БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ

В. И. Гладковский, Н. И. Чопчиц

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-9 "ДИСК МАКСВЕЛЛА"

Учебно-методическая разработка по физике для студентов технических специальностей высших учебных заведений

Брест 2001

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ЦЕЛИ РАБОТЫ: 3

2. ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: 3

3. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ. 3

4. ПОДГОТОВКА ПРИБОРА К РАБОТЕ 4

5. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ 4

6. ТЕОРИЯ РАБОТЫ 5

7. УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА В НЕИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА 8

8. ДИСК МАКСВЕЛЛА 10

9. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ СПЛОШНОГО И ПОЛОГО ДИСКА 13

10. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ. 15

11. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ 16

12. ЛИТЕРАТУРА 16

1. ЦЕЛИ РАБОТЫ.

1.1 Определить значение момента инерции диска прямым методом;

1.2 Определить значение моментов инерции диска методом наименьших квадратов;

1.3 Научиться строить физическую и математическую модель изучаемого явления.

2. ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ.

Установка FPM-03 для измерения времени движения диска, сменные накладки.

3. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ.

Общий вид установки показан на Рис. 1. Основание (1) оснащено регулируемыми ножками (2), которые позволяют произвести выравнивание прибора. В основании закреплена колонка (3), к которой прикреплен неподвижный верхний кронштейн (4) и подвижный нижний кронштейн (5). На верхнем кронштейне находится электромагнит (6), первый фотоэлектрический датчик (7) и вороток (8) для закрепления и регулирования длины бифиллярной подвески маятника. Нижний кронштейн вместе с прикрепленным к нему вторым фотоэлектрическим датчиком (9) можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в произвольно выбранном положении. Диск Максвелла (10) представляет собой закрепленный на оси диск, на который накладываются сменные накладки (11), что позволяет изменять момент инерции системы и ее массу.

4. ПОДГОТОВКА ПРИБОРА К РАБОТЕ

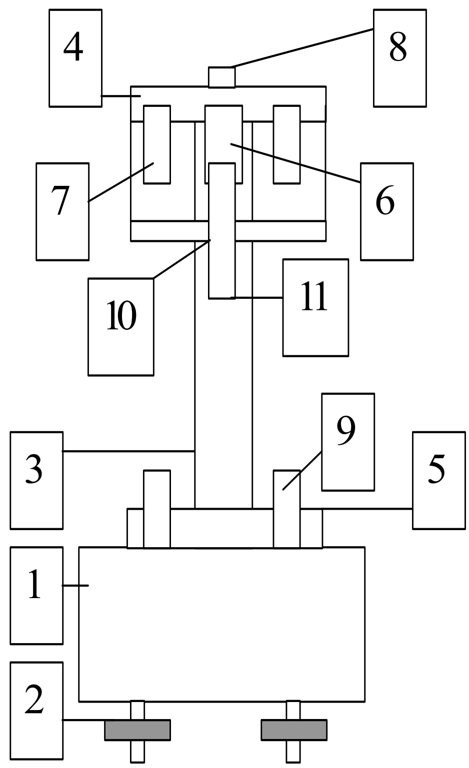

Рис.1 Общий вид установки.

Проверьте заземление прибора. Работа с прибором допускается только при наличии заземления. Прибор начинает работь после нажатия кнопки "СЕТЬ". Измерение времени падения диска осуществляется следующим образом. Нажмите кнопку "СБРОС". Аккуратно (виток к витку) произведите намотку нитей бифиллярного подвеса до тех пор, пока диск не зафиксируется электромагнитом. Нажмите кнопку "ПУСК". На табло индикации времени, прочитайте показание прибора: время поступательного перемещения оси диска Максвелла.

5. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1 Выберите **5** значений высоты $\mathbf{h}_i$ перемещения диска Максвелла. Проведите измерения времени $\mathbf{t}_{ij}$ поступательного перемещения оси диска Максвелла по **3** раза для каждого из выбранных значений высоты.

5.2 Усредните для каждого из выбранных значений высоты значения времени перемещения t_{ij}, по формуле: $\mathbf{t}_i = \dfrac{1}{3}\sum_{j=1}^{3} \mathbf{t}_{ij}$.

