и конце силовых участков: поперечных усилий, моментов, углов поворота и прогибов. Всего имеется  $4 \cdot 2 \cdot k$  (где  $k$  — количество силовых участков) неизвестных, для которых требуется составить столько же уравнений. Можно составить по одному уравнению, связывающему неизвестные в начале и в конце каждого силового участка [1], т. е.  $4k$  уравнений. Также составим по четыре уравнения для границ силовых участков, т. е.  $(k-1) \cdot k$  уравнений. Характер уравнений будет зависеть от того, чем вызвано появление этой границы. Дополнительно составляем по два уравнения для начала и конца балки. Характер уравнений также зависит от наличия и способа закрепления на концах.

Таблица 1 – Характер закрепления

При отсутствии закрепления	При шарнирном закреплении	При защемлении	При наличии промежуточного шарнира
$Q_{H2} = Q_{K1} + F$	$y_{K1} = 0$	$y_{K1} = 0$	$Q_{H2} = Q_{K1} + F$
$M_{H2} = M_{K1} + M$	$M_{H2} = M_{K1} + M$	$\theta_{K1} = 0$	$M_{H2} = M_{K1} + M$
$\theta_{H2} = \theta_{K1}$	$\theta_{H2} = \theta_{K1}$	$\theta_{H2} = \theta_{K1}$	$M_{K1} = -M;$
$y_{H1} = y_{K1}$	$y_{H1} = y_{K1}$	$y_{H1} = y_{K1}$	$y_{H1} = y_{K1}$

Следовательно, всего можно составить уравнений  $4k + (k-1) \times 4 + 2 \times 2 = 8k$ . Таким образом, задача сведена к решению СЛАУ, которое осуществляется при помощи встроенной функции СКМ MathCAD Isolve [2]. Данная функция используется для решения систем линейных уравнений, коэффициенты которых заданы матрицей  $M$ . Найденные значения внутренних усилий и геометрических параметров на левых концах силовых участков далее используются для построения эпюр  $M$ ,  $Q$ ,  $\theta$  и  $y$ . Для этого составляются дифференциальные зависимости между  $q$ ,  $Q$ ,  $M$ ,  $\theta$  и  $y$ . Интегрирование соответствующих зависимостей производится встроенными функциями СКМ MathCAD [3].

$$q(z) = \int q'_z dz + C_1, \text{ где } C_1 = q_H, \quad (1)$$

$$q'_z = \frac{d}{dz} q(z) = \frac{q_K - q_H}{Z_K - Z_H} = \text{tg} \alpha \quad [1], \quad (2)$$

$$Q(z) = \int q(z) dz + C_2, \text{ где } C_2 = Q_H, \quad (3)$$

$$M(z) = \int Q(z) dz + C_3, \text{ где } C_3 = M_H, \quad (4)$$

$$EI_x \theta(z) = \int M(z) dz + C_4, \text{ где } C_4 = EI_x \theta_H, \quad (5)$$

$$EI_x y(z) = \int EI_x \theta(z) dz + C_5, \text{ где } C_5 = EI_x y_H. \quad (6)$$

Алгоритм расчета следующий:

1. Составляются по два статических и два геометрических уравнения для каждого силового участка, связывающие значения неизвестных в конце и начале силового участка ( $4k$  уравнений, где  $k$  – количество силовых участков).

2. Составляются по четыре уравнения для каждой границы силовых участков (кроме начала и конца балки) ( $4(k - 1)$  уравнений).

3. Составляются по два уравнения для начала и конца балки, аналогично пункту 2 ( $2 \times 2$  уравнения).

4. Неизвестные переносятся в левые части уравнений, а внешнее силовое воздействие, представленное распределенной нагрузкой, силой и моментом – в правые части уравнений.

5. Выделяются коэффициенты при неизвестных и составляется матрица коэффициентов.

6. Составляется Вектор-столбец свободных членов, представляющих правые части уравнений.

7. Разыскивается решение СЛАУ вида  $A \cdot x = B$ , где  $A$  – матрица коэффициентов,  $B$  – вектор-столбец свободных членов.

8. Найденные неизвестные используются для составления зависимостей  $Q$ ,  $M$ ,  $EI\theta$  и  $EI\psi$  на каждом силовом участке и построения их эпюр

С помощью разработанного алгоритма решен ряд тестовых задач. Достоверность результатов подтверждается сравнением полученных результатов с расчетом с помощью существующих программ для расчета балок.

Разработанная программа позволяет рассчитывать на прочность и жесткость одно- и многопролетные статически определимые, а также статически неопределимые балки с любой степенью статической неопределимости и произвольным характером нагружения, в т. ч. с нелинейными распределенными нагрузками, и строить эпюры прогибов, углов поворота, изгибающих моментов и поперечных сил, возникающих в балке от приложенных внешних нагрузок. Разработанная программа позволяет внедрить сортамент прокатных профилей, с использованием которого можно производить проверку прочности и подбор сечения балок.

В перспективе планируется развитие данной методики на расчет плоских статически определимых и статически неопределимых рамных конструкций и разработка комплекса программ для расчета НДС балочных и рамных систем методом непосредственного интегрирования.

#### Список цитированных источников

1. Беляев, Н.М. Сопротивление материалов / Н.М. Беляев. – Москва: Наука, 1976. – 608 с.
2. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. – Москва: Наука, 1979. – 280 с.
3. Кирьянов, Д.В. MathCAD 13 / Д.В. Кирьянов. – БХВ-Петербург, 2006. – 608 с.

УДК 681.3

## АВТОМАТИЗАЦИЯ ПОСТРОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТИВНЫХ СПЕЦИФИКАЦИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

**Пешко С.С.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научный руководитель: Муравьев Г.Л., к. т. н., доцент*

Моделирование служит универсальным инструментом исследований в инженерной практике. В качестве математических моделей систем разного типа с успехом используются стохастические сети (СС). Существуют системы моделирования общего назначения. Есть проблемы поддержки автоматического построения моделей в терминах языков готовых систем моделирования по математическим спецификациям систем.

Работа является развитием подхода, представленного в [1]. Цель работы – оценка возможностей подхода, макетирование средств для автоматизации получения готовых к использованию модельных спецификаций по формальным описаниям систем в терминах упрощенных СС, сетей массового обслуживания. В качестве системы моделирования выбрана система общего назначения GPSS World. Соответственно модельные спецификации должны быть согласованы с возможностями GPSS World, удовлетворять требованиям к управляемости и читаемости конструируемых модельных кодов. Используемый аппарат: теория графов, модели массового обслуживания, методы имитационного моделирования дискретных систем.

Этапы трансформации исходных спецификаций в результативные коды представлены на рисунке ниже.



Задача сведена: - к получению алгоритмов построения исполнимых GPSS-кодов сетей и анализу их возможностей для работы с процессными описаниями систем; - разработке структуры системы и алгоритмов трансформации входных спецификаций систем с

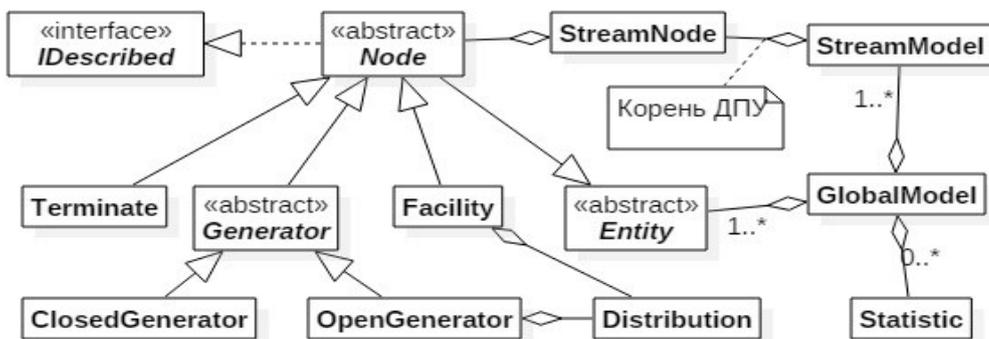
учетом требований по управляемости модельных кодов; - разработке иерархий классов для обеспечения функциональности системы; - макетированию системы.

Спецификация системы, трансформируемая в процессе обработки, включает описания узлов  $B = \{b_i | i = \overline{1, N}\}$ ; процессов  $C = \{q_i | i = \overline{1, Q}\}$ ; параметров узлов  $Z = \{z_i | i = \overline{1, N}\}$ ; законов поступления заявок  $\{f_i^{(q)} | q = \overline{1, Q}\}$ ; законов обслуживания  $\{f_{\theta_i}^{(q)} | q = \overline{1, Q}; i = \overline{1, N}\}$ ; точек сбора статистики  $\{S^{(q)} = [s_{i,j}^{(q)}] | q = \overline{1, Q}; i, j = \overline{1, N}\}$ ; маршрутов  $\{P^{(q)} = [p_{i,j}^{(q)}] | q = \overline{1, Q}; i, j = \overline{1, N}\}$ ;  $\{X^{(q)} = [x_{i,j}^{(q)}] | q = \overline{1, Q}; i = \overline{1, N}\}$  - меток блоков и другую информацию. Конечный результат - протокол генерации кода и сам результативный код на языке GPSS

Алгоритм генерации упрощенно иллюстрируется рисунком ниже.



Функциональность системы обеспечена классами, иерархия которых упрощенно представлена на рисунке.



Здесь Entity является базой для определения класса Node, определяющего интерфейс IDescribed (требования к описанию использования узла потоком запросов), StreamNode – “обертка” для Node, CloseGenerator и OpenGenerator реализуют источники запросов соответствующих типов. Класс StreamModel инкапсулирует процессные описания и представляет дерево потоковых узлов (ДПУ). Класс GlobalModel инкапсулирует описания процессов, узлов, служебных данных, статистику сети и т. д.

Приведены результаты макетирования алгоритмов на языке C# (MS Visual Studio), подтверждающие их работоспособность.

**Список цитированных источников**

1. Муравьев, Г.Л. Разработка генератора GPSS-кодов имитационных моделей / Г.Л. Муравьев, К.И. Медведский / Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам: материалы 7-й Междунар. научно-практ. конф., Мозырь, 24-27 марта 2015. – С. 216-217.

УДК 004.912

## ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ДИСТРИБУТИВНОЙ СЕМАНТИКИ WORD2VEC К АНАЛИЗУ ТЕКСТОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

**Троцюк М.А.**

*Брестский государственный технический университет*

*Научный руководитель: Кузьмицкий Н.Н., к. т. н.*

### **Введение**

Стремительное развитие информационных технологий приводит к постоянной генерации и накоплению большого количества электронной текстовой информации. Для эффективной работы с крупными массивами таких данных все более востребованными становятся автоматизированные интеллектуальные методы анализа текстовой информации. В отличие от систем анализа видео- и аудиоданных, представленных в виде отдельных уровней интенсивности пикселей и коэффициентов спектральной плотности мощности, в обработке естественных языков традиционно рассматриваются слова как некие дискретные символы, не предоставляющие системе полезной готовой информации об отношениях, которые могут существовать между ними. Например, автоматически невозможно эффективно использовать информацию, посвященную кошкам в ходе обработки собак (хотя они относятся к животным, млекопитающим, четвероногим и т. д.). Для преодоления данной проблемы предлагается использовать векторное представление слов. Теоретической базой для векторных представлений является дистрибутивная семантика – область, занимающаяся вычислением семантической близости между лингвистическими единицами (словами, словосочетаниями и т. п.) на основании их распределения в массивах лингвистических данных [1]. Дистрибутивная семантика основывается на гипотезе: лингвистические единицы, встречающиеся в схожих контекстах, имеют близкие характеристики.

### **Математическая модель дистрибутивной семантики**

В качестве способа представления модели используются векторные пространства, отражающие информацию о дистрибуции лингвистических единиц в виде многомерных векторов. Координаты векторов являются числами, отражающими частоту встречаемости лингвистической единицы в данном контексте, а семантическая близость между ними вычисляется как расстояние между соответствующими векторами. В исследованиях по дистрибутивной семантике чаще всего используется косинусная мера, которая вычисляется по следующей формуле (где  $A$  и  $B$  – входные вектора):

$$\text{Cos}(A, B) = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \times B_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (A_i)^2} \times \sqrt{\sum_{i=1}^n (B_i)^2}} \quad (1)$$

Существует множество различных моделей дистрибутивной семантики, однако в реальных приложениях зачастую возникает проблема слишком большой размерности векторов, соответствующей огромному числу контекстов, представленных в текстовом кор-

пусе. Одной из перспективных технологий получения векторов малой размерности является машинное обучение, в частности искусственные нейронные сети. При обучении таких предсказательных моделей целевым представлением каждого слова является сжатый вектор относительно небольшого размера, для которого в ходе множественных проходов по обучающему корпусу максимизируется сходство с векторами соседей и минимизируется сходство с векторами слов, соседями не являющимися.

### Использование модели

Для оценки возможностей предсказательных моделей дистрибутивной семантики исследована технология анализа семантики естественных языков word2vec, разработанная группой исследователей Google в 2013 году [2]. На ее вход подается большой текстовый корпус, а выходом являются векторные представления слов, получаемые в ходе обучения. В word2vec применяются два основных алгоритма обучения: Continuous Bag of Words и Skip-gram. Первый предсказывает текущее слово, исходя из окружающего его контекста, а второй – использует текущее слово, чтобы предугадывать окружающие его слова. Порядок слов контекста не оказывает влияния на результат ни в одном из этих алгоритмов.

С помощью данной технологии и известного текстового корпуса на основе «Google News dataset» размером около 100 миллиардов слов были определены семантические аналоги для выборки из 100 слов английского языка (в таблице приведены некоторые примеры).

Таблица 1 – Выявленные семантические аналоги и косинусные расстояния между ними

Исходное слово		Исходное слово		Исходное слово	
Black_Sabbath		Belarus		Linux	
Аналог	Cos(A, B)	Аналог	Cos(A, B)	Аналог	Cos(A, B)
BLACK_SABBATH	0.709492	Ukraine	0.821953	GNU_Linux	0.806687
Led_Zeppelin	0.662612	Belarusian	0.788542	Linux_OS	0.751182
Judas_Priest	0.662190	Belarussian	0.774779	Unix	0.743429
Iron_Maiden	0.655039	Moldova	0.741623	Ubuntu_Linux	0.740498
Fleetwood_Mac	0.644911	Russia	0.730356	Red_Hat_Linux	0.740256
guitarist_Tony_Iommi	0.641936	Kazakhstan	0.720747	Linux_kernel	0.732418
Bassist_Geezer_Butler	0.641535	Latvia	0.710845	Linux_distributions	0.730769
Led_Zep	0.637333	Minsk	0.699619	Ubuntu	0.726819
Glenn_Danzig	0.633546	Azerbaijan	0.698007	Debian_Linux	0.723264
Van_Halen	0.626795	Lithuania	0.682613	OS	0.717712

Анализ результатов показывает, что технология word2vec с высокой эффективностью способна находить семантически близкие слова. Для получения количественных оценок точности модели проведено ее тестирование с помощью наборов, представляющих собой семантически близкие пары слов вида (Athens Greece), (Rome, Italy). Суть теста заключается в том, что, отняв от векторного представления слова «Greece» вектор слова «Athens» и прибавив «Rome», должен получиться вектор, близкий к «Italy». Исследуемая модель продемонстрировала верный результат в 76.8% случаев для 13000 тестовых наборов, что показывает работоспособность технологии. Ограничением моделей word2vec является необходимость использования больших текстовых корпусов

для обучения и зависимость от языка, в связи с чем представляет интерес исследование более сложных моделей типа seq2seq, используемых в частности в машинном переводе.

### **Заключение**

В представленной работе рассмотрено применение модели дистрибутивной семантики к анализу текстовой информации на примере технологии word2vec. Данные модели могут применяться для решения целого ряда практических задач: выявления семантической близости слов и словосочетаний, определения тематики документов, кластеризации документов для информационного поиска, определения тональности высказываний. Далее планируется рассмотреть другие методы машинного обучения в задачах анализа текстовой информации, выполнить сравнение точности работы различных моделей и эффективности их программных реализаций.

### **Список цитированных источников**

1. Дистрибутивная семантика // Википедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Дистрибутивная\\_семантика](https://ru.wikipedia.org/wiki/Дистрибутивная_семантика) – Дата доступа: 14.10.2017.
2. Word2vec // Google Code Archive [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://code.google.com/archive/p/word2vec/> – Дата доступа: 13.10.2016
3. Ian Goodfellow. Deep Learning [Text] / Ian Goodfellow, Yoshua Bengio, Aaron Courville – MIT Press, 2016 – 652.

УДК 004.925.8

## **ТЕХНОЛОГИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ**

**Фесько В.В., Орлова А.С.**

*Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники, г. Минск*

*Научный руководитель: Баркова Е.А., к. физ.-мат. наук, доцент*

**Всем известно, что телами вращения** называют объёмные тела, возникающие при вращении плоской геометрической фигуры, ограниченной кривой, вокруг оси, лежащей в той же плоскости.

Такие тела имеют широкое применение в науке и технике. Тела вращения наиболее распространены в машиностроении; используются при конструировании космических зондов и спутников. Автомобили и корабли, станки, научные установки имеют в своей конструкции рассматриваемые тела.

С машинами и различными конструкциями все понятно, но что насчет человека? Тела вращения широко используются в медицине. Посмотрите хотя бы на бионические протезы. И робототехника при создании очередного человекоподобного механизма не обходится без таких тел. Конечно же, такое широкое применение обусловлено полезными свойствами тел вращения: тут и специфическое отражение лучей света, и обтекаемость, и гладкость поверхности, и просто эстетическое удовлетворение.

Визуализация играет важную роль в правильном и эффективном решении поставленных задач в пространстве. Принимая во внимание трудоемкость ручного построения чертежей, а также невозможность изменения на бумаге параметров полученных фигур (например, угла поворота, ракурса и др.), эффективным является использование компьютера. Таким образом, разбор и анализ различных методов визуализации трехмерных поверхностей средствами информационных технологий является актуальной проблемой.

В настоящее время эффективным средством, которое позволяет не только строить трехмерные поверхности, но и автоматизировать необходимые расчеты, являются математические пакеты.

Нами был разработан математический пакет, использующий симбиоз уже существующих методов для моделирования наиболее точного конечного результата.

Рассмотрим работу математического пакета на примере цилиндра. Дан цилиндр, высота которого параллельна оси OZ. По оси OZ разбиваем цилиндр на сечения, параллельные плоскости XOY. Расстояние между сечениями постоянно. Теперь обратим внимание на одну из таких окружностей. С помощью параметрического уравнения окружности находим координаты точек, принадлежащих окружности, при этом координату Z уже знаем (Рис. 1). Каждой из найденных точек присваиваем индекс. Запоминая индекс на текущей окружности и соответствующий ему на предыдущей окружности, соединяем точки в определенном порядке (Рис. 2). Таким образом мы соединяем точки на соседних сечениях и получаем сетку на поверхности.

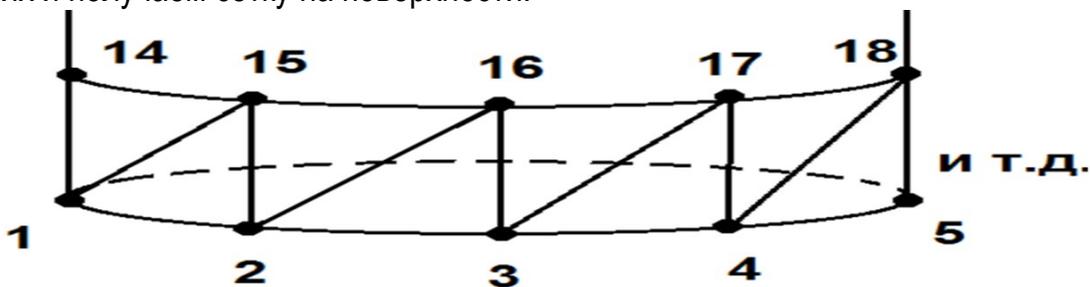


Рисунок 1

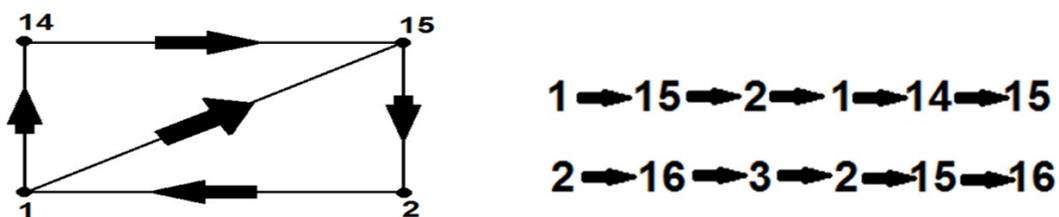


Рисунок 2

По такому методу моделируются и другие тела вращения, описанные в разработанном математическом пакете.

Программа способна смоделировать шар, конус, эллипсоид, однополосный гиперболоид, эллиптический цилиндр и эллиптический параболоид. Пользовательский режим предоставляет возможность моделирования тел с исходным необходимым уравнением (Рис. 3).

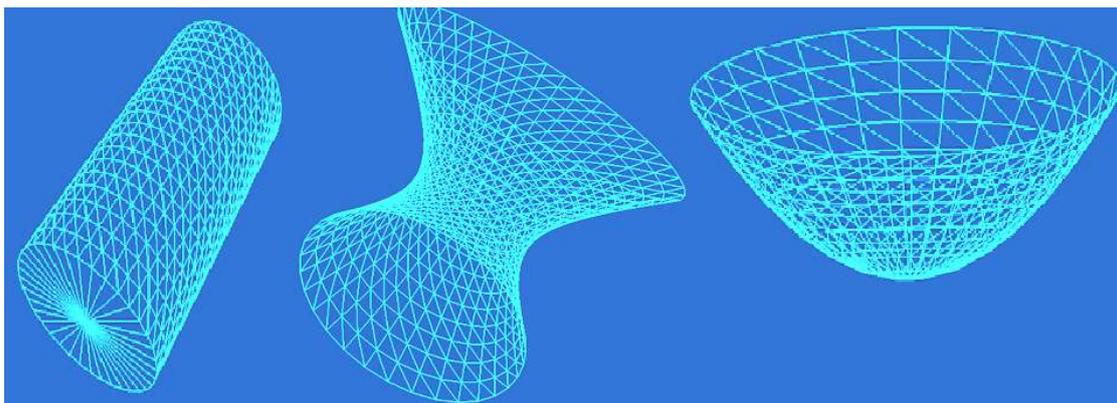


Рисунок 3

Обратим внимание на область отражения модели в пространстве. В пользовательском режиме возможна настройка режима вращения тела: автоматическое или ручное вращение. Кроме этого, предусмотрены статические положения тела (проекции). Возможен выбор цвета фона и поверхности тела, а также скорости вращения. Обширность пользовательских возможностей обусловлена необходимостью изучения различных свойств тела. В некоторых случаях задача подразумевает рассмотрение проекции тела или же его пересечение с плоскостью.

Данный математический пакет, как уже обозначалось, является симбиозом существующих иных методов моделирования тел в пространстве – метода сетки полигонов и метода триангуляции.

С помощью полигонов можно отобразить кривые линии, поверхности или тела. Для удобства полигоны, принадлежащие одному геометрическому объекту, объединяют в сетки. Сетка представляет собой совокупность полигонов для отображения некоторого геометрического объекта. Сетка тела состоит из полигонов поверхностей его граней. Отображение геометрических объектов полигонами обладает универсальностью и простотой.

Триангуляция представляет собой аппроксимацию поверхности моделируемого объекта треугольными пластинами, отстоящими от нее на расстоянии, не превышающем некоторой заданной величины. Все треугольные пластины должны стыковаться между собой. Их вершины лежат на поверхности. С набором треугольных пластин легче работать, чем с поверхностью общего вида. Треугольные пластины будем называть треугольниками. Для треугольника достаточно быстро вычисляются расстояние до заданной точки или точка пересечения с заданной прямой в пространстве. Результат триангуляции поверхности - массив двумерных точек на параметрической плоскости и массив троек целых чисел, являющихся номерами точек в первом упомянутом массиве. Таким образом, каждый треугольник будет представлен тремя номерами его вершин в массиве параметров. По каждой двумерной точке параметрической области могут быть вычислены пространственная точка на поверхности и нормаль поверхности в ней. Пространственные точки и нормали могут храниться в массивах, аналогичных массиву двумерных точек. А вот триангуляция тела представляет собой совокупность треугольников, полученных путем триангуляции поверхностей его граней.

Таким образом, наш математический пакет - соединение данных методов с наиболее оптимальными затратами и точным результатом.

Представление трехмерных поверхностей дается не просто многим людям, для этого необходимо развитое пространственное мышление. Автоматизированное построение таких поверхностей позволяет нам расширить знания, рассмотреть тот или иной 3D объект с разных сторон, изучить более точно его свойства. В дальнейшем мы планируем расширять возможности программы как с математической, так и с пользовательской стороны.

#### Список цитированных источников

1. Голованов, Н.Н. Геометрическое моделирование / Н.Н. Голованов. – Минск: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 446 с.

УДК 004.93'1

## КОНВЕРТАЦИЯ АУДИОСИГНАЛОВ В ФОРМАТ МУЗЫКАЛЬНОЙ НОТАЦИИ

**Ярмолюк Д.С.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научный руководитель: Кузьмицкий Н.Н., к. т. н.*

### Введение

Электронная музыкальная нотация является основным форматом хранения данных, используемым в деятельности оркестров, хоровых коллективов, студиях звукозаписи и т. д. С ее помощью удобно создавать и записывать аудиокomпозиции, реализовывать музыкальное сопровождение в проектах киноиндустрии, визуализировать мелодии и др.

Современные технологии позволяют воспроизводить музыкальные произведения без наличия музыкальных инструментов. Можно выделить два распространенных способа автоматизации процесса создания электронной музыкальной нотации. Первый связан с использованием электронного нотного редактора, позволяющего пользователям последовательно создавать каждую ноту при помощи мыши и клавиатуры. Данный способ весьма затратный по времени, в связи с чем затруднительно его использование при создании сложных музыкальных произведений. Второй способ основан на подключении MIDI-клавиатуры (Musical Instruments Digital Interface), оснащенной клавишами, подобными клавишам фортепиано, и преобразующей нажатия по ним в поток специализированных команд. С помощью нотного редактора из этих команд можно создавать музыкальную нотацию. Общим недостатком данных способов является их существенная стоимость. Поэтому в работе исследуется альтернативный способ синтеза музыкальной нотации путем программной конвертации аудиосигналов в данный формат.

### Постановка задачи

Требуется создать средство автоматического преобразования аудиоинформации в формат музыкальной нотации. В качестве входного рассматривается аналоговый сигнал звукового диапазона, полученный из внешнего источника и представленный в виде аудиофайла одного из стандартных форматов. Музыкальная нотация – это система фиксации музыки с помощью письменных знаков (см. рисунок 1а), передающая смысл

музыкальной логики, прежде всего в том, что касается звуковысотности и ритма. Высота звука – это характеристика звука, определяемая человеком "на слух" и зависящая, главным образом, от частоты звука (числа колебаний среды в секунду, воздействующих на барабанную перепонку). Ритм – это организация музыки во временном диапазоне. Ритмическую структуру музыкального сочинения образует последовательность длительностей звуков и пауз [1] (см. рисунок 1б). Определяя частоту интервала аудиосигнала и его продолжительность, можно точно выделить соответствующую ноту, а путем дальнейшей группировки нот сформировать музыкальную нотацию.