5.3 Определите ускорение a_c поступательного движения диска Максвелла для каждого значения высоты hi и времени ti при помощи формулы (6.2).

- **Определение момента инерции диска Максвелла прямым методом.**

5.4 При помощи формулы (6.3) определите экспериментальные значения момента инерции диска Максвелла $(J_c)_{эксп}$.

5.5 Найдите среднее значение момента инерции диска Максвелла $\langle(J_c)_{эксп}\rangle$.

5.6 Измеренные и вычисленные результаты занесите в самостоятельно составленную таблицу.

- **Определение момента инерции диска Максвелла методом наименьших квадратов.**

5.7 Самостоятельно составте таблицу значений $\mathbf{X_i = \left(h_i - 2\sqrt{h_i \Delta h}\right)}$ и $\mathbf{Y_i = t_i^2}$. Нанесите полученные значения на график и убедитесь в том, что точки графика «ложатся» на некоторую прямую.

5.8 При помощи метода наименьших квадратов определите экспериментальное значение момента инерции диска Максвелла $(J_c)_{МНК}$.

5.9 Измеренные и вычисленные результаты занесите в самостоятельно составленную таблицу.

- **Определение теоретического значения момента инерции диска Максвелла.**

5.10 Определите теоретическое значение момента инерции диска Максвелла $(J_c)_{теор}$. используя сведения из параграфа 9.

6. ТЕОРИЯ РАБОТЫ

На данной установке можно провести прямые измерения времени движения диска Максвелла на заданном расстоянии $\boldsymbol{h}$, причем движение начинается из состояния покоя. Величины $\boldsymbol{m}$ и $\boldsymbol{r}$ также доступны непосредственному измерению и мы будем считать их известными. В формулу (6.3) входят три неизвестных величины: $\boldsymbol{g, J, a_c}$. Ускорение $\boldsymbol{a_c}$, однако, легко может быть найдено по времени движения $\boldsymbol{t}$ и пройденному расстоянию

h, т.к. в соответствии с (6.3) при сделанных предположениях a_c постоянно. Поскольку начальная скорость равна нулю, то в идеально функционирующей установке мы имели бы $h = \frac{a_c t^2}{2}$ и $a_c = \frac{2h}{t^2}$. К сожалению, из-за конструктивных особенностей установки отсчет времени начинается не сразу в момент начала движения, а тогда, когда система сместится на некоторое расстояние Δh, равное, по нашим оценкам, примерно 3 мм. На первый взгляд кажется, что если, например, высота, проходимая диском, составляет h=30 см, то поскольку $\frac{\Delta h}{h} \approx 0{,}01$, т.е. примерно 1 %, то погрешностью в определении ускорения по формуле $a_c = \frac{2h}{t^2}$ можно вполне пренебречь. Однако на самом деле это не так. Начав движение из состояния покоя система в конце участка Δh приобретает скорость $V_0 = \sqrt{2a_c \Delta h}$. Тогда для оставшегося участка длиной $(h - \Delta h)$ можно записать

$$h - \Delta h = V_0 t + \frac{a_c t^2}{2},$$

где t — время движения на этом участке, которое и измеряется на установке. Тогда

$$2(h - \Delta h) = 2\sqrt{2a_c \Delta h} t + a_c t^2.$$

Решая это уравнение относительно a_c, находим

$$a_c = \frac{2h}{t^2}\left[1 + \frac{\Delta h}{h} - 2\sqrt{\frac{\Delta h}{h}}\right]. \tag{6.1}$$

При указанных выше численных значениях имеем $\sqrt{\frac{\Delta h}{h}} \approx 0{,}1$ и относительная погрешность в определении величины a_c по формуле $a_c = \frac{2h}{t^2}$ составляет уже не 1 %, а целых 20 %, что слишком много, если учесть точность, с которой измеряется время движения и расстояние, проходимое диском. На уровне относительной погрешности 1 % ускорение следует определять по формуле

$$\mathbf{a_c = \frac{2h}{t^2}\left(1 - 2\sqrt{\frac{\Delta h}{h}}\right)}, \tag{6.2}$$

где мы пренебрегли величиной $\frac{\Delta h}{h}$ по сравнению с единицей. Таким образом, в формулу

$$a_c = \frac{g}{1 + \frac{J_c}{mr^2}} \tag{6.3}$$

входят две величины g и J_c, которые непосредственно не определяются. Конечно, значение ускорения свободного падения g хорошо известно из других опытов и составляет примерно $g \approx 9{,}81\frac{м}{с^2}$. Тогда из формулы (6.3) можно определить момент инерции J_c и сравнить полученное значение с результатом, рассчитанным по теоретическим формулам.

Применим метод наименьших квадратов. Вначале линеаризируем исследуемую зависимость. Приравнивая правые части формул (6.2) и (6.3), получим

$$\mathbf{\frac{2h}{t^2}\left[1 - 2\sqrt{\frac{\Delta h}{h}}\right] = \frac{g}{1 + \frac{J_c}{mr^2}}}$$

или

$$t^2 = \frac{2}{g}\left(1 + \frac{J_c}{mr^2}\right)\left(h - 2\sqrt{h\Delta h}\right). \tag{6.4}$$

Вводя обозначения

$$Y = t^2,\ A = \frac{2}{g}\left(1 + \frac{J_c}{mr^2}\right) \text{ и } X = \left(h - 2\sqrt{h\Delta h}\right)$$

уравнение (6.4) можно переписать в виде линейного уравнения

$$Y = AX. \tag{6.5}$$

Составляя сумму

$$S = \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - AX_i\right)^2, \qquad (6.6)$$

определим параметр A из условия минимума суммы (6.6):

$$\frac{\partial S}{\partial A} = 2\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - AX_i\right)X_i = 0.$$

Решая полученную систему линейных уравнений, находим значение параметра A:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}. \qquad (6.7)$$

Зная значение параметра **A**, можно определить значение момента инерции диска Максвелла.

7. УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА В НЕИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Пусть абсолютно твердое тело вращается вокруг некоторой оси О, которая неподвижна относительно некоторой инерциальной системы отсчета (ИСО). Тогда, как известно, основное уравнение динамики вращательного движения тела имеет вид

$$J_0\varepsilon = \sum M_0^e, \qquad (7.1)$$

где J_0 — момент инерции тела относительно оси О: $J_0 = \sum m_i r_i^2$, где m_i — масса i-той частицы тела, r_i — расстояние от i-той частицы до оси О; $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ — угловое ускорение тела, $\sum M_0^e$ — сумма моментов сил, действующих на тело, относительно оси О. Рассмотрим, как изменится уравнение (7.1), если ось О, относительно которой происходит вращение тела, сама движется с некоторым ускорением $\vec{a}$ относительно ИСО, оставаясь параллельной себе, т.е. поступательно. Перейдем в неинерциальную систему отсчета, движущуюся поступательно относительно ИСО с тем же ускорением $\vec{a}$, относительно которой ось неподвижна. В этой системе отсчета, наряду с силами, действующими на тело в ИСО, на каждую частицу тела будет действовать сила инерции, равная $\vec{F}_i = -m_i\vec{a}$ и уравнение (7.1) примет вид

$$J_0\varepsilon = \sum M_0^e + \sum M_0^n$$

Напомним, что моментом силы относительно оси называется проекция на эту ось момента силы относительно любой точки, лежащей на этой оси. Пусть О — произвольная точка на оси О, $\vec{\mathbf{r}}_\mathbf{i}$ — радиус-вектор частицы с массой $\mathbf{m}_\mathbf{i}$ относительно точки О. Тогда момент силы инерции $\vec{F}_i^n$, действующей на i-тую частицу относительно точки О, равен векторному произведению радиуса-вектора частицы и вектора силы инерции:

$$\vec{M}_i^n = \vec{r}_i \times \vec{F}_i^n = -m_i\vec{r}_i \times \vec{a}.$$

Сумма этих моментов равна

$$\sum \vec{\mathbf{M}}_\mathbf{i}^\mathbf{n} = -\sum (\mathbf{m}_\mathbf{i}\vec{\mathbf{r}}_\mathbf{i}) \times \vec{\mathbf{a}} = -(\sum \mathbf{m}_\mathbf{i}\vec{\mathbf{r}}_\mathbf{i}) \times \vec{\mathbf{a}}. \qquad (7.2)$$