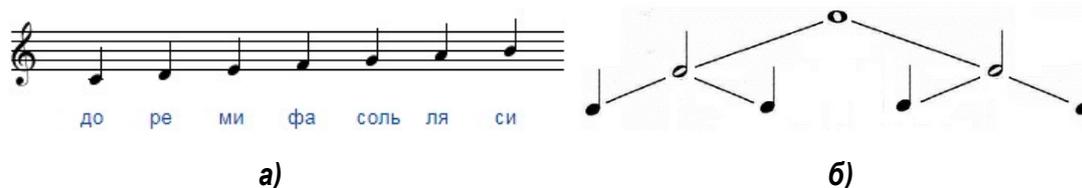


Рисунок 1 – Пример музыкальной нотации (а) и дерева длительности нот (б)

### Предлагаемое решение

На первом этапе процесса конвертации аудиосигнал преобразуется из аналогового в цифровой путем его дискретизации по времени и квантования по амплитуде. Далее требуется определить частоты каждого интервала аудиосигнала, для чего чаще всего используется триггер Шмитта либо быстрое преобразование Фурье (БПФ). Первый метод запоминает позиции пересечения амплитуды сигнала с заданной величиной, а частота находится путем вычисления длины периода между точками пересечения. Применяя БПФ к аудиосигналу, можно определить доминирующие частоты на каждом интервале, но ограничением БПФ является применимость только к последовательностям, в которых количество отсчетов кратно степени двойки (256, 512, 1024 и так далее), поэтому необходима предобработка аудиосигнала. При этом разделение аудиосигнала на интервалы должно учитывать компромисс между временным и частотным разрешениями. Например, чтобы обнаружить минимальное изменение сигнала в 1 Гц с частотой дискретизации 44100 Гц, нужно выполнить БПФ из 44100 выборок, что соответствует 1 с, при этом временная локализация изменения останется неопределенной [2].

Следующим этапом является классификация нот путем сравнения полученной и эталонной частот на основании некоторого критерия близости. В качестве такого критерия предлагается использовать минимальное отклонение частоты. За эталон можно взять ноту ля первой октавы, частота которой должна быть равна 440 Гц. В равномерно темперированном строе отношение частот двух соседних нот (например, до и до-диез) фиксировано ( $\sqrt[12]{2}$ ), что и позволяет классифицировать ноты. Заключительным этапом является сериализация нот аудиосигнала в MIDI-файл и их визуализация в виде изображения. Полная предлагаемая схема конвертации аудиосигнала в формат музыкальной нотации представлена на рисунке 2.



Рисунок 2 – Схема конвертации аудиосигнала в формат музыкальной нотации

### Экспериментальная работа

На языке программирования Java разработан модуль конвертации, реализующий описанную схему, в качестве метода определения частот выбран БПФ. Для анализа качественных и количественных характеристик использовались 50 аудиофайлов формата wave, содержащих разнообразные музыкальные композиции, исполненные на фортепиано. Экспериментальная работа показала, что конвертация в целом выполняется успешно. Ноты распознаны корректно в 90% случаев, однако их частота может быть определена со смещением в одну октаву. Причина такого отклонения заключается в особенностях гармоника сигнала: в звучании музыкального инструмента присутствует не только основной тон, но и гармоники, которые звучат тише и имеют частоту в разы отличающуюся от основной. Для устранения этого недостатка, нужно проводить предобработку аудиосигнала при помощи фильтра низких и высоких частот, а также учитывать показатели амплитуды, что является предметом дальнейших исследований [3]. Также следует точнее определять длительность интервалов БПФ, для получения нормированного результата, удобного для последующей обработки. В противном случае потребуется соразмерно увеличивать или уменьшать длительности каждого элемента нотации. На рисунке 3 представлено сопоставление между выделенными интервалами входного аудиосигнала и элементами сформированной для него музыкальной нотации.

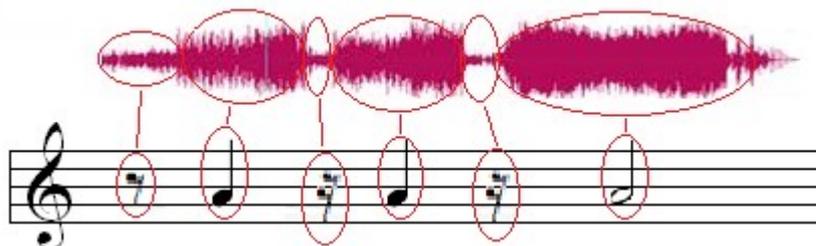


Рисунок 3 – Пример результата работы модуля конвертации

### Заключение

В работе представлен способ конвертации аудиосигнала в формат музыкальной нотации. Его полноценная реализация позволит сократить время создания музыкальных произведений с использованием любых инструментов. Более того, такую конвертацию можно применять в учебных заведениях при анализе качества исполняемых на экзаменах произведений простым сравнением образца и эталонной партии. В дальнейшем планируется исследовать методы машинного обучения для решения задачи конвертации, которые представляется весьма эффективной альтернативой традиционным подходам.

### Список цитированных источников

1. Рассел, Д. Современная музыкальная нотация / Д. Рассел. – М. : Книга по Требованию, 2012. – 156 с.
2. Нуссбаумер, Г. Быстрое преобразование Фурье / Г. Нуссбаумер. – М. : Радио и Связь, 1985. – 248 с.
3. Detection and Analysis of Power System Harmonics Based [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.guitarpitchshifter.com/algorithm.html>. – Дата доступа : 20.06.2017.

## АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В МАТЕМАТИКЕ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

УДК 512.542

### КОНЕЧНЫЕ РАЗРЕШИМЫЕ ГРУППЫ С ПОРЯДКАМИ ФАКТОРОВ НОРМАЛЬНОГО РЯДА, СВОБОДНЫМИ ОТ ЧЕТВЁРТЫХ СТЕПЕНЕЙ

**Артюшеня Т.А., Трофимук А.А.**

*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест*

*Научный руководитель: Трофимук А.А., к. физ.-мат. н., доцент*

Рассматриваются только конечные группы. Используемые обозначения и определения соответствуют [1]. Пусть  $n$  и  $m$  – натуральные числа. Говорят, что  $n$  свободно от  $m$ -х степеней, если  $p^m$  не делит  $n$  для всех простых  $p$ . При  $m = 2$  говорят, что  $n$  свободно от квадратов, при  $m = 3$  – от кубов, а при  $m = 4$  – от четвертых степеней.

Нормальным рядом группы  $G$  называется цепочка подгрупп

$$1 = G_0 \subseteq G_1 \subseteq \dots \subseteq G_m = G, \quad (1)$$

в которой подгруппа  $G_i$  нормальна в группе  $G$  для всех  $i$ . Фактор-группы  $G_{i+1}/G_i$  называются факторами нормального ряда (1).

Понятие  $p$ -длины  $l_p(G)$  для конечных  $p$ -разрешимых групп введено в классической работе Ф. Холла и Г. Хигмена в 1956 г. Многие известные свойства  $p$ -длины изложены в монографии Хупперта [1]. Пусть  $G$  –  $p$ -разрешимая группа. Это означает, что она обладает нормальным рядом (1), в котором каждая фактор-группа  $G_{i+1}/G_i$  является либо  $p$ -группой, либо  $p'$ -группой. Поэтому для такой группы можно определить  $(p', p)$ -ряд:

$1 = P_0 \subseteq N_0 \subseteq P_1 \subseteq N_1 \subseteq P_2 \subseteq \dots \subseteq P_l \subseteq N_l = G$ , где  $N_i/P_i = O_{p'}(G/P_i)$  – наибольшая нормальная  $p'$ -подгруппа в  $G/P_i$ , а  $P_{i+1}/N_i = O_p(G/N_i)$  – наибольшая нормальная  $p$ -подгруппа в  $G/N_i$ . Наименьшее натуральное число  $l$  такое, что  $N_l = G$ , называют  $p$ -длиной группы  $G$  и обозначают через  $l_p(G)$ .

В работе [2] были исследованы разрешимые группы, обладающие нормальным рядом, факторы которого имеют порядки, свободные от кубов. Доказана следующая теорема.

**Теорема.** Пусть разрешимая группа  $G$  обладает нормальным рядом, факторы которого имеют порядки, свободные от четвертых степеней. Тогда  $l_2(G) \leq 2$ ,  $l_3(G) \leq 2$ ,  $l_p(G) \leq 1$  для  $p > 3$ .

**Следствие.** Пусть  $G = A_4$  – свободная разрешимая группа, которая обладает нормальным рядом, факторы которого имеют порядки, свободные от четвертых степеней. Тогда  $l_p(G) \leq 1$  для  $p \neq 3$ .

#### Список цитированных источников

1. Huppert, B. Endliche Gruppen I. / B. Huppert. – Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 1967.

2. Трофимук, А.А. Конечные разрешимые группы с порядками факторов нормального ряда, свободного от кубов / А.А. Трофимук, В.С. Монахов // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2010. – №1. Физика и математика. – С. 118–126.

УДК 519.6+517.983

## АПРИОРНЫЙ ВЫБОР ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ В МЕТОДЕ ИТЕРАЦИЙ НЕЯВНОГО ТИПА РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ

**Басина С.И.***Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест**Научный руководитель: Матысик О.В., к. физ.-мат. н., доцент*

В гильбертовом пространстве  $H$  решается уравнение I рода

$$Ax = y, \quad (1)$$

где  $A$  – ограниченный положительный самосопряженный оператор. Предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора  $A$ , но не является его собственным значением [1].

Будем искать решение уравнения (1), используя неявную схему метода итераций, которая при приближенной правой части уравнения (1)  $y_\delta$ ,  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$  имеет вид

$$x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} - \alpha(Ax_{n+1,\delta} - y_\delta), \quad x_{0,\delta} = 0. \quad (2)$$

Метод итераций (2) сходится при условии  $\alpha > 0$ , если число итераций  $n$  выбирать в зависимости от  $\delta$  так, чтобы  $n\delta \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ . Также получена оценка погрешности в предположении, что решение является истокообразно представимым с некоторым показателем  $s > 0$  ( $x = A^s z$ ,  $z \in H$ ).

Доказаны теоремы.

**Теорема 1.** *Если решение  $x$  уравнения (1) истокообразно представимо, то при условии  $\alpha > 0$  для метода (2) справедлива оценка погрешности*

$$\|x - x_{n,\delta}\| \leq s^s (2n\alpha)^{-s} \|z\| + n\alpha\delta. \quad (3)$$

Оптимизируем по  $n$  оценку (3), т. е. при заданном  $\delta$  найдем такое значение числа итераций  $n$ , при котором оценка (3) становится минимальной. Получим

$$n_{\text{опт}} = s\alpha^{-1} 2^{-s/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)} \delta^{-1/(s+1)}. \quad (4)$$

**Теорема 2.** *Оптимальная оценка погрешности для метода итераций (2) имеет вид*

$$\|x - x_{n,\delta}\|_{\text{опт}} \leq (1+s) 2^{-s/(s+1)} \delta^{s/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)}$$

и получается при  $n_{\text{опт}}$  из (4).

### Список цитированных источников

1. Матысик, О.В. Итерационная регуляризация некорректных задач / О.В. Матысик. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 188 с.

УДК 519.2

## О ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПОКАЗАТЕЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

**Гребенко В.А., Калиновская Е.А.**

Научные руководители: Махнист Л.П., к. т. н., доцент;

Каримова Т.И., к. физ.-мат. н., доцент

Показательное распределение [1] – непрерывное распределение вероятностей случайной величины  $X$ , задаваемое плотностью

$$p(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x}, & \text{если } x \geq 0, \end{cases}$$

где  $\lambda$  ( $\lambda > 0$ ) – параметр распределения.

Моментом  $n$ -го порядка [2] ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) случайной величины  $X$  относительно числа  $a$  называется математическим ожиданием  $M((X - a)^n)$ .

Начальным моментом  $n$ -го порядка ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) случайной величины  $X$  (относительно числа  $a = 0$ ) называется  $\alpha_n = M(X^n)$ . Заметим, что  $\alpha_0 = 1$ ,  $\alpha_1 = M(X)$ .

Центральным моментом  $n$ -го порядка случайной величины  $X$  (относительно центра распределения, т. е. числа  $a = M(X)$ ) называется  $\mu_n = M((X - M(X))^n)$ . Очевидно, что  $\mu_0 = 1$ ,  $\mu_1 = 0$ ,  $\mu_2 = D(X)$ .

Начальные моменты  $n$ -го порядка показательного распределения определяются соотношением  $\alpha_n = \frac{n!}{\lambda^n}$  [2].

Математическое ожидание показательного закона распределения  $MX = \alpha_1 = \frac{1}{\lambda}$ .

Центральные моменты  $n$ -го порядка можно рассчитывать по формуле  $\mu_n = \frac{!n}{\lambda^n}$

[2], где число  $!n = \sum_{m=0}^n \frac{(-1)^m n!}{m!}$  называется субфакториалом числа  $n$ . Заметим, что

нормированный момент  $n$ -го порядка равен  $\frac{\mu_n}{\sigma^n} = !n$  – субфакториалу натурального числа  $n$ .

Коэффициент асимметрии  $A = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = a_3 = 2$  и эксцесса коэффициент (эксцесс – скалярная характеристика островершинности графика плотности вероятности унимодального распределения)  $E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = a_4 - 3 = 9 - 3 = 6$ .

Коэффициент вариации  $V(X) = \frac{\sigma(X)}{M(X)} = 1$ .

Так, как для медианы  $M_e X$  показательного закона распределения выполняется

$$\int_0^{M_e X} \lambda e^{-\lambda x} dx = -e^{-\lambda x} \Big|_0^{M_e X} = -e^{-\lambda M_e X} + e^{-\lambda \cdot 0} = -e^{-\lambda M_e X} + 1 = 0,5$$

и

$$\begin{aligned} \int_{M_e X}^{+\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx &= -e^{-\lambda x} \Big|_{M_e X}^{+\infty} = -\left( \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-\lambda x} - e^{-\lambda M_e X} \right) = \\ &= -\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{\lambda x}} + e^{-\lambda M_e(X)} = e^{-\lambda M_e(X)} = 0,5, \end{aligned}$$

то  $e^{-\lambda M_e X} = 0,5$  или  $-\lambda M_e X = \ln 0,5 = -\ln 2$ .