Здесь мы учли, что ускорение $\vec{a}$ одно и то же для всех точек и вынесли его за знак суммы. Пусть $m = \sum m_i$ — масса тела, С— его центр инерции, радиус-вектор которого равен

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{m}.$$

Тогда (7.2) можно переписать в виде

$$\sum \vec{M}_i^n = -m\vec{r}_c \times \vec{a} = \vec{r}_c \times \vec{F}^n, \qquad (7.3)$$

где $\vec{F}^n = -m\vec{a}$ — суммарная сила инерции, действующая на тело. Формула (7.3) показывает, что при вычислении суммы моментов сил инерции, действующих на отдельные частицы тела, можно считать, что к центру инерции тела приложена суммарная сила инерции $\vec{F}^n = -m\vec{a}$ и вычислить ее момент — он и будет равен искомой сумме моментов. Пусть теперь ось О проходит через центр инерции С (будем ее называть в таком случае осью С) и точка О совпадает с С. Тогда очевидно , $\vec{r}_c$=0 и $\sum \vec{M}_i^n$ =0, т.е. сумма моментов сил инерции, действующих на отдельные частицы тела, относительно центра инерции равна нулю, следовательно, и сумма моментов сил инерции относительно оси С: $\sum \vec{M}_{ic}^n$ =0. Это означает, что если ось вращения тела проходит через центр инерции С, то основное уравнение динамики вращательного движения тела имеет вид

$$J_c \varepsilon = \sum M_c^e \tag{7.4}$$

безотносительно к тому, покоится ли эта ось или движется ускоренно.

8. ДИСК МАКСВЕЛЛА

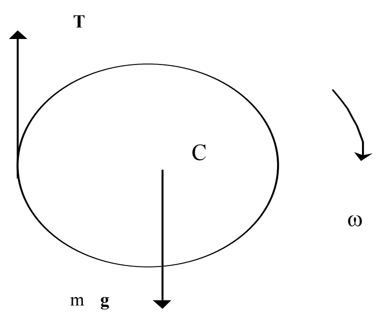

Рис.2. Силы, действующие на диск Максвелла (на рис. показана только ось диска)

Диск Максвелла представляет собой достаточно массивный диск, насаженный на ось небольшого радиуса r. На ось симметрично наматываются две нити. Если диск отпустить он начнет попеременно двигаться вверх-вниз, совершая своеобразные колебания — отсюда и его второе название: маятник Максвелла. С течением времени эти колебания затухают вследствие наличия сил сопротивления. Заметим, что по разным причинам, на анализе которых мы останавливаться не будем, с течением времени возбуждаются и обычные колебания в направлении, перпендикулярном оси диска. На Рис. 2 показан вид маятника сбоку и силы, действующие на него : $\vec{T}$ — суммарная сила натяжения нитей и сила тяжести $m\vec{g}$, приложенная к центру инерции. Силы сопротивления учитывать не будем, а нити *будем считать* вертикальными. Уравнение движения центра инерции в проекции на ось направленную вниз, имеет вид

$$ma_c = mg - T \tag{8.1}$$

где a_c — ускорение центра инерции, m — масса маятника. Ось вращения маятника в данном случае ускоренно движется вниз. Согласно параграфу 7 уравнение динамики вращательного движения имеет вид

$$J_c\varepsilon = -Tr \tag{8.2}$$

где r — радиус оси, J_c — момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр инерции. Рисунок соответствует движению маятника вниз, когда угловая скорость вращения направлена по часовой стрелке и увеличивается, следовательно, в соответствии с обычным соглашением о знаках угловых величин: $\omega < 0$, $\varepsilon < 0$. Между a_c и ε существует простая кинематическая связь, обусловленная нерастяжимостью нити и отсутствием проскальзывания нити по оси маятника. За время dt маятник повернется на угол $-\omega dt$ и с оси намотки смотается участок нити длиной $-\omega r dt$ (знак минус поставлен с учетом отрицательности угловой скорости ω). Таким образом точка С опустится вниз на величину $dy = -\omega r dt$, а это означает, что скорость центра инерции при перемещении вниз будет равна