Следовательно,  $M_e X = \frac{\ln 2}{\lambda}$  – медиана показательного распределения.

Квантиль – одна из числовых характеристик распределения вероятностей. Квантилью порядка  $p$  ( $0 < p < 1$ ) действительной случайной величины  $X$  с функцией распределения  $F(x)$  называется число  $x_p$  такое, что  $F(x_p) \leq p$  и  $F(x_p + 0) = \lim_{x \rightarrow x_p + 0} F(x) \geq p$ .

Квантиль  $x_{1/2} = M_e(X)$  – медиана распределения. Квартили  $x_{1/4}, x_{1/2}, x_{3/4}$ , децили  $x_{1/10}, x_{1/5}, x_{3/10}, \dots, x_{9/10}$  и проценти  $x_{1/100}, x_{1/50}, x_{3/100}, \dots, x_{99/100}$  делят область изменения на 4, 10 и 100 интервалов соответственно.

Заметим, для медианы распределения со строго монотонной функцией распределения  $F(x)$  выполняется  $M_e(X) = F^{-1}(0,5)$ , а квантиль  $x_p$  порядка  $p$  удовлетворяет соотношению  $x_p = F^{-1}(p)$ .

Так как функция распределения  $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ , то  $F^{-1}(x) = -\frac{\ln(1-x)}{\lambda}$  и

медиана  $x_{1/2} = M_e(X) = \frac{\ln 2}{\lambda}$ , а квантиль  $x_p$  порядка  $p$  удовлетворяет соотношению  $x_p = F^{-1}(p) = -\frac{\ln(1-p)}{\lambda}$ .

Очевидно, что для показательного закона распределения выполняется  $M_e(X) = \frac{\ln 2}{\lambda} < \frac{\ln e}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} = M(X)$  и  $M_0(X) = 0 < M_e(X) < M(X)$ .

Квартили  $x_{1/4} = \frac{\ln \frac{4}{3}}{\lambda}$ ,  $x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ ,  $x_{3/4} = \frac{\ln 4}{\lambda}$ , т.е.  $x_{k/4} = \frac{\ln \frac{4}{4-k}}{\lambda}$ , где  $k = 1, 2, 3$ .

Интерквартильная широта  $x_{3/4} - x_{1/4} = \frac{\ln 4}{\lambda} - \frac{\ln \frac{4}{3}}{\lambda} = \frac{\ln 3}{\lambda}$ .

Децили  $x_{1/10} = \frac{\ln \frac{10}{9}}{\lambda}$ ,  $x_{2/10} = \frac{\ln \frac{5}{4}}{\lambda}$ ,  $x_{3/10} = \frac{\ln \frac{10}{7}}{\lambda}, \dots, x_{9/10} = \frac{\ln 10}{\lambda}$ , т. е.  $x_{k/10} = \frac{\ln \frac{10}{10-k}}{\lambda}$ , где  $k = 1, 2, \dots, 9$ .

(10–90) процентная широта  $x_{9/10} - x_{1/10} = \frac{\ln 10}{\lambda} - \frac{\ln \frac{10}{9}}{\lambda} = \frac{\ln 9}{\lambda}$ .

Вероятность попадания в заданный интервал  $(\alpha; \beta)$  ( $\alpha \geq 0$ ) случайной величины, распределенной по показательному закону, определяется соотношением

$$P(\alpha < X < \beta) = P(\alpha \leq X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha) = 1 - e^{-\lambda\beta} - (1 - e^{-\lambda\alpha}) = e^{-\lambda\alpha} - e^{-\lambda\beta}.$$

#### Список цитированных источников

1. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 1999. – 576 с.
2. Мисюк, М.А. О некоторых моментах показательного распределения / М.А. Мисюк, К.В. Онищук (научные руководители: Л.П. Махнист, Т.И. Каримова) // Сборник конкурсных научных работ студентов и магистрантов: в 2 ч. – Брест : Из-во БрГТУ, 2016. – Ч. 1. – С. 72–76.

УДК 512.542

## ИНВАРИАНТЫ $\pi$ -РАЗРЕШИМЫХ ГРУПП, У КОТОРЫХ 2-МАКСИМАЛЬНЫЕ ПОДГРУППЫ $\pi$ -ХОЛЛОВЫХ ПОДГРУПП НИЛЬПОТЕНТНЫ

**Грицук Д.В., Трофимук А.А.**

*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест*

Пусть  $P$  – множество всех простых чисел, а  $\pi$  – некоторое множество простых чисел. Дополнение к  $\pi$  во множестве  $P$  обозначается через  $\pi'$ .

Напомним, что группа  $G$  называется  $\pi$ -разрешимой, если она обладает нормальным рядом

$$1 = G_0 \subseteq G_1 \subseteq G_2 \subseteq \dots \subseteq G_m = G, \quad (1)$$

факторы которого являются либо разрешимыми  $\pi$ -группами, либо  $\pi'$ -группами. Данный ряд будем называть  $(\pi', \pi)$ -рядом группы  $G$ .

Очевидно, что всякая  $\pi$ -разрешимая группа  $G$  обладает нормальным  $(\pi', \pi)$ -рядом, у которого все  $\pi$ -факторы нильпотентны. Наименьшее число нильпотентных  $\pi$ -факторов среди всех таких нормальных рядов группы  $G$  называется нильпотентной  $\pi$ -длиной и обозначается через  $l_\pi^n(G)$ . Кроме того, всякая  $\pi$ -разрешимая группа  $G$  обладает субнормальным рядом, факторы которого являются либо  $\pi'$ -группами, либо абелевыми  $\pi$ -группами для всех  $i$ . Наименьшее число абелевых  $\pi$ -факторов среди всех таких субнормальных рядов группы  $G$  называется производной  $\pi$ -длиной  $\pi$ -разрешимой группы  $G$  и обозначается через  $l_\pi^a(G)$ .

Напомним, что подгруппа  $H$  группы  $G$  называется 2-максимальной подгруппой группы  $G$ , если  $H$  является максимальной подгруппой в некоторой максимальной подгруппе  $M$  группы  $G$ .

В работах Судзуки [1] и Янко [2] содержится описание конечных неразрешимых групп, в которых все 2-максимальные подгруппы нильпотентны. Описание разрешимых групп, в которых все 2-максимальные подгруппы являются нильпотентными, было получено В.А. Белоноговым в работе [3].

**Теорема.** Пусть  $G$  –  $\pi$ -разрешимая группа,  $G_\pi$  –  $\pi$ -холлова подгруппа и  $M$  – 2-максимальная подгруппа в  $G_\pi$ . Если подгруппа  $M$  нильпотентна, то  $l_\pi^n(G) \leq 1 + \max_{r \in \pi} l_r(G)$  и  $l_\pi^a(G) \leq \max_{r \in \pi} d(G_r)(1 + \max_{r \in \pi} l_r(G))$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (грант № Ф17М-063).

#### Список цитированных источников

1. Suzuki, M. The nonexistence of a certain type of simple groups of odd order / M. Suzuki // Proc. Amer. Math. Soc. – 1957. – Vol. 8, № 4. – P. 686–695.
2. Janko, Z. Endliche Gruppen mit lauter nilpotent zweitmaximalen Untergruppen / Z. Janko // Math. Z. – 1962. – Vol. 79. – P. 422–424
3. Белоногов, В.А. Конечные разрешимые группы с нильпотентными 2-максимальными подгруппами / В.А. Белоногов // Матем. заметки. – 1968. – Т. 3, № 1. – С. 21–32.

УДК 621.396.96

## ИЗМЕРЕНИЕ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ В РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНЫХ КОМПЛЕКСАХ ПАССИВНОЙ ЛОКАЦИИ

**Дмитренко А.А., Седышев С.Ю.**

*Военная академия Республики Беларусь, г. Минск*

Определение пространственных координат источников радиоизлучения (ИРИ) в разностно-дальномерных комплексах пассивной локации (РД КПЛ) осуществляется в два этапа. На первом этапе получают оценки значений разностей времени запаздывания сигналов ИРИ относительно разнесенных в пространстве приемных пунктов (ПП) КПЛ.

Алгоритм оптимальной оценки разностей времени запаздывания согласно критерию максимума отношения правдоподобия при простой функции стоимости состоит в оценке значений относительных временных задержек сигналов, при которых взаимнокорреляционные функции входных реализаций для всех пар приемных пунктов максимальны [1, 2]:

$$Z_{ik}(\delta\tau_{ik}) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} f_i(t - \tau_i) f_k^*(t - \tau_k) dt \right|^2 \rightarrow \max(\delta\tau_{ik}) \quad (1)$$

где  $i, k$  – номера приемных пунктов.

Структура измерителя для получения разовых оценок разностей времени запаздывания сигналов ИРИ определяется алгоритмом нахождения максимума отношения правдоподобия путем решения системы дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial Z(\delta\tau)}{\partial \delta\hat{\tau}} = \begin{cases} \frac{\partial Z(\delta\tau)}{\partial \delta\tau_{01}} = 0; \\ \dots \\ \frac{\partial Z(\delta\tau)}{\partial \delta\tau_{ik}} = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta\hat{\tau}_{01} = \arg \max [Z_{01}(\delta\tau_{01})]; \\ \dots \\ \delta\hat{\tau}_{ik} = \arg \max [Z_{ik}(\delta\tau_{ik})], \end{cases} \quad \text{при } \delta\tau = \delta\hat{\tau} \quad (2)$$

На втором этапе определения местоположения ИРИ осуществляется объединение оценок разностей времени запаздывания (вектора наблюдаемых параметров) и формирование оценки вектора состояния (пространственных координат ИРИ) в общей системе координат КПЛ.

Вектор состояния ИРИ  $\mathbf{a}$  и вектор наблюдаемых параметров  $\boldsymbol{\lambda}$  принятых сигналов связаны функциональной зависимостью [3]:

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{F}(\mathbf{a}), \quad (3)$$

определяемой геометрией комплекса пассивной локации.

При определении местоположения ИРИ в декартовой системе координат вектор состояния:

$$\mathbf{a}^T = (x, y, z), \quad (4)$$

где  $x, y, z$  – пространственные координаты ИРИ.

В РД КПЛ число оценок разностей времени запаздывания должно быть не меньше числа оцениваемых пространственных координат ИРИ. Избыточность полученных на первом этапе данных может быть использована для повышения точности [3]. В системе без избыточности вектор наблюдаемых параметров:

$$\mathbf{a}^T = (\delta_{T01}, \delta_{T02}, \delta_{T03}), \quad (5)$$

должен иметь ту же размерность ( $n = 3$ ). При этом оптимальные оценки вектора наблюдаемых параметров дают оптимальную по тому же критерию оценку вектора состояния.

Простейший алгоритм вычисления пространственных координат ИРИ представляет собой прямое решение обратного уравнения (обращение функционала зависимости вектора состояния от вектора наблюдаемых параметров):

$$\mathbf{a}^T = \mathbf{F}^{-1}(\delta_{T01}, \delta_{T02}, \delta_{T03}). \quad (6)$$

Однако в большинстве практических случаев прямое решение уравнения 6 затруднительно. Поэтому для его решения используют численные методы. Так как функциональная зависимость нелинейна, то для вычисления значений элементов вектора состояния обычно используют либо метод линеаризации функционала зависимости, который позволяет получить решение в явном виде, либо метод итераций (последовательных приближений), либо их сочетание [3].

В РД КПЛ пространственные координаты ИРИ определяются как результат решения системы нелинейных уравнений, в которой известными значениями являются координаты ПП КПЛ и измеренные значения разности хода сигналов ИРИ относительно соответствующих пар ПП:

$$\delta r_{ik} = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} - \sqrt{(x_k - x)^2 + (y_k - y)^2 + (z_k - z)^2}, \quad (7)$$

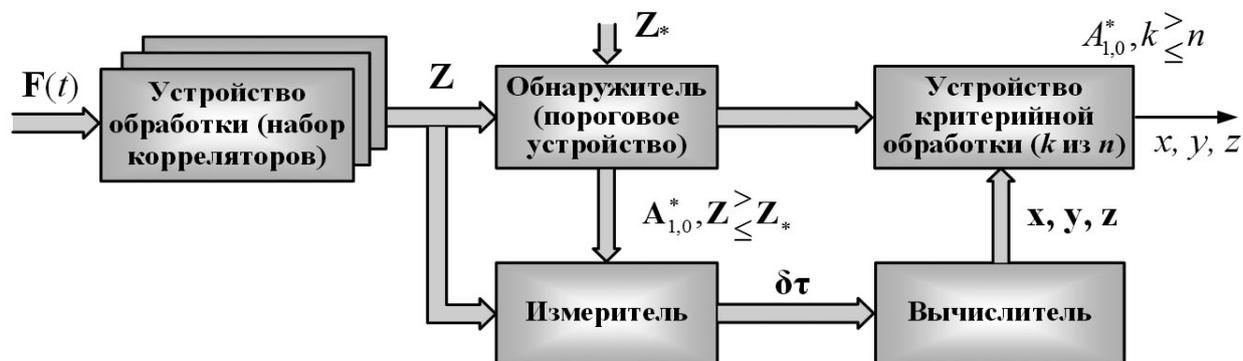
где  $\delta r_{ik}$  – измеренные значения разности хода;  $i, k$  – номера ПП;  $x_i, y_i, z_i$  – известные координаты ПП;  $x, y, z$  – искомые координаты ИРИ.

Геометрически местоположение ИРИ определяется как точка пересечения соответствующих линий положения (на плоскости) или поверхностей положения (в пространстве). В РД КПЛ линиями положения являются гиперболы, а поверхностями положения – гиперболоиды вращения с фокусами в точках расположения приемных пунктов. Параметрами, определяющими указанные поверхности, являются оценки значений разностей времени запаздывания сигналов.