$$V_c = \frac{dy}{dt} = -\frac{\omega r dt}{dt} = -\omega r .$$

Дифференцируя это соотношение по времени, получим

$$a_c = -\varepsilon r . \tag{8.3}$$

Подставляя (8.3) в (8.2), получим

$$J_c \frac{a_c}{r} = Tr,$$

откуда $T = J_c \frac{a_c}{r^2}$. Подставляя в (8.1), получим

$$ma_c = mg - J_c \frac{a_c}{r^2},$$

откуда

$$a_c = \frac{g}{1 + \frac{J_c}{mr^2}}. \tag{8.4}$$

Легко видеть, что формула (8.4) остается справедливой и при движении маятника вверх. Если нити абсолютно упруги, то по достижении центром инерции C наинизшей точки, его скорость изменит направление на противоположное и маятник начнет двигаться вверх замедленно, но с тем же ускорением (8.4) по величине.

Тот же результат можно получить из закона сохранения механической энергии, который справедлив в данном случае, поскольку мы пренебрегаем силами сопротивления (диссипативными силами). Считая потенциальную энергию центра инерции диска в наинизшем положении равной нулю, получаем значение потенциальной энергии центра инерции диска: mgh_c, где h_c — положение центра инерции диска над указанным нулевым уровнем в данный момент времени. Кинетическая энергия вращающегося тела, движущегося поступательно, равна $\frac{mV_c^2}{2} + \frac{J_c\omega^2}{2}$. Тогда, согласно закону сохранения механической энергии, можно записать следующее соотношение:

$$mgh_c + \frac{mV_c^2}{2} + \frac{J_c\omega^2}{2} = mgh_{c\max},$$

где $h_{c\max}$ — наибольшее значение положения центра инерции над нулевым уровнем в момент начала движения. Дифференцируя это выражение по времени и учитывая, что $\frac{dh_c}{dt} = -V_c$ (напомним, что мы считаем положительной скорость V_c, если она направлена вниз, кроме того, поскольку h_c при этом убывает, то $\frac{dh_c}{dt} < 0$) и $\omega = -\frac{V_c}{r}$, $\frac{dV_c}{dt} = a_c$, получим

$$-mgV_c + \frac{1}{2}(m + \frac{J_c}{r^2})2V_c a_c = 0,$$

откуда опять получаем формулу (8.4), ибо V_c не равно тождественно нулю.

9. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ СПЛОШНОГО И ПОЛОГО ДИСКА

Абсолютно твердое тело можно рассматривать как систему частиц (материальных точек) с неизменными расстояниями между ними. Момент инерции твердого тела является аддитивной величиной и вычисляется по формуле

$$J = \sum_i \Delta m_i r_i^2, \qquad (9.1)$$

где Δm_i —масса i-й частицы, а r_i — расстояние от i-й частицы до оси вращения.

Распределение массы в пределах тела можно охарактеризовать с помощью величины, называемой *плотностью*. Если тело однородно, то плотность $\rho = \frac{m}{V}$, где m — масса тела, а V— его объем. Для тела с неравномерно распределенной массой плотность в данной точке определяется следующим образом:

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}. \qquad (9.2)$$

В этом выражении Δm — масса, заключенная в объеме ΔV, который при предельном переходе стягивается к той точке, в которой определяется плотность. (Заметим, что предельный переход (9.2) нельзя понимать буквально. Уменьшение ΔV следует производить только до тех пор, пока не будет получен физически бесконечно малый объем, под которым понимают такой объем, который, с одной стороны, достаточно мал для того, чтобы макроскопические свойства в пределах его можно было считать одинаковыми, а с другой стороны, достаточно велик для того, чтобы не могла проявиться дискретность вещества.)

Выражая из (9.2) элементарную массу $\Delta m_i = \rho_i \Delta V_i$, момент инерции (9.1) можно представить в виде

$$J = \sum_i \rho_i r_i^2 \Delta V_i , \tag{9.4}$$

Соотношения (9.1) и (9.4) являются приближенными, причем тем более точными, чем меньше элементарные объемы ΔV_i и соответствующие им элементарные массы Δm_i. Следовательно, задача нахождения моментов инерции сводится к интегрированию

$$J = \int_V \rho r^2 dV . \tag{9.5}$$

Интеграл в (9.5) берется по всему объему тела. Величины ρ и r в этом интеграле являются функциями координат рассматриваемой точки твердого тела.