При использовании таких численных методов решения, как метод последовательных итераций, метод Ньютона, метод градиента по результатам расчетов были выявлены определенные ограничения их применения. Поэтому в качестве метода решения был выбран алгоритм Левенберга-Марквардта. Данный метод также не свободен от недостатков, однако их влияние на возможности практического применения и точность результатов менее выражено.

Также в настоящее время также активно разрабатываются алгоритмы определения декартовых координат ИРИ в многопозиционных системах на основе векторно-алгебраического подхода.

Структурная схема устройства обнаружения-измерения, реализующая алгоритмы обнаружения стохастических сигналов, оценки их параметров и вычисления пространственных координат источников радиоизлучения представлена на рисунке 1.



**Рисунок 1 – Устройство обнаружения-измерения сигналов источников радиоизлучения в разностно-дальномерных комплексах пассивной локации**

#### Список цитированных источников

1. Охрименко, А.Е. Основы обработки и передачи информации / А.Е. Охрименко. – Минск: МВИЗРУ ПВО, 1990. – 181 с.
2. Черняк, В.С. Многопозиционная радиолокация / В. С. Черняк. – Москва: Радио и связь, 1993. – 416 с.
3. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник / Я. Д. Ширман [и др.]; под ред. Я.Д. Ширмана. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.

УДК 517.925

## РЕКУРРЕНТНОЕ СООТНОШЕНИЕ НА РЕЗОНАНСНЫЙ МНОГОЧЛЕН УРАВНЕНИЙ ОБОБЩЕННОЙ ИЕРАРХИИ УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

**Кузьмина Е.В.**

*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест  
Научный руководитель: Грицук Е.В., к. физ.-мат. н.*

Уравнения Пенлеве-типа возникают при сведении с помощью автомодалных редукций уравнений в частных производных, описывающих физический процесс, к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Установление наличия свойства Пенлеве [1] позволяет применить к задачам с уравнениями в частных производных метода обратной задачи рассеяния. Существует способ построения дифференциальных уравнений высших порядков посредством воздействия специальных операторов на уравнения Пенлеве-типа с целью получить уравнения того же свойства. Получаемые уравнения сохраняют некоторые свойства исходных уравнений, но требуют исследований на свойство Пенлеве. Одной из таких последовательностей уравнений является обобщенная иерархия уравнения Риккати.

Обобщенную иерархию уравнения Риккати можно записать в виде

$$D_R^n w = 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

где оператор  $D_R$  имеет вид

$$D_R = \frac{d}{dz} + \gamma w, \quad \gamma \in \mathbb{Z}. \quad (2)$$

При  $n = 1$

$$w' + \gamma w^2 = 0, \quad (3)$$

при  $n = 2$

$$w'' + \gamma^2 w^3 + 3\gamma w w' = 0, \quad (4)$$

при  $n = 3$

$$w''' + \gamma^3 w^4 + 6\gamma^2 w^2 w' + 4\gamma w w'' + 3\gamma w'^2 = 0, \quad (5)$$

при  $n = 4$

$$w^{(4)} + \gamma^4 w^5 + 10\gamma^3 w^3 w' + 10\gamma^2 w^2 w'' + 15\gamma^2 w w'^2 + 5\gamma w w''' + 10\gamma w' w'' = 0. \quad (6)$$

Получим рекуррентное соотношение на резонансный многочлен [2] уравнений обобщенной иерархии уравнения Риккати. Для этого в формулу (1) подставим  $w \sim c_0 t^{-1} + \beta t^{r-1}$ . Получим

$$D_R^n w \sim S_n(c_0) t^{-(n+1)} + \beta R_n(c_0, r) t^{r-n-1}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} D_R^{n+1} w &= \left( \frac{d}{dz} + \gamma w \right) D_R^n w \sim \left( \frac{d}{dz} + \frac{\gamma c_0}{t} + \frac{\gamma \beta}{t^{1-r}} \right) \left( S_n(c_0) t^{-(n+1)} + \beta R_n(c_0, r) t^{r-n-1} \right) = \\ &= (\gamma c_0 - n - 1) S_n(c_0) t^{-(n+2)} + \beta (\gamma S_n(c_0) + (r - n - 1 + \gamma c_0) R_n(c_0, r)) t^{r-n-2}. \end{aligned}$$

С другой стороны,

$$D_R^{n+1} w \sim S_{n+1}(c_0) t^{-(n+2)} + \beta R_{n+1}(c_0, r) t^{r-n-2},$$

т. е.

$$R_{n+1}(c_0, r) = \gamma S_n(c_0) + (r - n - 1 + \gamma c_0) \cdot R_n(c_0, r). \quad (7)$$

Так как  $S_n(c_0)$  удовлетворяет рекурсивному соотношению [3]

$$S_{n+1}(c_0) = (\gamma c_0 - n - 1) S_n(c_0), \quad S_1(c_0) = c_0 (\gamma c_0 - 1), \quad (8)$$

то условие на  $c_0$  имеет вид

$$\prod_{j=0}^n \left( c_0 - \frac{j}{\gamma} \right) = 0. \quad (9)$$

**Теорема.** Резонансный многочлен уравнений обобщенной иерархии Риккати имеет вид

$$R_n(c_0, r) = \prod_{j=0}^{m-1} (r + j + 1) \prod_{s=0}^{n-m-1} (r - s - 1). \quad (10)$$

При фиксированном  $c_0$  резонансный многочлен уравнения единственный. Все резонансы, соответствующие паре  $(c_0, r)$ , являются целыми и однократными. Для каждого из

уравнений обобщенной иерархии Риккати можно найти ряды Лорана с необходимым числом произвольных параметров.

#### **Список цитированных источников**

1. Голубев, В. В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений / В.В. Голубев. – М. – Л.: ГИТТЛ, 1950. – 436 с.
2. Абловиц, М. Солитоны и метод обратной задачи / М. Абловиц, Х. Сигур. – М.: Мир, 1987. – 478 с.
3. Е.В. Грицук, Е.В. Кузьмина // Структура уравнений обобщенной иерархии уравнения Риккати : материалы IX Междунар. науч.-практ. интернет-конф., Мозырь, 21–24 марта 2017 г. / Мозырский гос. пед. ун-т им. И. П. Шамякина ; редкол.: И. Н. Ковальчук (отв. ред.) [и др.]. – Мозырь, 2017. – С. 128–130.

УДК 004.55

## **ПОДХОДЫ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ ЗАНЯТИЙ**

*Кульгун А.П.*

*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест  
Научный руководитель: Худяков А.П., к. физ.-мат. н., доцент*

Стремительный прогресс средств вычислительной техники, изменение условий образования, изменение средств и форм обучения, расширение спектра технических средств, а также использование больших объемов информации диктуют необходимость внедрения информационных технологий в образование.

Под автоматизацией обычно понимают применение технических и программных средств, частично или полностью освобождающих человека от непосредственного участия в процессах получения, преобразования, передачи и использования материалов или информации. Процессу автоматизации предшествует его формализация, т. е. получение полного набора однозначно трактуемых инструкций, следуя которым, достигается результат реализации процесса. Преимущества автоматизации очевидны – это ускорение выполнения операций и снижение ошибок при их выполнении, снижение издержек на реализацию операций и повышение качества.

Разрабатываемое веб-приложение позволит автоматизировать и упростить процесс представления электронного расписания на основе имеющихся учебных планов специальностей, получить доступ к расписанию в любом месте, в удобном формате.

Общие требования, предъявляемые к автоматизированной системе, следующие:

- использование информации из учебных планов специальностей;
- быстрота обработки информации за счет автоматизации возможных операций;
- формирование удобного представления;
- расширяемость системы (возможность её доработки в случае повышения требований к автоматизированной системе);
- удобный пользовательский интерфейс.

Для создания системы используется язык программирования PHP, язык гипертекстовой разметки HTML5, а также CSS3 и jQuery.

**Список цитированных источников**

1. Танаев, В.С. Теория расписаний. Одностадийные системы / В.С. Танаев, В.С. Гордон. – М. : Наука, 1984. – 384 с.
2. Успенский, В.А. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения / В.А. Успенский, А.Л. Семенов. – М. : Наука, 1987. – 288 с.

УДК 519.6+517.983

**ИТЕРАЦИОННАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ ПРИ ПОМОЩИ ЯВНОГО МЕТОДА В СЛУЧАЕ АПОСТЕРИОРНОГО ВЫБОРА ЧИСЛА ИТЕРАЦИЙ****Минзер Е.И.**

*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест  
Научный руководитель: Матысик О.В., к. физ.-мат. н., доцент*

**1. Правило останова по малости невязки.** В действительном гильбертовом пространстве  $H$  решается линейное операторное уравнение I рода

$$Ax = y_\delta, \quad (1)$$

где  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ ,  $A$  – ограниченный, положительный, самосопряженный оператор, для которого нуль не является собственным значением, но  $0 \in SpA$ , т. е. рассматриваемая задача некорректна.

Предположим, что при точной правой части  $y$  решение задачи существует. Для его отыскания применим двухшаговый явный метод итераций

$$x_{n,\delta} = 2(E - \alpha A)x_{n-1,\delta} - (E - \alpha A)^2 x_{n-2,\delta} + \alpha^2 Ay_\delta, \quad x_{0,\delta} = x_{1,\delta} = 0, \quad (2)$$

где  $E$  – тождественный оператор,  $\alpha$  – итерационный параметр.

Зададим уровень останова  $\varepsilon$  и определим момент  $m$  останова условием

$$\left. \begin{array}{l} \|Ax_{n,\delta} - y_\delta\| > \varepsilon, \quad (n < m), \\ \|Ax_{m,\delta} - y_\delta\| \leq \varepsilon, \end{array} \right\} \varepsilon = b\delta, \quad b > 1. \quad (3)$$

Предполагаем, что при начальном приближении  $x_{0,\delta}$  невязка достаточно велика, больше уровня останова  $\varepsilon$ , т. е.  $\|Ax_{0,\delta} - y_\delta\| > \varepsilon$ . Показано, что правило останова по невязке (3) применимо к методу (2). Справедлива

**Теорема.** Пусть  $A = A^* \geq 0$ ,  $\|A\| \leq M$ ,  $0 < \alpha \leq \frac{5}{4M}$  и момент останова  $m = m(\delta)$  в методе (2) выбирается по правилу (3), тогда  $x_{m,\delta} \rightarrow x$  при  $\delta \rightarrow 0$ . Пусть  $x = A^s z$ ,  $s > 0$ , тогда справедливы оценки

$$m(\delta) \leq 2 + \frac{s+1}{\alpha e} \left[ \frac{(s+3)\|z\|}{(b-2)\delta} \right]^{1/(s+1)},$$

$$\|x_{m(\delta),\delta} - x\| \leq 2^{1/(s+1)} [(b+2)\delta]^{s/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)} + \frac{5}{4} \alpha \left\{ 1 + \frac{s+1}{\alpha e} \left[ \frac{(s+3)\|z\|}{(b-2)\delta} \right]^{1/(s+1)} \right\} \delta.$$

**2. Численный модельный пример.** Рассмотрим в пространстве  $L_2(0,1)$  задачу в виде уравнения Фредгольма I рода  $\int_0^1 K(t,s)x(s)ds = y(t)$ ,  $t \in [0,1]$  с симметричным положительным ядром  $K(t,s) = \frac{1}{1+100(t-s)^2}$ .

В качестве точного решения сформулированной задачи выберем функцию

$$x(s) = \begin{cases} s, & 0 \leq s < \frac{1}{2}, \\ 1-s, & \frac{1}{2} \leq s \leq 1. \end{cases}$$

С использованием метода правых прямоугольников при  $m = 32$ ,  $h = \frac{1}{m}$  была вычислена в точках  $t_i = ih$ ,  $i = \overline{1, m}$  правая часть  $y(t)$  рассматриваемого уравнения. Данная задача относится к классу обратных задач теории потенциала, и она некорректна. Обычно на практике мы не знаем точной функции  $y(t)$ , а вместо нее известны значения приближенной функции  $\tilde{y}(t)$  в некотором числе точек с определенной, часто известной погрешностью  $\delta$ , и по этим приближенным данным требуется приближенно найти решение. Чтобы имитировать эту ситуацию, будем считать заданными значения  $\tilde{y}_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ , полученные следующим образом  $\tilde{y}_i = [y(t_i) \cdot 10^k + 0,5] / 10^k$ , квадратные скобки означают целую часть числа и  $k = 3$ .

Будем решать задачу методом (2), который в дискретной форме запишется

$$\begin{aligned} x_i^{(n)} = & 2x_i^{(n-1)} - 2\alpha \sum_{j=1}^m K(t_i, s_j) h x_j^{(n-1)} - x_i^{(n-2)} + \\ & + \alpha^2 \sum_{j=1}^m K(t_i, s_j) h \tilde{y}_j + 2\alpha \sum_{j=1}^m K(t_i, s_j) h x_j^{(n-2)} - \\ & - \alpha^2 \sum_{j=1}^m K(t_i, s_j) h \left( \sum_{k=1}^m K(t_j, s_k) h x_k^{(n-2)} \right), \quad x_i^{(0)} = x_i^{(1)} = 0, \quad i = \overline{1, m}. \end{aligned}$$

При счете используется  $\alpha = 0,8$ . Для решения задачи сведений об истокообразной представимости точного решения не потребовалось, так как здесь воспользовались правилом останова по малости невязки (3), выбрав  $\varepsilon = 1,5\delta$ . Итак, при  $\delta = 0,001$  для достижения оптимальной точности при счете явным двухшаговым итерационным процессом потребовалось 14 итераций.

УДК 517.958

## КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ОДНОМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ПОЛИНОМОМ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ

**Наумовец С.Н.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научный руководитель: Корзюк В.И., академик НАН Беларуси, д. физ.-мат. н., проф.*

В замыкании  $\bar{Q} = [0, \infty) \times [0, l]$  области  $Q = (0, \infty) \times (0, l)$  двух независимых переменных  $x = (x_0, x_1) \in \bar{Q} \subset \mathbb{R}^2$  рассмотрим одномерное волновое уравнение

$$(\partial_{x_0 x_0} - a^2 \partial_{x_1 x_1})u(x) = f(x), \quad (x) \in \bar{Q}, \quad (1)$$

где  $a^2, l$  – положительные действительные числа,  $\partial_{x_0 x_0} = \partial^2 / \partial x_0^2$ ,  $\partial_{x_1 x_1} = \partial^2 / \partial x_1^2$  – частные производные по  $x_0$  и  $x_1$  второго порядка. К уравнению (1) на границе  $\partial Q$  области  $Q$  присоединяются условия типа Коши и граничные условия на боковых ее частях

$$u(0, x_1) = \varphi(x_1), \quad \partial_{x_0} u(0, x_1) = \psi(x_1), \quad x_1 \in [0, l], \quad (2)$$

$$(\partial_{x_0}^2 + \beta \partial_{x_0})u(x_0, 0) = \mu^{(1)}(x_0), \quad u(x_0, l) = \mu^{(2)}(x_0), \quad \beta \neq 0, x_0 \in [0, \infty). \quad (3)$$

Здесь  $f: \bar{Q} \ni x \rightarrow f(x)$  – заданная функция на  $\bar{Q}$ ,  $\varphi: [0, l] \ni x_1 \rightarrow \varphi(x_1) \in \mathbb{R}$ ,  $\psi: [0, l] \ni x_1 \rightarrow \psi(x_1) \in \mathbb{R}$  – функции на  $[0, l]$ ,  $\mu^{(j)}: [0, \infty) \ni x_0 \rightarrow \mu^{(j)}(x_0) \in \mathbb{R}$ , заданные функции на  $[0, \infty)$ ,  $j = 1, 2$ .

В аналитическом виде строится классическое решение задачи (1)-(3) и выписываются необходимые и достаточные условия на заданные функции в условиях приведенной задачи, при выполнении которых существует единственное решение изучаемой задачи.

**Список цитированных источников**

1. Корзюк, В.И. Классическое решение первой смешанной задачи одномерного волнового уравнения с условиями типа Коши / В.И. Корзюк, И.С. Козловская, С.Н. Наумовец // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2015. – №1. – С. 17-20.

2. Корзюк В.И. Уравнения математической физики: учеб. пособие / В. И. Корзюк. – Минск: БГУ, 2011. – 459 с.

УДК 519.6+517.983

## НЕЯВНЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕКОРРЕКТНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Сахвон М.Н.**

*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест*

*Научный руководитель: Матысик О.В., к. физ.-мат. н., доцент*

**1. Постановка задачи.** В действительном гильбертовом пространстве  $H$  решается линейное уравнение

$$Ax = y, \quad (1)$$

с положительным ограниченным самосопряженным оператором  $A$ , для которого нуль не является собственным значением. Причем нуль принадлежит спектру оператора  $A$ , поэтому задача (1) неустойчива и, следовательно, некорректна. Для решения уравнения (1) применим неявный итерационный метод с  $\alpha > 0$

$$(E + \alpha A)x_{n+1} = (E - \alpha A)x_n + 2\alpha y, \quad x_0 = 0. \quad (2)$$

Однако на практике часто правая часть  $y$  уравнения (1) бывает неизвестной, а вместо  $y$  известно приближение  $y_\delta: \|y - y_\delta\| \leq \delta$ , тогда метод (2) примет вид:

$$(E + \alpha A)x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A)x_{n,\delta} + 2\alpha y_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0. \quad (3)$$

**2. Апостериорный выбор числа итераций.** Метод (3) можно сделать эффективным и тогда, когда нет сведений об истокорпредставимости точного решения ( $x = A^s z, s > 0$ ), если воспользоваться правилом останова по невязке. Была обоснована возможность применения правила останова по невязке

$$\begin{cases} \|Ax_{n,\delta} - y_\delta\| > \varepsilon, (n < m), \\ \|Ax_{m,\delta} - y_\delta\| \leq \varepsilon, \varepsilon = b\delta, b > 1. \end{cases} \quad (4)$$

Доказаны теоремы.

**Теорема 1.** Пусть  $A = A^* \geq 0, \|A\| \leq M$  и пусть момент останова  $m = m(\delta)$  в методе (3) выбирается по правилу (4), тогда  $x_{m,\delta} \rightarrow x$  при  $\delta \rightarrow 0$ .

**Теорема 2.** Пусть выполнены условия теоремы 1 и пусть  $x = A^s z, s > 0$ . Тогда справедливы оценки

$$m \leq 1 + \frac{s+1}{4\alpha} \left[ \frac{\|z\|}{(b-1)\delta} \right]^{\frac{1}{s+1}},$$

$$\|x_{m,\delta} - x\| \leq [(b+1)\delta]^{\frac{s}{s+1}} \|z\|^{\frac{1}{s+1}} + 2\alpha \left\{ 1 + \frac{s+1}{4\alpha} \left[ \frac{\|z\|}{(b-1)\delta} \right]^{\frac{1}{s+1}} \right\} \delta. \quad (5)$$

**Замечание 1.** Хотя формулировка теоремы 2 дается с указанием степени истокорпредставимости  $s$  и истокорпредставимого элемента  $z$ , на практике их значения не потребуются, так как они не содержатся в правиле останова (4).

Метод (3) можно сделать также эффективным и тогда, когда нет сведений об истокорпредставимости точного решения, если воспользоваться правилом останова по поправкам

$$\begin{cases} \|z_n - z_{n+1}\| > \varepsilon, (n < m), \\ \|z_m - z_{m+1}\| \leq \varepsilon, \end{cases} \quad (6)$$

где  $m$  – заданное до начала вычислений положительное число (уровень останова).

Для решения задачи (1) используем метод

$$z_{n+1} = (E + \alpha(A^*A))^{-1} [(E - \alpha(A^*A))z_n + 2\alpha A^*y_\delta] + (E + \alpha(A^*A))^{-1} (E - \alpha(A^*A))u_n, \quad z_0 \in H, \quad (7)$$

где  $u_n$  – ошибки в вычислении итераций, причем  $\|u_n\| \leq \beta$ .

Обозначим  $C = (E + \alpha(A^*A))^{-1} (E - \alpha(A^*A))$ ,  $B = 2(E + \alpha(A^*A))^{-1} \alpha A^*$ . Метод (3) примет вид  $z_{n+1} = Cz_n + By_\delta + Bu_n$ .

Обоснована возможность применения правила останова (6) к методу (7). Доказана теорема.

**Теорема 3.** Пусть уровень останова  $\varepsilon = \varepsilon(\delta, \beta)$  выбирается как функция от уровней  $\delta$  и  $\beta$  норм погрешностей  $y - y_\delta$  и  $u_n$ . Тогда справедливы следующие утверждения:

а) если  $\varepsilon(\delta, \beta) > 2 \|C\| \beta$ , то момент останова  $m$  определен при любом начальном приближении  $z_0 \in H$  и любых  $y_\delta$  и  $u_n$ , удовлетворяющих условиям  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ ,  $\|u_n\| \leq \beta$ ;

б) если  $\varepsilon(\delta, \beta) > \|B\| \delta + 2 \|C\| \beta$ , то справедлива оценка

$$m < \frac{\|z_0 - x\|^2}{(\varepsilon - \|B\| \delta)(\varepsilon - \|B\| \delta - 2 \|C\| \beta)};$$

в) если, кроме того,  $\varepsilon(\delta, \beta) \rightarrow 0$ ,  $\delta, \beta \rightarrow 0$  и  $\varepsilon(\delta, \beta) \geq d (\|B\| \delta + \|C\| \beta^p)$ , где  $d > 1$ ,  $p \in (0, 1)$ , то  $\lim_{\delta, \beta \rightarrow 0} \|z_n - x\| = 0$ .

УДК 519.6+517.983

## РЕШЕНИЕ НЕКОРРЕКТНОЙ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ПРИ ПОМОЩИ НЕЯВНОЙ ИТЕРАТИВНОЙ ПРОЦЕДУРЫ

**Сидак С.В.**

Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест  
 Научный руководитель: Матысик О.В., к. физ.-мат. н., доцент

**1. Постановка задачи.** В действительном гильбертовом пространстве  $H$  исследуется операторное уравнение I рода

$$Ax = y, \quad (1)$$

где  $A$  – положительный ограниченный и самосопряженный оператор, для которого нуль не является собственным значением, однако принадлежит спектру оператора  $A$ , и, следовательно, рассматриваемая задача некорректна. Пусть  $y \in R(A)$ , т. е. при точной правой части  $y$  уравнение (1) имеет единственное решение  $x$ . Для отыскания этого решения применяется неявная итерационная процедура с  $\alpha > 0$ :

$$(E + \alpha A^2)x_{n+1} = (E - \alpha A^2)x_n + 2\alpha Ay, \quad x_0 = 0. \quad (2)$$

В случае приближенной правой части  $y_\delta$ , ( $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ ) соответствующие методу (2) итерации примут вид

$$(E + \alpha A^2)x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A^2)x_{n,\delta} + 2\alpha Ay_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0. \quad (3)$$

**2. Останов по невязке.** Определим момент  $m$  останова итерационного процесса (3) условием

$$\|Ax_{n,\delta} - y_\delta\| > \varepsilon, \quad (n < m), \quad \|Ax_{m,\delta} - y_\delta\| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon = b\delta, \quad b > 1. \quad (4)$$

Предполагается, что при начальном приближении  $x_{0,\delta}$  невязка достаточно велика, больше уровня останова  $\varepsilon$ , т. е.  $\|Ax_{0,\delta} - y_\delta\| > \varepsilon$ . Справедливы

**Теорема 2.** Пусть  $A = A^* \geq 0$ ,  $\|A\| \leq M$  и пусть момент останова  $m = m(\delta)$  в методе (3) выбирается по правилу (4). Тогда  $x_{m,\delta} \rightarrow x$  при  $\delta \rightarrow 0$ .

**Теорема 3.** Пусть выполнены условия теоремы 2 и пусть  $x = A^s z$ ,  $s > 0$ . Тогда

справедливы оценки  $m \leq 1 + \frac{s+1}{2\alpha\varepsilon} \left[ \frac{\|z\|}{(b-1)\delta} \right]^{\frac{2}{s+1}}$ ,

$$\|x_{m,\delta} - x\| \leq [(b+1)\delta]^{\frac{s}{s+1}} \|z\|^{\frac{1}{s+1}} + 4\alpha^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 + \frac{s+1}{2\alpha\varepsilon} \left[ \frac{\|z\|}{(b-1)\delta} \right]^{\frac{2}{s+1}} \right\}^{\frac{1}{2}} \delta. \quad (5)$$

**Замечание 1.** Порядок оценки (5) есть  $O(\delta^{s/(s+1)})$  и, как следует из [1], он опти-

мален в классе задач с истокорпредставимыми решениями.

**Замечание 2.** Используемое в формулировке теоремы 3 предположение порядка  $s > 0$  истокорпредставимости точного решения не потребуется на практике, так как оно не содержится в правиле останова (4).

**3. Численный модельный пример.** Решаем в пространстве  $L_2(0,1)$  модельную задачу в виде уравнения  $\int_0^1 K(t,s) x(s) ds = y(t), \quad 0 \leq t \leq 1$  с симметричным положи-

тельным ядром  $K(t,s) = \begin{cases} t(1-s), & 0 \leq t \leq s \leq 1, \\ s(1-t), & 0 \leq s \leq t \leq 1, \end{cases}$  точной правой частью

$y(t) = \frac{t(t-1)(t^2-t-1)}{12}$  и точным решением  $x(t) = t(1-t)$ .

Данная задача относится к классу обратных задач теории потенциала, и она некорректна. Обычно на практике мы не знаем точной функции  $y(t)$ , а вместо нее известны значения приближенной функции  $\tilde{y}(t)$  в некотором числе точек с определенной, часто известной погрешностью  $\delta$ , и по этим приближенным данным требуется приближенно найти решение. Чтобы имитировать эту ситуацию, будем считать заданными значения  $\tilde{y}_i, i = \overline{1, m}$ , полученные следующим образом:  $\tilde{y}_i = [y(t_i) \cdot 10^k + 0,5] / 10^k$ , где  $y(t_i)$  – значения функции  $y(t)$  в точках  $t_i = ih, i = \overline{1, m}, h = 1/m$ . Квадратные скобки означают целую часть числа и  $k = 4$ . При  $k = 4$  величина погрешности  $\delta = 10^{-4}$ . Действительно, имеем

$$\int_0^1 [y(t) - \tilde{y}(t)]^2 dt \approx \sum_{i=1}^m [y(t_i) - \tilde{y}_i]^2 h \leq mh(10^{-k})^2 = 10^{-2k}.$$

Будем решать задачу методом (3), который в дискретной форме запишется

$$x_i^{(n+1)} + \alpha \sum_{j=1}^m K(t_i, s_j) h \left( \sum_{k=1}^m K(t_j, s_k) h x_k^{(n+1)} \right) = x_i^{(n)} - \\ - \alpha \sum_{j=1}^m K(t_i, s_j) h \left( \sum_{k=1}^m K(t_j, s_k) h x_k^{(n)} \right) + 2\alpha \sum_{j=1}^m K(t_i, s_j) h \tilde{y}_j, \quad x_i^{(0)} = 0, \quad i = \overline{1, m}$$

Для решения предложенной задачи сведений об истокорпредставимости точного решения не потребовалось, так как здесь воспользовались правилом останова по невязке (4), выбрав  $m = 32$  и уровень останова  $\varepsilon = 1,5\delta$ . Пример счета показал, что для достижения оптимальной точности методом (3) при  $\alpha = 9$  требуется только одна итерация.

**Список цитированных источников**

1. Вайникко, Г.М. Итерационные процедуры в некорректных задачах / Г.М. Вайникко, А.Ю. Веретенников. – М. : Наука, 1986. – 178 с.