Вычислим по формуле (9.5) момент инерции сплошного диска относительно оси OO, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через его центр (рис. 3). Разобьем диск на кольцевые слои шириной dr. Все точки одного слоя можно считать находящимися на одинаковом расстоянии от оси равном r. Объем такого слоя равен $dV = 2\pi r b dr$, где b — толщина диска (на Рис. 3 не показана). Поскольку диск однороден, то его плотность во всех точках одинакова и ρ можно вынести за знак интеграла:

$$J = \int \rho r^2 dV = \rho \int_0^R r^2 \, 2\pi r b dr = 2\pi b \rho \int_0^R r^3 dr = 2\pi b \rho \frac{R^4}{4},$$

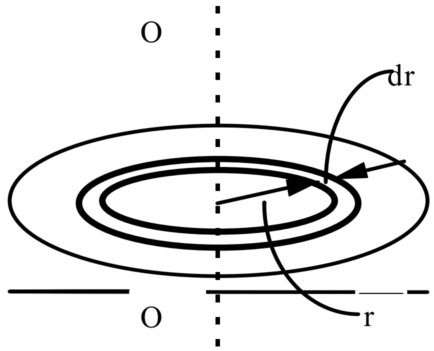

Рис. 3. К расчету момента инерции

Учитывая однородность диска, его плотность можно определить по формуле: $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{m}{\pi R^2 b}$. Тогда для момента инерции диска получим следующее выражение $J = \dfrac{mR^2}{2}$. (9.6)

Момент инерции полого диска относительно оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через его центр, вычисляется по формуле

$$J = \int \rho r^2 dV = \rho \int_{R_1}^{R_2} r^2 2\pi r b dr = 2\pi b \rho \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr. \qquad (9.7)$$

Дальнейшие вычисления предлагается провести самостоятельно.

10. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.

10.1 Сформулируйте основное уравнение динамики вращательного движения и определения физических величин, входящих в него.

10.2 Как рассчитать момент инерции твердого тела?

10.3 Что показывает угловая скорость?

10.4 Что показывает угловое ускорение?

10.5 Получите формулу ускорения поступательного перемещения оси диска Максвелла при помощи динамического подхода.

10.6 Получите формулу ускорения поступательного перемещения оси диска Максвелла из энергетических соображений.

10.7 Выведите формулу для расчета момента инерции полого диска.

10.8 Как экспериментально определить значение момента инерции диска Максвелла прямым методом?

10.9 Как определить значение момента инерции диска Максвелла при помощи метода наименьших квадратов?

11. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

11.1 Два шнура длиной **L** с верхней стороны закреплены, а с нижней – полностью намотаны на цилиндр массой **m**. Определить момент инерции **J** цилиндра, если он, начиная вращение из состояния покоя, за время t_1 приобрел угловую скорость $\boldsymbol{\omega_1}$.

- За какое время произойдет полная размотка шнуров?
- Найти кинетическую энергию цилиндра в этот момент времени.
- Какие дополнительные величины можно определить в данной физической ситуации?

11.2 Два шнура длиной **L** с верхней стороны закреплены, а с нижней – намотаны на вал маховика диаметром **D**. На обод маховика, изготовленного в виде сплошного однородного цилиндра, полностью намотана другая нить длиной $\mathbf{L_2}$ с привязанным к ней грузом массой $\mathbf{m_2}$. Масса цилиндра **m**. Определить момент инерции **J** вала с маховиком, если, начиная вращение из состояния покоя, установка приобрела за время $\mathbf{t_1}$ угловую скорость $\boldsymbol{\omega_1}$. За какое время произойдет полная размотка шнуров? Найти кинетическую энергию установки в этот момент времени. Какие дополнительные величины можно определить в данной физической ситуации?

11.3 Придумайте самостоятельно усложненный вариант рассмотренной выше физической ситуации. Составьте ее математическую модель. Покажите сколько конкретных условий задач можно составить на основе такой физической ситуации.

12. ЛИТЕРАТУРА

12.1 *Савельев И.В*. Курс общей физики. Т.1. М., "Наука". 1982.

12.2 *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики. М. "Высшая школа". 1989.

12.3 *Зисман Г.А., Тодес Г.А.* Курс общей физики. Киев, "Дніпро". 1994.