УДК 519.688:004.021

## КОМПЬЮТЕРНОЕ ПОСТРОЕНИЕ ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ МНОГОУРОВНЕВОЙ ТРОФИЧЕСКОЙ ХЕМОСТАТ-МОДЕЛИ

**Швычкина Е.Н.**

*Брестский государственный технический университет, г. Брест*

Рассмотрим двухуровневую модель хемостата [1, 2, 3]. Пусть хищник, плотность которого определяется функцией  $y(t)$ , потребляет организм с плотностью  $x(t)$ , но не может потреблять субстрат  $s(t)$ . Эта задача интересна как с математической стороны, так и с практической. Например, такой процесс возникает в обработке отходов. Бактерии, представленные как  $x(t)$ , живут на отходах (или субстрат), в то время как другие организмы, такие как инфузории, питаются бактериями. Используя формулировку Моно (2), такая модель примет форму [1, 2]:

$$s'(t) = 1 - s(t) - \frac{m_1 x(t) s(t)}{a_1 + s(t)},$$

$$x'(t) = \left( \frac{m_1 s(t)}{a_1 + s(t)} - 1 - \frac{m_2 y(t)}{a_2 + x(t)} \right) x(t), \quad (1)$$

$$y'(t) = \left( \frac{m_2 x(t)}{a_2 + x(t)} - 1 \right) y(t).$$

$$s(0) = s_0 \geq 0, \quad x(0) = x_0 \geq 0, \quad y(0) = y_0 \geq 0. \quad (2)$$

Параметры  $a_i$  ( $i = 1, 2$ ) – константы Михаэлиса-Ментен; величины  $m_i$  ( $i = 1, 2$ ) обозначают максимальные скорости роста  $i$ -го микроорганизма. В работе [4] приведена компьютерная реализация в СКА *Mathematica* процедуры нахождения, классификации точек покоя и предельных циклов системы (1), а также определения их устойчивости. Построена визуализация найденных численных решений и их фазовых траекторий. На основе этих исследований в [5] показана устойчивость решений  $x(t)$ ,  $y(t)$  относительно положений равновесия системы (1) для различных значений начальных условий  $x(0)$ ,  $y(0)$ .

В данной работе рассмотрим поведение системы (1) в пространстве переменных  $(s, x, y)$ . Рассмотрим, например, следующие значения констант системы (1):

$$a_1 = 0,3, \quad a_2 = 0,9, \quad m_1 = 6, \quad m_2 = 9. \quad (3)$$

При помощи разработанного программного модуля в [4] определяем, что для такого набора параметров внутренние точки покоя имеют координаты:  $Ec1(0,11,0,32)$ ,  $Ec2(0,11,1,42)$ . При этом устойчивой локально будет являться только  $Ec1$  [2, 4].

Найдем численное решение системы (1), при начальных условиях  $s(0) = 1$ ,  $x(0) = 0,1$ ,  $y(0) = 0,4$ . Для интегрирования системы (1) используем программную функцию `NDSolve`, определив при этом некоторые специальные настройки [6].

```
sol = NDSolve[{sys1/.parr,s[0]==1,x[0]==.1,y[0]==.4},{s,x,y},{t,0,100},
MaxSteps->10000,AccuracyGoal->11,PrecisionGoal->20][[1]];
```

В результате получим решение в виде трех интерполяционных функций, графики которых приведены на рисунке 1.

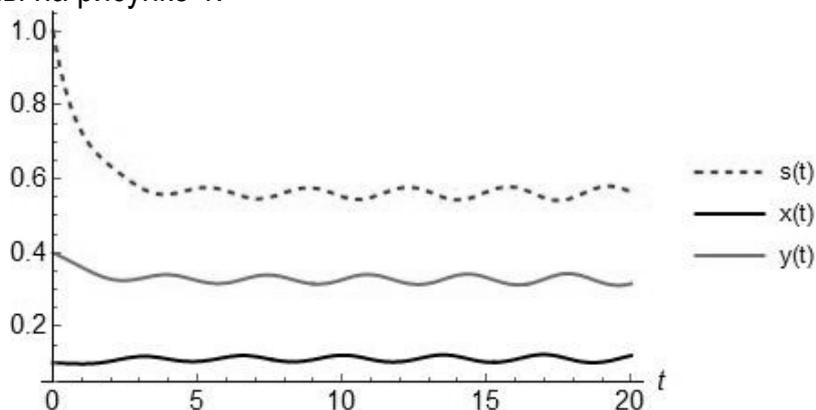


Рисунок 1 – Графики численных решений функций  $s(t)$ ,  $x(t)$ , и  $y(t)$

Построим в фазовом пространстве  $(s, x, y)$  кривую, которую определяет численное решение  $sol$ . На рисунке 2 покажем, как будет изменяться ее характер, когда будут изменяться, например, параметры  $m_1$  и  $m_2$ .

```
phase[m1_,m2_opt_] := Module[{sol1,t0},
t0 = 20;
```

```
sol1 = NDSolve[{s'[t] == 1 - s[t] - x(t)  $\frac{m1s[t]}{.3 + s[t]}$ ,
```

$$x'[t] == \left(-1 + \frac{m1s[t]}{.3 + s[t]}\right)x[t] - \frac{m2s[t]y[t]}{.9 + s[t]},$$

$$y'[t] == \left(-1 + \frac{m2s[t]}{.9 + s[t]}\right)y[t],$$

```
s[0] == 1,x[0] == .1,y[t] == .4},{s,x,y},{t,0,t0}];
```

```
ParametricPlot3D[Evaluate[{s[t],x[t],y[t] /. sol1},{t,0,t0},
```

```
PlotStyle->Directive[Thick],
```

```
Boxed->False,Ticks->{{0,1},{0,1},{0,1}},AxesLabel->{"s","x","y"},
```

```
AxesStyle->Directive[20],PlotPoints->1000,PlotRange->All,
```

```
BoxRatios->{1,1,1},DisplayFunction->Identity,
```

```
ViewPoint->{1.1,2.5,1.1}]]];
```

Определим диапазон изменения параметров  $m_i$  ( $i = 1,2$ ).

```
TableForm[Table[{m-1/3,2m+1/5},{m,4,6} //N, TableHeadings->{{},{m1,m2}}]
```

Таблица 1 – Набор значений параметров  $m_i$  ( $i = 1, 2$ )

	$m_1$	$m_2$
	3.667	8.2
	4.667	10.2
	5.667	12.2

Используя, определенную выше, программную функцию `phase[m1_, m2_opt_]` и набор значений  $m_i$  ( $i = 1, 2$ ), приведенных в таблице 1, построим фазовые траектории системы (1).

```
tab1 = Table[phase[{m - 1/3, 2 m + 1/5},
PlotStyle -> GrayLevel[m/10, 2 m/(m - 2)]], {m, 4, 6}];
Show[tab1, DisplayFunction -> ] DisplayFunction]
```

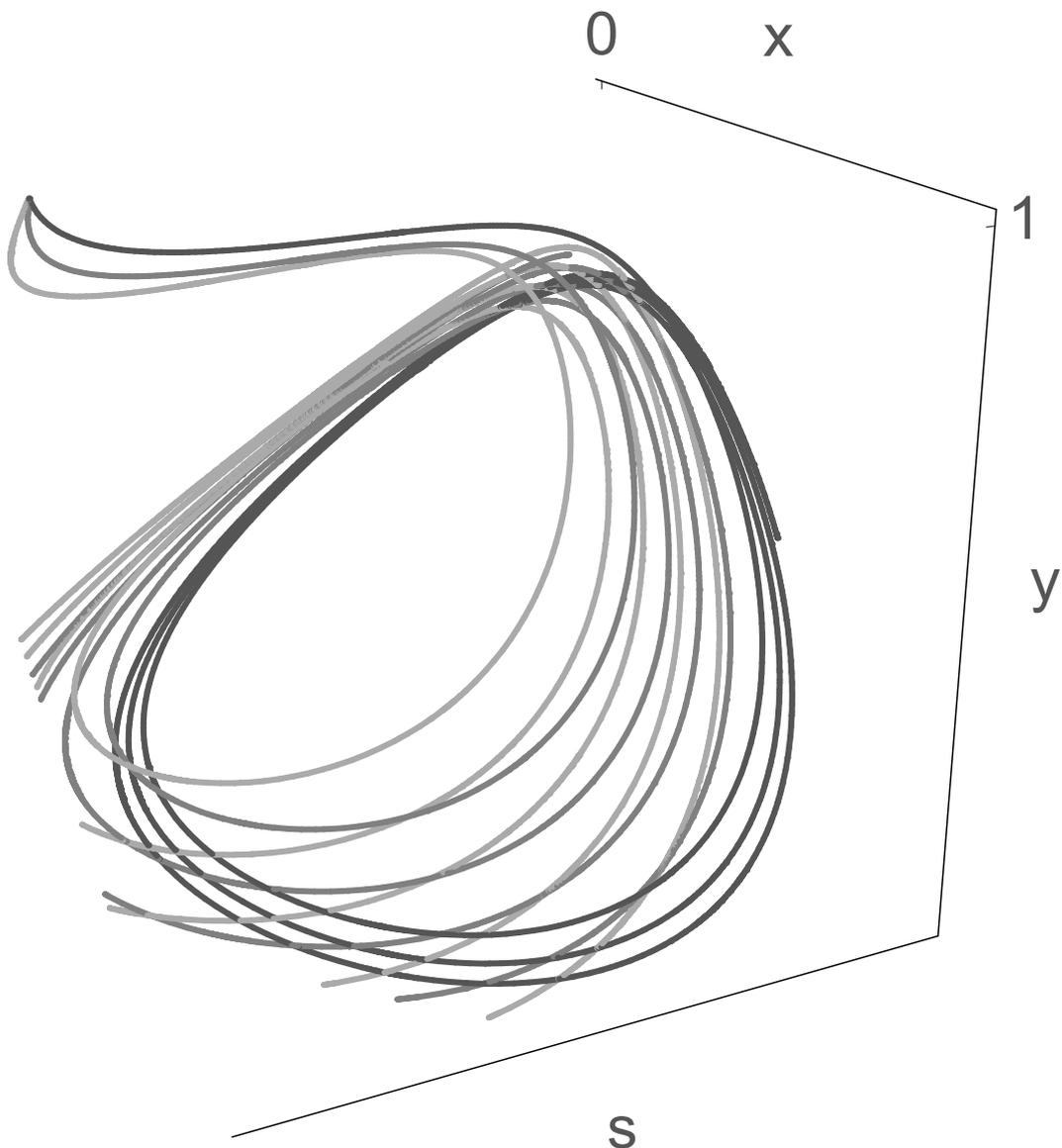


Рисунок 2 – Фазовые траектории численных решений  $s(t)$ ,  $x(t)$  и  $y(t)$  для набора значений параметров, приведенных в таблице 1

**Список цитированных источников**

1. Smith, H.L. The theory of chemostat: dynamics of microbial competition / H. L. Smith, P. Waltman. – Cambridge University Press, 1995. – 313 p.
2. Kuang, Y. Limit cycles in a chemostat-related model / Y. Kuang // SIAM Journal on Applied Mathematics. – 1989. – № 49. – P. 1759–1767.
3. Abell, M. L. Differential Equations with Mathematica / M.L. Abell, J. P. Braselton. – 3rd ed. – Elsevier Academic press, 2004. – 876 p.
4. Швычкина, Е. Н. Компьютерный метод поиска предельных циклов хемостат-модели / Е.Н. Швычкина, Р. С. Вацкель // Вестн. Брест. гос. техн. ун-та. – 2016. – № 5 (101) : Физика, математика, информатика. – С. 56–60.
5. Швычкина, Е.Н. Исследование предельных циклов трёхуровневой модели хемостата / Е.Н. Швычкина, Р.С. Вацкель // Математические и физические методы исследований : научный и методические аспекты : сб. тезисов докладов Респ. науч.-практ. конф. ; Брест, 27–28 апреля 2017 г. / Брест, гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. Н.Н. Сендера. – Брест, 2017. – С. 18.
6. <http://reference.wolfram.com/language/ref/NDSolve>.

УДК 513.82

## ИНВАРИАНТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОДГРУПП ЛИ ГРУППЫ ЛИ ДВИЖЕНИЙ ПРОСТРАНСТВА $R_5$

**Юдов А.А., Кононюк М.А.***Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест*

В работе исследуется группа Ли движений пространства  $R_5$  — пятимерного евклидова пространства. Целью данной работы является нахождение инвариантных подпространств подгруппы Ли группы Ли движений пространства  $R_5$  и их образов стационарности. Инвариантные объекты играют важную роль для характеристики исследуемой группы движений.

Будем рассматривать подгруппу Ли вращений группы Ли движений пространства  $R_5$ .

Рассмотрим группу Ли  $G_1$  с алгеброй Ли  $G_1'$ , задаваемую соответственно базисом  $\{i_6\}$ . Будем находить подпространства инвариантные относительно этой группы.

Рассмотрим алгебру  $G_1'$ . Найдем одномерные и двумерные инвариантные подпространства. Рассмотрим оператор  $i_6$ :

$$i_6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Ставится задача найти все инвариантные относительно  $G_1$  одномерные, двумерные векторные подпространства пространства  $R_5$ .

Найдём одномерные подпространства пространства  $R_5$ , инвариантные относительно этого оператора. Условие инвариантности подпространства с направляющим вектором  $\alpha(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5)$  имеет вид:

$$a_i = \lambda \alpha \quad (2)$$

или в координатном виде:

$$-\alpha_2 = \lambda \alpha_1, \alpha_1 = \lambda \alpha_2, 0 = \lambda \alpha_3, 0 = \lambda \alpha_4, 0 = \lambda \alpha_5 \quad (3)$$

Из системы (3) получим:  $-\alpha_2 = \lambda^2 \alpha_1$ . Отсюда  $\alpha_2 = 0, \alpha_1 = 0$ . При  $\lambda \neq 0$  ненулевых решений нет. При  $\lambda = 0$  получим инвариантные подпространства в виде:  $\{a_3 e_3 + a_4 e_4 + a_5 e_5\}$ .

Найдём двумерные подпространства, инвариантные относительно оператора. Условие инвариантности подпространства с базисом  $\{\alpha, b\}, \alpha(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5), (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$  имеет вид:

$$a_i = \lambda \alpha + \mu b, b_i = \nu \alpha + \sigma b \quad (4)$$

или в координатном виде:

$$\begin{aligned} -\alpha_2 &= \lambda \alpha_1 + \mu b_1 & -b_2 &= \nu \alpha_1 + \sigma b_1, \\ \alpha_1 &= \lambda \alpha_2 + \mu b_2 & b_1 &= \nu \alpha_2 + \sigma b_2, \\ 0 &= \lambda \alpha_3 + \mu b_3 & 0 &= \nu \alpha_3 + \sigma b_3, \\ 0 &= \lambda \alpha_4 + \mu b_4 & 0 &= \nu \alpha_4 + \sigma b_4, \\ 0 &= \lambda \alpha_5 + \mu b_5 & 0 &= \nu \alpha_5 + \sigma b_5. \end{aligned} \quad (5)$$

С помощью замены базиса получаем, что решение системы можно свести к рассмотрению 10 частных случаев  $1^\circ - 10^\circ$ :

$$1^\circ. \alpha(1, 0, a_3, a_4, a_5), b(0, 1, b_3, b_4, b_5).$$

В этом случае система имеет вид:

$$\begin{cases} 0 = \lambda, 1 = \mu, 0 = \lambda a_3 + \mu b_3, 0 = \lambda a_4 + \mu b_4, 0 = \lambda a_5 + \mu b_5, \\ 1 = \nu, 0 = \sigma, 0 = \nu a_3 + \sigma b_3, 0 = \nu a_4 + \sigma b_4, 0 = \nu a_5 + \sigma b_5. \end{cases} \quad (6)$$

Отсюда следует:  $b_3 = 0, b_4 = 0, b_5 = 0, a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = 0$ .

Получаем инвариантное подпространство в виде:  $\{e_1, e_2\}$ .

В случаях  $2^\circ - 7^\circ$  получаем противоречие.

$8^\circ$ . Инвариантные пространства принимают вид:  $\{e_3 + a_5 e_5, e_4 + b_5 e_5\}$ .

9<sup>0</sup>. Инвариантные пространства принимают вид:  $\{e_3 + a_4 e_4, e_5\}$ .

10<sup>0</sup>. Инвариантные пространства принимают вид:  $\{e_4, e_5\}$ .

Результаты исследования инвариантных подпространств относительно оператора  $i_6$  сформулируем в виде следующей теоремы.

**Теорема 1.** Относительно группы  $G_1$  инвариантны только следующие одномерные подпространства пространства  $R_5 : \{a_3 e_3 + a_4 e_4 + a_5 e_5\}$  и только следующие двумерные подпространства:

$$\{e_1, e_2\}, \{e_3 + a_5 e_5, e_4 + b_5 e_5\}, \{e_3 + a_4 e_4, e_5\}, \{e_4, e_5\}.$$

**Теорема 2.** Относительно группы  $G_2 = \{i_6 + \varphi i_{13}\}$  инвариантны только следующие одномерные подпространства пространства  $R_5 : \{e_5\}$  и только следующие двумерные подпространства:  $\{e_1, e_2\}, \{e_3, e_4\}$ .

**Теорема 3.** Относительно группы  $G_3 = \{i_6, i_{13}\}$  инвариантны только следующие одномерные подпространства пространства  $R_5 : \{e_5\}$ . и только следующие двумерные подпространства:  $\{e_1, e_2\}, \{e_3, e_4\}$ .

**Теорема 4.** Относительно группы  $G_4 = \{i_6, i_7, i_{10}\}$  инвариантны только следующие одномерные подпространства пространства  $R_5 : \{a_4 e_4 + a_5 e_5\}$  и только следующие двумерные подпространства:  $\{e_4, e_5\}$ .

**Теорема 5.** Относительно группы  $G_5 = \{i_6 + i_{13}, i_7 - i_{11}, i_8 + i_{10}\}$  инвариантны только следующие одномерные подпространства пространства  $R_5 : \{e_5\}$ . Двумерных подпространств нет.

**Теорема 6.** Относительно группы  $G_6 = \{i_6 + 2i_{13}, \sqrt{3}i_{12} + i_7 + i_{11}, \sqrt{3}i_9 - i_8 + i_{10}\}$  инвариантных одномерных и двумерных подпространств пространства  $R_5$  нет.

**Теорема 7.** Относительно группы  $G_7 = \{i_6, i_7, i_{10}, i_{15}\}$  инвариантных одномерных подпространств нет. Двумерное подпространство пространства  $R_5 : \{e_4, e_5\}$ .

**Теорема 8.** Относительно группы  $G_8 = \{i_6, i_{13}, i_6 - i_{11}, i_8 + i_{10}\}$  инвариантны только следующие одномерные подпространства пространства  $R_5 : \{e_5\}$ . Двумерных подпространств нет.

**Теорема 9.** Относительно группы  $G_9 = \{i_6, i_7, i_{10}, i_8 + i_9, i_{11} + i_{12}, i_{13} + i_{14}\}$  инвариантны только следующие одномерные подпространства пространства  $R_5 : \{a_4 e_4 + a_5 e_5\}$ . Двумерных подпространств нет.

#### Список цитированных источников

1. Юдов, А.А. Исследование однородных пространств с фундаментальной группой  $G$  – группой движений пространства  ${}^2R_4$  / А.А. Юдов, Е.Е. Гурская // Вестник БрГУ. – 2008. – № 1(30). – С. 35–41.

## СОДЕРЖАНИЕ

**ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ.  
СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ РОБОТОТЕХНИКИ.  
АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ**

<b>Аваков С.М., Воронов А.А., Дедков А.И. (Науч. рук. Аваков С.М., д. т. н., проф.)</b> Программная реализация алгоритмов предобработки, анализа и автофокусировки для установок контроля критических размеров. ....	3
<b>Беглякова М.С. (Науч. рук. Шамукова Н.В., к. физ.-мат. н., доц.)</b> Интеллектуальный подход к управлению пожарной безопасностью .....	4
<b>Дедков А.И., Инютин А.В., Марушко Е.Е., Титко Д.С., Шоломицкий В.Г.</b> Алгоритмы повышения информативности изображения слоев интегральных схем для задачи восстановления топологии .....	7
<b>Евкович Е.А. (Науч. рук. Старовойтов В.В., д.т.н., проф.)</b> Составление карт состояния растительности и посевов с использованием дескрипторов на основе нечеткой логики.....	8
<b>Иванюк Д.С., Лузан А.А., Головкин В.А., Новик А.И.</b> Система машинного зрения для контроля качества упаковки .....	11
<b>Козел А.Л., Ковалёв М.В. (Науч. рук. Голенков В.В., д. т. н., проф.)</b> Семантическая модель предметной области нейронных сетей.....	16
<b>Козловский Д.В. (Науч. рук. Шамукова Н.В., к. физ.-мат. н., доц.)</b> Использование комплексных переменных в прогнозировании.....	19
<b>Кривущенко А.О. (Науч. рук. Артёменко С.В., к. т. н.)</b> Применение глубоких нейронных сетей для сегментации сигналов электроэнцефалограмм.....	21
<b>Крощенко А.А.</b> Применение сверточной нейронной сети для решения задачи обнаружения солнечных панелей.....	23
<b>Лаврущик А.И. (Науч. рук. Артёменко С.В., к. т. н.)</b> Использование нейросетевых систем для обнаружения патологий в сигналах электроэнцефалограмм .....	26
<b>Меньших Т.Ю. (Науч. рук. Дереченник С.С., к. т. н., доц.)</b> Simulation modelling of pseudorandom sequences for digital communication channels .....	28
<b>Хацкевич М.В. (Науч. рук. Головкин В.А., д. т. н., проф.)</b> Keras: библиотека глубокого обучения Python.....	29
<b>Юхимук Т.Ю. (Науч. рук. Махнист Л.П., к. т. н., доц.)</b> Классификация функций активации в нейронных сетях .....	32

## ЭЛЕКТРОННЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУЧНЫХ И ПРИКЛАДНЫХ РАЗРАБОТКАХ

<b>Александровский Д.С., Наумик В.А. (Науч. рук. Санюкевич А.В., к. физ.-мат. н., доц., Гладкий И.И.)</b> Комплексные числа в экономике.....	36
<b>Гладун Д.П. (Науч. рук. Кузьмицкий Н.Н., к. т. н.)</b> Распознавание текстовых данных изображений кассовых чеков.....	38
<b>Дворниченко А.В., Лебедь С.Ф.</b> Оптимизация управления запасами в условиях неопределенности с учетом процессов естественной убыли продукции.....	41
<b>Жижина Е.А., Аверина И.Н.</b> Методики привлечения интернет-ресурсов для расширения торговой деятельности предприятия .....	44
<b>Латий О.О. (Науч. рук. Костюк Д.А., к. т. н., доц.)</b> Подход к оценке кинематической активности для анализа эффективности человеко-машинного взаимодействия.....	47
<b>Маркина А.А., Дубицкий А.В. (Науч. рук. Костюк Д.А., к. т. н., доц.)</b> Особенности окулографических исследований графического интерфейса пользователя .....	50
<b>Наливко Д.В. (Науч. рук. Муравьев Г.Л., к. т. н., доц.)</b> Особенности построения средств конструирования моделей для целей обучения .....	53
<b>Олесик Е.С., Пархомук И.П. (Науч. рук. Гарбачевский В.В., Веремейчик А.И.)</b> Расчет балок методом непосредственного интегрирования в MathCAD .....	55
<b>Пешко С.С. (Науч. рук. Муравьев Г.Л., к. т. н., доц.)</b> Автоматизация построения результирующих спецификаций стохастических сетей .....	58
<b>Троцюк М.А. (Науч. рук. Кузьмицкий Н.Н., к. т. н.)</b> Применение модели дистрибутивной семантики word2vec к анализу текстовой информации.....	60
<b>Фесько В.В., Орлова А.С. (Науч. рук. Баркова Е.А., к. физ.-мат. н., доц.)</b> Технология моделирования тел вращения в пространстве.....	62
<b>Ярмолюк Д.С. (Науч. рук. Кузьмицкий Н.Н., к. т. н.)</b> Конвертация аудиосигналов в формат музыкальной нотации .....	65

## АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В МАТЕМАТИКЕ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

<b>Артюшеня Т.А., Трофимук А.А. (Науч. рук. Трофимук А.А., к. физ.-мат. н., доц.)</b> Конечные разрешимые группы с порядками факторов нормального ряда, свободными от четвертых степеней .....	68
--	----

<b>Басина С.И. (Науч. рук. Матысик О.В., к. физ.-мат. н., доц.)</b> Априорный выбор параметра регуляризации в методе итераций неявного типа решения некорректных задач.....	69
<b>Гребенко В.А., Калиновская Е.А. (Науч. рук. Махнист Л.П., к. т. н., доц., Каримова Т.И., к. физ.-мат. н., доц.)</b> О характеристиках показательного распределения .....	70
<b>Грицук Д.В., Трофимук А.А.</b> Инварианты $\pi$ -разрешимых групп, у которых 2-максимальные подгруппы $\pi$ -холловых подгрупп нильпотентны .....	72
<b>Дмитренко А.А., Седышев С.Ю.</b> Измерение координат источников радиоизлучения в разностно-дальномерных комплексах пассивной локации .....	73
<b>Кузьмина Е.В. (Науч. рук. Грицук Е.В., к. физ.-мат. н.)</b> Рекуррентное соотношение на резонансный многочлен уравнений обобщенной иерархии уравнения Риккати .....	76
<b>Кульгун А.П. (Науч. рук. Худяков А.П., к. физ.-мат. н., доц.)</b> Подходы для разработки автоматизированной системы представления расписания занятий .....	78
<b>Минзер Е.И. (Науч. рук. Матысик О.В., к. физ.-мат. н., доц.)</b> Итерационная регуляризация некорректных задач при помощи явного метода в случае апостериорного выбора числа итераций .....	79
<b>Наумовец С.Н. (Науч. рук. Корзюк В.И., академик НАНБ, д. физ.-мат. н., проф.)</b> Классическое решение смешанной задачи одномерного волнового уравнения с дифференциальным полиномом второго порядка в граничном условии .....	81
<b>Сахвон М.Н. (Науч. рук. Матысик О.В., к. физ.-мат. н., доц.)</b> Неявный итерационный процесс решения линейных некорректных уравнений.....	82
<b>Сидак С.В. (Науч. рук. Матысик О.В., к. физ.-мат. н., доц.)</b> Решение некорректной модельной задачи при помощи неявной итеративной процедуры .....	84
<b>Швычкина Е.Н.</b> Компьютерное построение фазовых траекторий многоуровневой трофической хемостат-модели .....	86
<b>Юдов А.А., Кононюк М.А.</b> Инвариантные характеристики подгрупп Ли группы Ли движений пространства $R_5$ .....	89

Научное издание

# СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Сборник материалов  
X Республиканской научной конференции  
молодых учёных и студентов

*23–24 ноября 2017 года*

Ответственный за выпуск: Махнист Л.П.  
Редактор: Боровикова Е.А.  
Компьютерная вёрстка: Соколюк А.П.  
Корректор: Никитчик Е.В.

---

Издательство БрГТУ.  
Свидетельство о государственной регистрации  
издателя, изготовителя, распространителя печатных  
изданий № 1/235 от 24.03.2014 г., № 3/1569 от  
16.10.2017 г. Подписано к печати 09.11.2017 г.  
Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага «Performer».  
Гарнитура «Arial Narrow». Усл. п. л. 5,58.  
Уч.-изд. л. 6,0. Тираж 40 экз. Заказ № 1123.  
Отпечатано на ризографе Учреждения образования  
«Брестский государственный технический  
университет» 224017, Брест, ул. Московская, 267.

ISBN 978-985-493-407-5



9 789854 934075

